



Элементы теории множеств и математической логики. Выпуск 2

Доцент
Николай Петрович

Доцент Николай Петрович

**Элементы теории множеств и
математической логики. Выпуск 2**

«Автор»

2026

Петрович Д.

Элементы теории множеств и математической логики. Выпуск 2 /
Д. Петрович — «Автор», 2026

Эта книга позволяет повторить теорию (ТМ и МЛ), закрепить навыки в решении типовых задач и получить представление о возможностях использования в этих целях нейросетей. Решая эти вопросы, данная книга объединяет и дополняет материалы двух моих более ранних книг: "Элементы теории множеств и математической логики" и "Элементы теории множеств и математической логики. Нейросети". Книга может быть интересна школьникам старших классов и студентам техникумов и 1 курсов вузов.

© Петрович Д., 2026

© Автор, 2026

Содержание

Глава	5
1.ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ МНОЖЕСТВ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛОГИКИ	6
2.ОПЕРАЦИИ НАД МНОЖЕСТВАМИ. ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ	9
Конец ознакомительного фрагмента.	10

Доцент Николай Петрович Элементы теории множеств и математической логики. Выпуск 2

Глава

Эта книга открывает серию учебных пособий по таким важным разделам математики как Теория множеств, Математическая логика, Комбинаторика и Теория вероятностей.

Особенностью данных книг является широкое привлечение в качестве помощников при выполнении заданий нейросетей. Дается оценка результатов такого их применения.

1. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ МНОЖЕСТВ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛОГИКИ

1.1. ПОНЯТИЕ МНОЖЕСТВА. ОТНОШЕНИЯ МЕЖДУ МНОЖЕСТВАМИ

Понятие множества является одним из основных понятий математики.

Можно сказать, что множество — это совокупность некоторых объектов, объединенных по какому-то определенному признаку.

Приведем примеры, поясняющие содержание понятия множества:

- множество строк на этой странице;
- множество домов на данной улице;
- множество целых чисел;
- множество студентов в аудитории.

Объекты или предметы, составляющие данное множество, называются его элементами. Множество как бы объединяет многое в единое.

Множество можно описать одним из следующих способов:

— в виде списка или таблицы: все элементы множества непосредственно перечисляются. Этот способ удобен, если множество невелико (смотрите примеры 1 и 4);

— указанием способа конструирования множества, когда задается определенное правило, выражаемое словами или формулами, в соответствии с которыми можно сказать, принадлежит данный объект к рассматриваемому множеству или нет (примеры 2 и 3).

Для обозначения множеств обычно используют прописные буквы A, B, X, Y и т.д., а элементы соответствующего множества обозначают буквами a, b, x, y и т.д.

В том случае, когда x является элементом множества A , пишут так: $A = \{x\}$.

Запись $A = \{x: P\}$ означает множество всех x , удовлетворяющих условию P .

Пример 1.

Запись $A = \{1, 2, 5, 7\}$ означает, что множество A состоит из четырех элементов 1, 2, 5, 7.

Пример 2.

$X = \{x: x \text{ является студентом, рост которого больше } 170 \text{ сантиметров}\}$.

Это множество описано способом конструирования.

Пример 3.

$A = \{y: y > 3\}$ означает множество всех чисел, больших трех.

Описано методом правила.

Пример 4.

Таблица кодировки символов и знаков по теории множеств

Название знака	Принадлежность (или нет) данному множеству	Пустое множество	Включение (или его отрицание)	Универсум
Код знака в книге	* (**)	***	**** (*****)	*** ***
Вид в Теории множеств	$\in (\notin)$	$\emptyset$	$\subset (\not\subset)$	Ω

Запись $A = \{a, б, м, н, и, ю, ч\}$ означает, что множество A состоит из семи элементов $a, б, м, н, и, ю, ч$, которые являются буквами русского алфавита.

К сожалению, в редакторе издательства, в списке специальных символов оказался только один специальный символ, который используется в теории множеств и данной книге. Это очень затруднило и замедлило работу над книгой. В связи с этим я принял решение в рамках данной книги использовать специальную таблицу, которая, может быть, не очень удобна для читателя, но позволяет решить эту проблему.

В этой таблице все реальные символы закодированы в тексте книги определенным числом звездочек (*) — от 1 до 6.

Если x является элементом множества A , то говорят, что x принадлежит A и записывают: $x * A$ ($x \in A$); если x множеству A не принадлежит, то пишут $x ** A$ (x перечеркнутый $\in A$).

Для того, чтобы выразить тот факт, что A — подмножество множества B , пользуются символом включения: $A **** B$. Это следует читать: « A содержится в B ».

Отрицание включения обозначим символами — *****.

Так, например, если A есть множество четных чисел, то $2 * A$ ($2 \in A$), а число 5 (перечеркнутый $\in A$) ($5 \notin A$), $5 ** A$.

Подчеркнем, что каждый элемент может входить во множество только один раз.

Так, например, множество различных цифр числа 354577312 будет содержать только элементы 3, 5, 4, 7, 1, 2.

1.2. МНОЖЕСТВА БЫВАЮТ КОНЕЧНЫМИ И БЕСКОНЕЧНЫМИ

Множество называется конечным, если оно содержит конечное число элементов (смотрите примеры 1 и 4), в противном случае оно является бесконечным (пример 3).

К конечным множествам относятся, в частности, одноэлементные множества, состоящие только из одного элемента. Необходимо различать объекты a и $\{a\}$:

a — один элемент некоторого множества, $\{a\}$ — одноэлементное множество.

Если множество не имеет элементов, то его называют пустым и мы обозначим его, в соответствии с таблицей, символами — ***.

Пример 5.

$*** = \{x: x \text{ — действительное число, квадрат которого равен } -1\}$.

Пример 6.

$*** = \{x: x \text{ — лев, живущий на Луне}\}$.

Необходимо различать следующие множества: $*** \{***\}$, $\{0\}$.

Последние два множества не являются пустыми, т.к. каждое из них содержит по одному элементу. Второе служит примером множества, элемент которого, в свою очередь, представляет собой множество.

Множества могут находиться в различных отношениях между собой. Рассмотрим два из них: *включение* и *равенство*.

Определение 1.

Если каждый элемент множества A является также и элементом множества B , то множество A называется частью или подмножеством множества B .

Для того, чтобы выразить тот факт, что A — подмножество множества B , пользуются символом включения ($***$): $A **** B$. Это следует читать: « A содержится в B ».

Отрицание включения (смотрите таблицу кодировки символов) обозначим символом — $*****$.

Отметим, что пустое множество $***$ и само множество B являются также подмножествами множества B , т.е. $(***) **** B$ и $B **** B$.

Пример 7.

$A = \{a, б, м, н, и, ю, ч\}$ есть подмножество множества букв русского алфавита $B = \{a, б, в, \dots\}$.

Пример 8.

$M = \{\{2,3\}, \{4,5,6\}\}$ — двухэлементное множество, элементами которого являются два других множества.

$K = \{\{2,3\}, \{4,5,6\}, 9, 10, 11\}$ — пятиэлементное множество, при чем $M *** K$.

Пример 9.

$L = \{3, 4, \{3, 4\}\}$ — трехэлементное множество, причем, $3 * L$ и $4 * L$, но и $\{3, 4\} * L$.

Определение 2.

Два множества A и B называются равными, если $A * B$ и $B * A$.

Обозначается равенство множеств обычным способом: $A = B$.

Из определения следует, что множества A и B равны тогда и только тогда, когда они состоят из одних и тех же элементов.

Пример 10.

$\{3, 4, 5, 6\} = \{6, 5, 4, 3\}$.

Пример 11.

$\{н, е, д, у, т, с\} = \{x: x \text{ — буква в слове «студент»}\}$.

Равенство множеств (как и равенство чисел) удовлетворяет следующим свойствам:

- 1) рефлексивность: для всякого множества A $A = A$.
- 2) транзитивность: для любых множеств A, B, C , если $A = B$ и $B = C$, то и $A = C$.
- 3) симметричность: для любых двух множеств A и B , если $A = B$, то $B = A$.

2. ОПЕРАЦИИ НАД МНОЖЕСТВАМИ. ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ

Очень часто изучаемые в математике множества (чисел, точек, фигур, функций и т.д.) являются подмножествами некоторого множества, которое принимается за основное или универсальное (часто его называют «универсум»), и в рамках этой книги обозначается шестью символами — Ω .

Сразу отметим, что «универсальное множество» — понятие относительное и всегда связано с определенной задачей или исследованием.

Так, например, в геометрии на плоскости в качестве него следует рассматривать множество всех точек плоскости, а различные фигуры можно считать подмножествами.

В арифметике универсальным множеством считается множество всех целых чисел и т. п.

Итак, множество всех элементов, относящихся к отдельной прикладной задаче, называется универсальным множеством.

Рассматривая универсальное множество и его подмножество A , можно найти элементы из универсума, которые не принадлежат множеству A .

Определение 1.

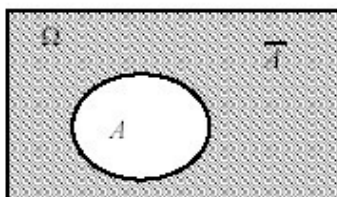


Рис.1.1.

Совокупность элементов, принадлежащих универсальному множеству Ω , но не принадлежащих подмножеству A , называется дополнением подмножества A .

Обозначим его («не A »). Таким образом, $\bar{A} = \{x: x \in \Omega, x \notin A\}$.

С помощью диаграммы Эйлера-Венна можно представить универсальное множество в виде прямоугольника, а подмножество A — в виде круга, расположенного внутри этого прямоугольника.

Тогда, очевидно, что заштрихованная область будет соответствовать дополнению (см. рис.1.1).

Конец ознакомительного фрагмента.

Текст предоставлен ООО «Литрес».

Прочитайте эту книгу целиком, [купив полную легальную версию](#) на Литрес.

Безопасно оплатить книгу можно банковской картой Visa, MasterCard, Maestro, со счета мобильного телефона, с платежного терминала, в салоне МТС или Связной, через PayPal, WebMoney, Яндекс.Деньги, QIWI Кошелек, бонусными картами или другим удобным Вам способом.