



Элементы теории множеств и математической логики. Выпуск 2

Доцент
Николай Петрович

Доцент Петрович
Элементы теории множеств
и математической
логики. Выпуск 2

<https://litres.ru/74166242>

SelfPub; 2026

Аннотация

Эта книга позволяет повторить теорию (ТМ и МЛ), закрепить навыки в решении типовых задач и получить представление о возможностях использования в этих целях нейросетей. Решая эти вопросы, данная книга объединяет и дополняет материалы двух моих более ранних книг: "Элементы теории множеств и математической логики" и "Элементы теории множеств и математической логики. Нейросети". Книга может быть интересна школьникам старших классов и студентам техникумов и 1 курсов вузов.

Содержание

Глава	4
1.ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ МНОЖЕСТВ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛОГИКИ	5
2.ОПЕРАЦИИ НАД МНОЖЕСТВАМИ. ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ	12
Конец ознакомительного фрагмента.	14

Доцент Николай Петрович Элементы теории множеств и математической логики. Выпуск 2

Глава

Эта книга открывает серию учебных пособий по таким важным разделам математики как Теория множеств, Математическая логика, Комбинаторика и Теория вероятностей.

Особенностью данных книг является широкое привлечение в качестве помощников при выполнении заданий нейросетей. Дается оценка результатов такого их применения.

1.ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ МНОЖЕСТВ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛОГИКИ

1.1.ПОНЯТИЕ МНОЖЕСТВА. ОТНОШЕНИЯ МЕЖДУ МНОЖЕСТВАМИ

Понятие множества является одним из основных понятий математики.

Можно сказать, что множество — это совокупность некоторых объектов, объединенных по какому-то определенному признаку.

Приведем примеры, поясняющие содержание понятия множества:

- множество строк на этой странице;
- множество домов на данной улице;
- множество целых чисел;
- множество студентов в аудитории.

Объекты или предметы, составляющие данное множество, называются его элементами. Множество как бы объединяет многое в единое.

Множество можно описать одним из следующих способов:

— в виде списка или таблицы: все элементы множества непосредственно перечисляются. Этот способ удобен, если множество невелико (смотрите примеры 1 и 4);

— указанием способа конструирования множества, когда задается определенное правило, выражаемое словами или формулами, в соответствии с которыми можно сказать, принадлежит данный объект к рассматриваемому множеству или нет (примеры 2 и 3).

Для обозначения множеств обычно используют прописные буквы A, B, X, Y и т.д., а элементы соответствующего множества обозначают буквами a, b, x, y и т. д.

В том случае, когда x является элементом множества A , пишут так: $A = \{x\}$.

Запись $A = \{x: P\}$ означает множество всех x , удовлетворяющих условию P .

Пример 1.

Запись $A = \{1, 2, 5, 7\}$ означает, что множество A состоит из четырех элементов 1, 2, 5, 7.

Пример 2.

$X = \{x: x \text{ является студентом, рост которого больше } 170 \text{ сантиметров}\}$.

Это множество описано способом конструирования.

Пример 3.

$A = \{y: y > 3\}$ означает множество всех чисел, больших трех.

Описано методом правила.

Пример 4.

Таблица кодировки символов и знаков по теории множеств

Название знака	Принадлежность (или нет) данному множеству	Пустое множество	Включение (или его отрицание)	Универсум
Код знака в книге	* (**)	***	**** (*****)	*** ***
Вид в Теории множеств	$\in (\notin)$	$\emptyset$	$\subset (\not\subset)$	Ω

Запись $A = \{a, б, м, н, и, ю, ч\}$ означает, что множество A состоит из семи элементов $a, б, м, н, и, ю, ч$, которые являются буквами русского алфавита.

К сожалению, в редакторе издательства. в списке специальных символов оказался только один специальный символ, который используется в теории множеств и данной книге. Это очень затруднило и замедлило работу над книгой. В связи с этим я принял решение в рамках данной книги использовать специальную таблицу, которая. может быть, не очень удобна для читателя, но позволяет решить эту проблему.

В этой таблице все реальные символы закодированы в тек-

сте книги определенным числом звездочек (*) — от 1 до 6.

Если x является элементом множества A , то говорят, что x принадлежит A и записывают: $x \in A$ ($x \in A$); если x множеству A не принадлежит, то пишут $x \notin A$ (x перечеркнутый $\in A$).

Для того, чтобы выразить тот факт, что A — подмножество множества B , пользуются символом включения: $A \subset B$. Это следует читать: « A содержится в B ».

Отрицание включения обозначим символами — $A \not\subset B$.

Так, например, если A есть множество четных чисел, то $2 \in A$ ($2 \in A$), а число 5 ($5 \notin A$) (5 не принадлежит), $5 \notin A$.

Подчеркнем, что каждый элемент может входить во множество только один раз.

Так, например, множество различных цифр числа 354577312 будет содержать только элементы 3, 5, 4, 7, 1, 2.

1.2.МНОЖЕСТВА БЫВАЮТ КОНЕЧНЫМИ И БЕСКОНЕЧНЫМИ

Множество называется конечным, если оно содержит конечное число элементов (смотрите примеры 1 и 4), в противном случае оно является бесконечным (пример 3).

К конечным множествам относятся, в частности, одноэлементные множества, состоящие только из одного элемента. Необходимо различать объекты a и $\{a\}$:

a — один элемент некоторого множества, $\{a\}$ — одноэлементное множество.

Если множество не имеет элементов, то его называют пустым и мы обозначим его, в соответствии с таблицей, символами — $***$.

Пример 5.

$*** = \{x: x \text{ — действительное число, квадрат которого равен } -1\}$.

Пример 6.

$*** = \{x: x \text{ — лев, живущий на Луне}\}$.

Необходимо различать следующие множества: $*** \{***\}$, $\{0\}$.

Последние два множества не являются пустыми, т.к. каждое из них содержит по одному элементу. Второе служит примером множества, элемент которого, в свою очередь, представляет собой множество.

Множества могут находиться в различных отношениях между собой. Рассмотрим два из них: *включение* и *равенство*.

Определение 1.

Если каждый элемент множества A является также и элементом множества B , то множество A называется частью или подмножеством множества B .

Для того, чтобы выразить тот факт, что A — подмножество множества B , пользуются символом включения ($****$): $A **** B$. Это следует читать: « A содержится в B ».

Отрицание включения (смотрите таблицу кодировки символов) обозначим символом — $*****$.

Отметим, что пустое множество $***$ и само множество V являются также подмножествами множества V , т.е. $(***)$ $**** V$ и $V****V$.

Пример 7.

$A = \{a, б, м, н, и, ю, ч\}$ есть подмножество множества букв русского алфавита $V = \{a, б, в, \dots\}$.

Пример 8.

$M = \{\{2,3\}, \{4,5,6\}\}$ — двухэлементное множество, элементами которого являются два других множества.

$K = \{\{2,3\}, \{4,5,6\}, 9, 10, 11\}$ — пятиэлементное множество, при чем $M *** K$.

Пример 9.

$L = \{3, 4, \{3, 4\}\}$ — трехэлементное множество, причем, $3*L$ и $4*L$, но и $\{3, 4\} * L$.

Определение 2.

Два множества A и B называются равными, если $A * B$ и $B * A$.

Обозначается равенство множеств обычным способом: $A = B$.

Из определения следует, что множества A и B равны тогда и только тогда, когда они состоят из одних и тех же элементов.

Пример 10.

$$\{3, 4, 5, 6\} = \{6, 5, 4, 3\}.$$

Пример 11.

$\{н,е,д,у.т,с\} = \{x: x\text{- буква в слове «студент»}\}.$

Равенство множеств (как и равенство чисел) удовлетворяет следующим свойствам:

1) рефлексивность: для всякого множества A $A = A$.

2) транзитивность: для любых множеств A, B, C , если $A = B$ и $B = C$, то и $A = C$.

3) симметричность: для любых двух множеств A и B , если $A = B$, то $B = A$.

2. ОПЕРАЦИИ НАД МНОЖЕСТВАМИ. ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ

Очень часто изучаемые в математике множества (чисел, точек, фигур, функций и т.д.) являются подмножествами некоторого множества, которое принимается за основное или универсальное (часто его называют «универсум»), и в рамках этой книги обозначается шестью символами — *********.

Сразу отметим, что «универсальное множество» — понятие относительное и всегда связано с определенной задачей или исследованием.

Так, например, в геометрии на плоскости в качестве него следует рассматривать множество всех точек плоскости, а различные фигуры можно считать подмножествами.

В арифметике универсальным множеством считается множество всех целых чисел и т. п.

Итак, множество всех элементов, относящихся к отдельной прикладной задаче, называется универсальным множеством.

Рассматривая универсальное множество и его подмножество A , можно найти элементы из универсума, которые не

принадлежат множеству A .

Определение 1.

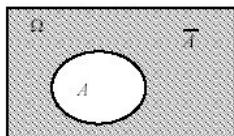


Рис.1.1.

Совокупность элементов, принадлежащих универсальному множеству Ω , но не принадлежащих подмножеству A , называется дополнением подмножества A .

Обозначим его («не A »). Таким образом, «не A » = $\{x: x \in \Omega, x \notin A\}$.

С помощью диаграммы Эйлера-Венна можно представить универсальное множество в виде прямоугольника, а подмножество A — в виде круга, расположенного внутри этого прямоугольника.

Тогда, очевидно, что заштрихованная область будет соответствовать дополнению (см. рис.1.1).

Конец ознакомительного фрагмента.

Текст предоставлен ООО «Литрес».

Прочитайте эту книгу целиком, [купив полную легальную версию](#) на Литрес.

Безопасно оплатить книгу можно банковской картой Visa, MasterCard, Maestro, со счета мобильного телефона, с платежного терминала, в салоне МТС или Связной, через PayPal, WebMoney, Яндекс.Деньги, QIWI Кошелек, бонусными картами или другим удобным Вам способом.