Беспилотники и нейросети. Математика. Сборник задач

Доцент Петрович

Доцент Петрович

Беспилотники и нейросети. Математика. Сборник задач

Серия «Беспилотники и нейросети.», книга 4

https://litres.ru/73731574
SelfPub; 2026

Аннотация

Эта книга создана под впечатлением от изучения учебного пособия "Беспилотные летательные аппараты. От устройства до выбора профессии (10 - 11 классы)".Авторы: Г. А. Антонов, Л. А. Захаров, О. Д. Калачёв.Издательство: Просвещение.Год издания: 2025.

Книга представляет практикум по решению задач, связанных с математическими аспектами подобных устройств и комплексов. Может быть интересна всем, кто хочет познакомиться с основами проектирования и эксплуатации беспилотных летательных аппаратов на уровне решения элементарных задач по математике.

Содержание

Доцент Петрович Беспилотники и нейросети. Математика. Сборник задач

Глава 1

Введение

Современные технологии стремительно развиваются, и беспилотные летательные аппараты (БПЛА), ставшие неотъемлемой частью нашей жизни, требуют от специалистов глубоких знаний математики и физики. В школах и техникумах изучение БПЛА становится важным элементом подготовки будущих инженеров и техников, поскольку оно способствует развитию прикладной математики, формированию аналитического мышления и практических навыков работы с высокотехнологичными устройствами.

Основные математические дисциплины, применяемые при изучении БПЛА

1. Алгебра и геометрия

Алгебра и геометрия являются фундаментальными дисциплинами, необходимыми для понимания принципов функционирования БПЛА. Например, решение уравнений позволяет рассчитывать траекторию полета аппарата, определять оптимальные маршруты и учитывать влияние различных факторов окружающей среды. Геометрические знания необходимы для анализа пространственных траекторий движения, расчета углов атаки и наклона крыла, определения положения центра масс и устойчивости аппарата.

Для обеспечения устойчивого полёта беспилотника важно точно рассчитать центр тяжести аппарата и определить положение его центров давления и подъемной силы. Это требует решения системы линейных уравнений и выполнения геометрических построений.

Расчет центра масс (центра тяжести), положения центров давления и подъемной силы является важной задачей при проектировании беспилотников и летательных аппаратов в целом. Рассмотрим несколько типичных подходов и примеров решения таких задач.

Примеры задач по алгебре.

Пример № 1.Определение центра тяжести беспилотника.

Пусть даны следующие данные:

- масса корпуса $m1 = 5$кг, расположена в точке $(x1, y1) = (0, 0)$.

- масса двигателя $m2 = 2$кг, расположена в точке $(x2, y2)$

= (- 0.5, 0.7).

- масса аккумулятора m3 = 1.5кг, расположена в точке (x3, y3) = C(0.8, - 0.4).

Координаты центра тяжести определяются по формуле:

$$(xt, yt) = \left(\frac{\sum mi \bullet xi}{mi}, \frac{\sum mi \bullet yi}{mi} \right)$$

Подставим значения:

$$\sum mi = 5+2+1.5 = 8{,}5 (\text{кг})$$

Координата центра тяжести по оси x:

$$\text{Xt} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3}{8{,}5} = \frac{5 \bullet 0 + 2 \bullet (-0{,}5) + 1{,}5 \bullet 0{,}8}{8{,}5} = \frac{-1+1{,}2}{8{,}5} = \frac{0{,}2}{8{,}5} \approx 0{,}0235$$

Координата центра тяжести по оси y:

$$\text{Yt} = \frac{m_1y_1 + m_2y_2 + m_3y_3}{8{,}5} = \frac{5 \bullet 0 + 2 \bullet 0{,}7 + 1{,}5 \bullet (-0{,}4)}{8{,}5} = \frac{1{,}4 - 0{,}6}{8{,}5} = \frac{0{,}8}{8{,}5} \approx 0{,}0941$$

Таким образом, координаты центра тяжести БПЛА примерно равны:

(Xt, Yt) (0.0235, 0.0941)

Пример № 2.Расчёт положения центра давления крыла

Рассмотрим крыло прямоугольного профиля длиной L = 2 м и шириной b = 0.5 м. Центр давления крыла обычно находится немного позади четверти хорды крыла от передней кромки. Пусть аэродинамический коэффициент центра давления равен Cd = 0.25.

Тогда положение центра давления относительно передней кромки крыла:

xp = Cp* L = 0,25 * 2 = 0,5(м)

Таким образом, центр давления расположен на расстоянии 0,5 метра от передней кромки крыла.

Пример № 3.Положение центра подъёмной силы (точка приложения суммарной подъёмной силы)

Предположим, что крыло имеет профиль с распределением подъёмной силы, которое приблизительно равномерно вдоль всей длины крыла. В таком случае центр подъёмной силы будет находиться посередине крыла.

Если длина крыла равна L, то координата центра подъёмной силы:

xl = L/2

Например, для крыла длиной L = 2 метра

xl = 2:2 = 1(м)

Таким образом, центр подъёмной силы находится на середине крыла.

Важность правильного расположения центров

Правильное расположение центра тяжести относительно центров давления и подъёмной силы позволяет обеспечить устойчивость полета беспилотника. Например, чтобы избежать опрокидывания аппарата, центр тяжести должен располагаться ниже центра подъёмной силы и ближе к центру давления.

Выводы:

1. Центр тяжести рассчитывается исходя из массы и координат компонентов конструкции.

2. Центр давления зависит от распределения аэродинамических сил и обычно располагается ближе к передней части крыла.

3. Центр подъёмной силы чаще всего совпадает с центром площади крыла или же смещается назад .

Эти расчеты позволяют правильно спроектировать БПЛА таким образом, чтобы он обладал устойчивым полетом и хорошей управляемостью.

Приведенные выше примеры показывают, что к решению подобных задач можно привлекать и учеников из начальной школы. А если их еще заинтересовать практическими занятиями по проведению игр или викторин с применением БПЛА..

2. Тригонометрия

Тригонометрические функции активно используются при расчете углов наклона, высоты полета, скорости и направления движения БПЛА. Без глубокого понимания тригонометрии невозможно точно управлять полетом аппарата, обеспечивать безопасность пилотирования и минимизировать риски столкновений.

Определение угла тангажа и курса беспилотника осуществляется путем нахождения синусов и косинусов соответствующих углов.

При определении углов тангажа и курса беспилотника используются тригонометрические функции — синус и косинус. Эти углы являются ключевыми параметрами ориентации летательного аппарата в пространстве и рассчитываются на основе показаний датчиков (акселерометров, гироскопов, магнитометра).

Примеры задач по тригонометрии.

Рассмотрим несколько примеров решения задач по определению углов тангажа и курса беспилотника.

Пример №1. Определение угла тангажа α.

Угол тангажа показывает наклон беспилотника вокруг продольной оси (оси X). Обычно угол тангажа вычисляется на основании показаний акселерометра следующим образом:

Исходные данные:

- акселерометр измеряет ускорение по осям .

- ускорение свободного падения известно и равно g = 9.81

м/с^2.

Формула расчета угла тангажа α:

$$\alpha = \arcsin\left(\frac{-a_z}{g}\right)$$

1.Допустим, акселерометр зафиксировал следующие показания:

- $a_x = 0.1$ м/с^2,
- $a_y = 0.2$ м/с^2,
- $a_z = -9.7$ м/с^2.

Рассчитаем угол тангажа:

$$\alpha = \arcsin\left(-\frac{-9{,}7}{9{,}81}\right) = \arcsin(0{,}989) \approx 83\,\textit{градуса}$$

Таким образом, угол тангажа составляет примерно 83 градуса. Это означает, что БПЛА сильно отклоняется вверх относительно горизонта.

Пример №2. Определение угла курса β.

Угол курса показывает направление движения беспилотника относительно направления север - юг. Этот угол вычисляется на основании показаний компаса (магнитометра):

Исходные данные:

- магнитный компас даёт показания вектора магнитного поля Земли по осям *(Bx,By,Bz)*

- углы тангажа и крена известны.

Формулы расчета угла курса (β):

Сначала нужно учесть влияние наклона беспилотника на показания компаса:

$$\beta = arctg\,2[(B_y)^*, (B_x)^*],$$ где:

$$-\ (B_x)^* = (B_x)\cos\alpha + (B_z)\sin\alpha,$$

$$-\ (B_y)^* = B_y\quad .$$

Допустим, компас зафиксировал такие показания:

- $B_x = 0.5,$
- $B_y = 0.866,$
- $B_z = 0.0.$

Также известен угол тангажа α = 30 градусов.

Рассчитаем компоненты магнитного поля после компенсации тангажа:

Cos (30 градусов) = /2 0.866. Известно, что sin(30 градусов) = 0.5.

Тогда:

$(B_x)^* = (B_x)\cos\alpha + (B_z)\sin\alpha = 0.5^* 0.866 + 0.0^* 0.5 = 0.433$ и $(B_y)^* = B_y = 0.866$

Теперь найдем угол курса:

$$\theta = arctg\,2[(B_y)^*, (B_x)^*] = arctg\,2(0{,}866, 0{,}433) \approx 60 \text{ градусов}$$

Таким образом, угол курса беспилотника составляет примерно 60 градусов, что означает движение в северо-восточном направлении.

Пример № 3. Совместное определение углов тангажа и курса

Часто необходимо одновременно определять оба угла — тангаж и по курсу. Для этого используется комбинация показаний акселерометра и компаса.

Исходные данные:

- акселерометр:

$$a_x = 0.0,\ a_y = 0.0,\ a_z = -9.81 (м / с^2)$$

- Компас:

- $B_x = 0.5,$
- $B_y = 0.866,$
- $B_z = 0.0.$

Решение:

Тангаж:

$$\alpha = \arcsin\left(-\frac{-9{,}81}{9{,}81}\right) = \arcsin(1) = 90 \textit{градусов}$$

Беспилотник вертикально направлен вверх.

Курс:

Так как тангаж максимальный, коррекция компаса невозможна напрямую. Однако, зная вертикальное положение, можно предположить, что направление движения определено некорректно (компас бесполезен при больших углах тангажа).

Заключение

Задачи определения углов тангажа и курса БПЛА решаются через использование тригонометрических функций (синус и арктангенс) и показаний датчиков (акселерометра, магнитометра). Важно учитывать взаимную зависимость между эти

Конец ознакомительного фрагмента.

Текст предоставлен ООО «Литрес».

Прочитайте эту книгу целиком, купив полную легальную версию на Литрес.

Безопасно оплатить книгу можно банковской картой Visa, MasterCard, Maestro, со счета мобильного телефона, с платежного терминала, в салоне МТС или Связной, через PayPal, WebMoney, Яндекс.Деньги, QIWI Кошелек, бонусными картами или другим удобным Вам способом.