



**Беспилотники  
и  
нейросети.  
Математика.  
Сборник  
задач**

**Доцент Петрович**

Беспилотники и нейросети.

Доцент Петрович

**Беспилотники и нейросети.  
Математика. Сборник задач**

«Автор»

2026

## **Петрович Д.**

Беспилотники и нейросети. Математика. Сборник задач /  
Д. Петрович — «Автор», 2026 — (Беспилотники и нейросети.)

Эта книга создана под впечатлением от изучения учебного пособия "Беспилотные летательные аппараты. От устройства до выбора профессии (10 - 11 классы)". Авторы: Г. А. Антонов, Л. А. Захаров, О. Д. Калачёв. Издательство: Просвещение. Год издания: 2025. Книга представляет практикум по решению задач, связанных с математическими аспектами подобных устройств и комплексов. Может быть интересна всем, кто хочет познакомиться с основами проектирования и эксплуатации беспилотных летательных аппаратов на уровне решения элементарных задач по математике.

# Содержание

Глава 1	5
Конец ознакомительного фрагмента.	10

# Доцент Петрович

## Беспилотники и нейросети.

### Математика. Сборник задач

#### Глава 1

##### Введение

Современные технологии стремительно развиваются, и беспилотные летательные аппараты (БПЛА), ставшие неотъемлемой частью нашей жизни, требуют от специалистов глубоких знаний математики и физики. В школах и техникумах изучение БПЛА становится важным элементом подготовки будущих инженеров и техников, поскольку оно способствует развитию прикладной математики, формированию аналитического мышления и практических навыков работы с высокотехнологичными устройствами.

Основные математические дисциплины, применяемые при изучении БПЛА

##### 1. Алгебра и геометрия

Алгебра и геометрия являются фундаментальными дисциплинами, необходимыми для понимания принципов функционирования БПЛА. Например, решение уравнений позволяет рассчитывать траекторию полета аппарата, определять оптимальные маршруты и учитывать влияние различных факторов окружающей среды. Геометрические знания необходимы для анализа пространственных траекторий движения, расчета углов атаки и наклона крыла, определения положения центра масс и устойчивости аппарата.

Для обеспечения устойчивого полёта беспилотника важно точно рассчитать центр тяжести аппарата и определить положение его центров давления и подъемной силы. Это требует решения системы линейных уравнений и выполнения геометрических построений.

Расчет центра масс (центра тяжести), положения центров давления и подъемной силы является важной задачей при проектировании беспилотников и летательных аппаратов в целом. Рассмотрим несколько типичных подходов и примеров решения таких задач.

Примеры задач по алгебре.

*Пример № 1. Определение центра тяжести беспилотника.*

Пусть даны следующие данные:

- масса корпуса  $m_1 = 5$  кг, расположена в точке  $(x_1, y_1) = (0, 0)$ .
- масса двигателя  $m_2 = 2$  кг, расположена в точке  $(x_2, y_2) = (-0.5, 0.7)$ .
- масса аккумулятора  $m_3 = 1.5$  кг, расположена в точке  $(x_3, y_3) = C(0.8, -0.4)$ .

Координаты центра тяжести определяются по формуле:

$$(x_t, y_t) = \left( \frac{\sum m_i \cdot x_i}{\sum m_i}, \frac{\sum m_i \cdot y_i}{\sum m_i} \right)$$

Подставим значения:

$$\sum m_i = 5 + 2 + 1.5 = 8,5 \text{ (кг)}$$

Координата центра тяжести по оси x:

$$x_t = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3}{8,5} = \frac{5 \cdot 0 + 2 \cdot (-0,5) + 1,5 \cdot 0,8}{8,5} = \frac{-1 + 1,2}{8,5} = \frac{0,2}{8,5} \approx 0,0235$$

Координата центра тяжести по оси y:

$$y_t = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + m_3 y_3}{8,5} = \frac{5 \cdot 0 + 2 \cdot 0,7 + 1,5 \cdot (-0,4)}{8,5} = \frac{1,4 - 0,6}{8,5} = \frac{0,8}{8,5} \approx 0,0941$$

Таким образом, координаты центра тяжести БПЛА примерно равны:  
( $X_t$ ,  $Y_t$ ) (0.0235, 0.0941)

*Пример № 2. Расчёт положения центра давления крыла*

Рассмотрим крыло прямоугольного профиля длиной  $L = 2$  м и шириной  $b = 0.5$  м. Центр давления крыла обычно находится немного позади четверти хорды крыла от передней кромки. Пусть аэродинамический коэффициент центра давления равен  $C_d = 0.25$ .

Тогда положение центра давления относительно передней кромки крыла:

$$x_p = C_p \cdot L = 0,25 \cdot 2 = 0,5(\text{м})$$

Таким образом, центр давления расположен на расстоянии 0,5 метра от передней кромки крыла.

*Пример № 3. Положение центра подъёмной силы (точка приложения суммарной подъёмной силы)*

Предположим, что крыло имеет профиль с распределением подъёмной силы, которое приблизительно равномерно вдоль всей длины крыла. В таком случае центр подъёмной силы будет находиться посередине крыла.

Если длина крыла равна  $L$ , то координата центра подъёмной силы:

$$x_l = L/2$$

Например, для крыла длиной  $L = 2$  метра

$$x_l = 2:2 = 1(\text{м})$$

Таким образом, центр подъёмной силы находится на середине крыла.

Важность правильного расположения центров

Правильное расположение центра тяжести относительно центров давления и подъёмной силы позволяет обеспечить устойчивость полета беспилотника. Например, чтобы избежать опрокидывания аппарата, центр тяжести должен располагаться ниже центра подъёмной силы и ближе к центру давления.

Выводы:

1. Центр тяжести рассчитывается исходя из массы и координат компонентов конструкции.
2. Центр давления зависит от распределения аэродинамических сил и обычно располагается ближе к передней части крыла.
3. Центр подъёмной силы чаще всего совпадает с центром площади крыла или же смещается назад.

Эти расчеты позволяют правильно спроектировать БПЛА таким образом, чтобы он обладал устойчивым полетом и хорошей управляемостью.

Приведенные выше примеры показывают, что к решению подобных задач можно привлекать и учеников из начальной школы. А если их еще заинтересовать практическими занятиями по проведению игр или викторин с применением БПЛА..

## 2. Тригонометрия

Тригонометрические функции активно используются при расчете углов наклона, высоты полета, скорости и направления движения БПЛА. Без глубокого понимания тригонометрии невозможно точно управлять полетом аппарата, обеспечивать безопасность пилотирования и минимизировать риски столкновений.

Определение угла тангажа и курса беспилотника осуществляется путем нахождения синусов и косинусов соответствующих углов.

При определении углов тангажа и курса беспилотника используются тригонометрические функции — синус и косинус. Эти углы являются ключевыми параметрами ориентации летательного аппарата в пространстве и рассчитываются на основе показаний датчиков (акселерометров, гироскопов, магнитометра).

Примеры задач по тригонометрии.

Рассмотрим несколько примеров решения задач по определению углов тангажа и курса беспилотника.

*Пример №1. Определение угла тангажа  $\alpha$ .*

Угол тангажа показывает наклон беспилотника вокруг продольной оси (оси X). Обычно угол тангажа вычисляется на основании показаний акселерометра следующим образом:

Исходные данные:

- акселерометр измеряет ускорение по осям .
- ускорение свободного падения известно и равно  $g = 9.81 \text{ м/с}^2$ .

Формула расчета угла тангажа  $\alpha$ :

$$\alpha = \arcsin \left( \frac{-a_z}{g} \right)$$

1. Допустим, акселерометр зафиксировал следующие показания:

- $a_x = 0.1 \text{ м/с}^2$ ,
- $a_y = 0.2 \text{ м/с}^2$ ,
- $a_z = -9.7 \text{ м/с}^2$ .

Рассчитаем угол тангажа:

$$\alpha = \arcsin \left( -\frac{9,7}{9,81} \right) = \arcsin(0,989) \approx 83 \text{ градуса}$$

Таким образом, угол тангажа составляет примерно 83 градуса. Это означает, что БПЛА сильно отклоняется вверх относительно горизонта.

*Пример №2. Определение угла курса  $\beta$ .*

Угол курса показывает направление движения беспилотника относительно направления север - юг. Этот угол вычисляется на основании показаний компаса (магнитометра):

Исходные данные:

- магнитный компас даёт показания вектора магнитного поля Земли по осям  $(B_x, B_y, B_z)$
- углы тангажа и крена известны.

Формулы расчета угла курса ( $\beta$ ):

Сначала нужно учесть влияние наклона беспилотника на показания компаса:

$$\theta = \arctg 2[(B_y)^*, (B_x)^*], \text{ где:}$$

$$-(B_x)^* = (B_x) \cos \alpha + (B_z) \sin \alpha,$$

$$-(B_y)^* = B_y \quad .$$

Допустим, компас зафиксировал такие показания:

- $B_x = 0.5,$
- $B_y = 0.866,$
- $B_z = 0.0.$

Также известен угол тангажа  $\alpha = 30$  градусов.

Рассчитаем компоненты магнитного поля после компенсации тангажа:

$\cos(30 \text{ градусов}) = 1/2 \cdot 0.866$ . Известно, что  $\sin(30 \text{ градусов}) = 0.5$ .

Тогда:

$$(B_x)^* = (B_x) \cos \alpha + (B_z) \sin \alpha = 0.5 * 0.866 + 0.0 * 0.5 = 0.433 \quad \text{и} \quad (B_y)^* = B_y = 0.866$$

Теперь найдем угол курса:

$$\theta = \arctg 2[(B_y)^*, (B_x)^*] = \arctg 2(0,866, 0,433) \approx 60 \text{ градусов}$$

Таким образом, угол курса беспилотника составляет примерно 60 градусов, что означает движение в северо-восточном направлении.

*Пример № 3. Совместное определение углов тангажа и курса*

Часто необходимо одновременно определять оба угла — тангаж и по курсу. Для этого используется комбинация показаний акселерометра и компаса.

Исходные данные:

- акселерометр:

$$a_x = 0.0, a_y = 0.0, a_z = -9.81(\text{м/с}^2)$$

- Компас:

<ul style="list-style-type: none"><li>• <math>B_x = 0.5,</math></li><li>• <math>B_y = 0.866,</math></li><li>• <math>B_z = 0.0.</math></li></ul>
---

Решение:

Тангаж:

$$\alpha = \arcsin\left(-\frac{-9,81}{9,81}\right) = \arcsin(1) = 90 \text{ градусов}$$

Беспилотник вертикально направлен вверх.

Курс:

Так как тангаж максимальный, коррекция компаса невозможна напрямую. Однако, зная вертикальное положение, можно предположить, что направление движения определено некорректно (компас бесполезен при больших углах тангажа).

Заключение

Задачи определения углов тангажа и курса БПЛА решаются через использование тригонометрических функций (синус и арктангенс) и показаний датчиков (акселерометра, магнитометра). Важно учитывать взаимную зависимость между эти

## **Конец ознакомительного фрагмента.**

Текст предоставлен ООО «Литрес».

Прочитайте эту книгу целиком, [купив полную легальную версию](#) на Литрес.

Безопасно оплатить книгу можно банковской картой Visa, MasterCard, Maestro, со счета мобильного телефона, с платежного терминала, в салоне МТС или Связной, через PayPal, WebMoney, Яндекс.Деньги, QIWI Кошелек, бонусными картами или другим удобным Вам способом.