

Сари Лада
Математика повседневности



Сари Лада

Математика повседневности

«Автор»

2026

Лада С.

Математика повседневности / С. Лада — «Автор», 2026

Вы паркуетесь параллельно бордюру — и уже пользуетесь понятием предела. Наливаете чай и ждёте, пока он остынет, — наблюдаете дифференциальное уравнение в действии. Смотрите на обложку журнала со спортсменом, который "внезапно" перестал побеждать, — это статистика, а не проклятие. Высшая математика давно перестала быть языком одних лишь университетских аудиторий. Она — в том, как навигатор в телефоне выбирает дорогу, как банк считает проценты по вкладу, как эпидемия распространяется по офису и как алгоритм угадывает, какой фильм вам понравится вечером. Эта книга проведёт вас через девять областей высшей математики — от пределов и производных до теории игр и нейросетей — не как через свод формул, а как через способ смотреть на мир. Здесь встретятся поссорившиеся из-за первенства Ньютон и Лейбниц, Гильберт с гостиницей, в которой всегда найдётся свободный номер, и Ада Лавлейс, представившая компьютер за сто лет до его изобретения.

© Лада С., 2026

© Автор, 2026

Содержание

Предисловие	5
ЧАСТЬ I. БЕСКОНЕЧНОСТЬ И ПРЕДЕЛ — ЯЗЫК	6
ПРИБЛИЖЕНИЯ	
Глава 1. Что такое предел и почему мы им пользуемся, не замечая	6
Глава 2. Бесконечно малые: как наука приручила «почти ничто»	8
Глава 3. Парадоксы бесконечности в обычной жизни	9
ЧАСТЬ II. ПРОИЗВОДНАЯ — МАТЕМАТИКА ИЗМЕНЕНИЙ	10
Глава 4. Скорость, ускорение и спидометр	10
Глава 5. Оптимизация решений: производная как поиск лучшего момента	11
Глава 6. Экономика на кончике производной: предельные величины	12
ЧАСТЬ III. ИНТЕГРАЛ — НАКОПЛЕНИЕ И ПЛОЩАДЬ	13
Глава 7. Как накапливается эффект: от воды в ванне до чтения книг	13
Глава 8. Интеграл в медицине, кредитах и энергии	14
Глава 9. Площадь под кривой жизни: измерение непрерывных процессов	15
Конец ознакомительного фрагмента.	16

Сари Лада

Математика повседневности

Предисловие

Высшая математика кажется наукой, запертой в аудиториях университетов — где-то там, среди пределов, интегралов и дифференциальных уравнений, придуманных для того, чтобы пугать студентов инженерных специальностей. Но это не так. Всё это время высшая математика была рядом: в том, как навигатор в телефоне прокладывает маршрут, как банк рассчитывает проценты по вкладу, как распространяется вирус простуды в офисе, как рекомендательная система угадывает, какой фильм вы захотите посмотреть вечером, и даже в том, как остывает чай в кружке.

Эта книга — попытка показать высшую математику не как набор формул, а как способ мышления. Всё же в конце каждой главы приведена одна ключевая формула из этой темы — не для вычислений, а как «якорь», который помогает запомнить идею и увидеть за конкретным примером из жизни общий математический принцип.

Книга разделена на девять частей, каждая из которых посвящена одному большому разделу высшей математики. Части не обязательно читать по порядку — каждая написана так, чтобы быть самостоятельным путешествием.

ЧАСТЬ I. БЕСКОНЕЧНОСТЬ И ПРЕДЕЛ — ЯЗЫК ПРИБЛИЖЕНИЯ

Глава 1. Что такое предел и почему мы им пользуемся, не замечая

Представьте, что вы идёте к стене, каждый раз преодолевая половину оставшегося расстояния. Сначала половину комнаты, потом половину оставшегося, потом ещё половину — и так до бесконечности. Формально вы никогда не дойдёте до стены. На практике вы, конечно, в неё упрётесь. Это старейший парадокс математики — апория Зенона, сформулированная древнегреческим философом Зеноном Элейским примерно в 450 году до н. э. и остававшаяся не до конца разрешённой почти два тысячелетия — и разгадывается он одним из самых важных понятий высшей математики: пределом.

Предел — это то значение, к которому стремится процесс, даже если он никогда не достигает его за конечное число шагов. Идея кажется абстрактной, но мы используем её постоянно. Когда вы паркуетесь параллельно бордюру, вы совершаете серию всё более мелких корректировок руля, приближаясь к идеальному положению машины — и в какой-то момент останавливаетесь, потому что дальнейшие поправки уже не имеют значения. Это и есть предел на практике: точность приближения становится достаточной, и процесс останавливается.

Похожая логика лежит в основе того, как работают весы в супермаркете или термометр в квартире: их показания — это предел бесконечной последовательности всё более точных измерений, где мы просто договорились остановиться на удобном уровне детализации (граммы, десятые доли градуса).

Предел также объясняет, почему некоторые вещи в жизни никогда не достигают «идеала», но приближаются к нему сколь угодно близко. Спортсмен, улучшающий рекорд на сотые доли секунды, компания, снижающая процент брака на производстве, — все они движутся к пределу, который, возможно, никогда не будет достигнут полностью, но к которому можно приближаться бесконечно.

Если каждый следующий шаг короче предыдущего в q раз (в нашем примере — вдвое, то есть $q = 0,5$), а первый шаг имеет длину a_1 , то итоговое расстояние до стены — это сумма всех шагов, то есть сумма бесконечной убывающей геометрической прогрессии.

$$S = \frac{a_1}{1 - q}$$

S — итоговое расстояние до стены, a_1 — длина первого шага, q — во сколько раз каждый следующий шаг короче предыдущего.

Глава 2. Бесконечно малые: как наука приручила «почти ничто»

Ньютон и Лейбниц, работая независимо друг от друга в 1665–1675 годах, придумали способ работать с величинами, которые бесконечно малы, но не равны нулю. Это звучит как философский трюк, но именно эта идея позволила описать движение, рост и изменение — то, чем непрерывно занят окружающий мир. Открытие независимо друг от друга, что обычно повод для научного праздника, в этот раз обернулось склокой: Ньютон, пользуясь положением президента Лондонского королевского общества, добился, чтобы специальная «независимая» комиссия этого же общества официально обвинила Лейбница в плагиате. Спор о первенстве длился десятилетиями и поссорил математиков Англии и континентальной Европы почти на столетие.

В повседневной жизни мы постоянно имеем дело с процессами, которые удобно представлять как сумму бесконечно многих бесконечно малых шагов. Например, когда вы наполняете ванну водой, объём воды в любой момент времени — это результат бесконечно частого, бесконечно малого добавления жидкости.

Идея бесконечно малых также объясняет, почему инженеры могут рассчитывать нагрузку на мост, а метеорологи — скорость ветра в конкретной точке неба: сложные непрерывные системы разбиваются на воображаемые бесконечно малые кусочки, каждый из которых уже достаточно прост, чтобы его понять, а затем эти кусочки снова «собираются» в целое.

Мы берём два очень близких момента времени, делим изменение расстояния на изменение времени — а потом мысленно сближаем эти моменты всё теснее и теснее, пока промежуток между ними не станет исчезающе малым.

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

производная — это предел отношения приращения функции к приращению аргумента, когда шаг Δx становится бесконечно малым; именно так формализуется идея «мгновенной» скорости изменения.

Глава 3. Парадоксы бесконечности в обычной жизни

Бесконечность обманчива именно потому, что наша интуиция откалибрована на конечные числа. Представьте гостиницу с бесконечным числом номеров, все из которых заняты. Может ли она принять ещё одного гостя? Удивительно, но да — если попросить каждого постояльца переехать из номера n в номер $n+1$, освободится первый номер. Это знаменитый парадокс «Отеля Гильберта», который немецкий математик Давид Гильберт использовал в лекции 1924 года, чтобы наглядно показать свойства бесконечных множеств, и он показывает: бесконечность не просто «очень много», она устроена иначе, чем любое конечное число. У этой истории есть послесловие. Гильберт всю жизнь верил, что математику можно свести к конечному набору правил, из которых выводимо буквально всё истинное, и в 1930 году произнёс в радиоэфире знаменитую фразу «Мы должны знать — мы будем знать». Но буквально на следующий день, на той же самой конференции, никому тогда не известный 24-летний логик Курт Гёдель уже доказал теорему о неполноте: в любой достаточно сложной математической системе всегда найдутся истинные утверждения, которые в принципе нельзя ни доказать, ни опровергнуть её средствами. Гильберт, по свидетельствам современников, узнал об этом далеко не сразу и был этим открытием крайне раздосадован.

В повседневной жизни отголоски этой логики встречаются в так называемом парадоксе дней рождения, в устройстве очередей (почему увеличение количества касс вдвое не всегда сокращает очередь вдвое) и в том, как мы воспринимаем деление ресурсов: интуитивно кажется, что бесконечно делимый ресурс (например, время) можно распределить «поровну до бесконечности», но на практике всегда есть предел практической делимости — секунда, минута, рабочий день.

Понимание того, что бесконечность подчиняется своим, не похожим на конечные числа, правилам, помогает избегать логических ловушек — например, ошибочного вывода о том, что раз ресурсов «бесконечно много», ими можно распоряжаться без ограничений здесь и сейчас.

$$n \rightarrow n + 1$$

правило переселения постояльцев отеля Гильберта — простое взаимно-однозначное соответствие, которое освобождает номер 1, даже когда гостиница уже «полностью занята».

ЧАСТЬ II. ПРОИЗВОДНАЯ — МАТЕМАТИКА ИЗМЕНЕНИЙ

Глава 4. Скорость, ускорение и спидометр

Производная отвечает на один простой вопрос: насколько быстро что-то меняется прямо сейчас. Спидометр в автомобиле — это готовый, овестьствованный ответ на этот вопрос. Он не показывает, сколько километров вы проехали, он показывает, как быстро меняется пройденное расстояние в данный конкретный момент — то есть буквально показывает значение производной, в данном случае скорость.

Если спидометр — это производная расстояния по времени, то нажатие на педаль газа меняет уже саму скорость — а изменение скорости называется ускорением, то есть производной от производной. Мы ощущаем ускорение телом: именно оно вжимает нас в кресло при разгоне и толкает вперёд при торможении, хотя скорость в этот момент может быть любой — важно именно то, как быстро она меняется.

Эта же логика работает не только в физике. Когда экономисты говорят, что «инфляция замедляется», это не значит, что цены снижаются — это значит, что снижается скорость роста цен, то есть производная от уровня цен становится меньше, оставаясь при этом положительной. Путаница между «величиной» и «скоростью её изменения» — одна из самых частых ошибок в чтении новостей об экономике, и производная — именно тот инструмент, который эту путаницу проясняет.

$$v = \frac{ds}{dt}, \quad a = \frac{dv}{dt}$$

скорость v — производная пути s по времени; ускорение a — производная скорости по времени (то есть вторая производная пути).

Глава 5. Оптимизация решений: производная как поиск лучшего момента

Одно из самых практичных свойств производной в том, что в точке максимума или минимума какой-либо величины скорость её изменения равна нулю. Этот приём отыскания экстремумов через равенство «скорости изменения» нулю предложил ещё в 1630-х годах французский юрист и математик-любитель Пьер Ферма, задолго до того, как Ньютон и Лейбниц оформили производную как самостоятельное понятие. Мяч, подброшенный вверх, на мгновение останавливается в высшей точке — его скорость (производная высоты) в этот момент равна нулю, прежде чем он начнёт падать.

Эта идея лежит в основе огромного числа повседневных решений об оптимизации. Пекарня, определяющая, сколько хлеба выпекать, чтобы одновременно не выбрасывать лишнее и не упускать продажи, ищет ту самую точку, где предельная выгода от выпечки ещё одной булки уравнивается с предельными издержками. Приложение для доставки еды, выбирающее оптимальную цену на позицию в меню, ищет точку, где дальнейшее повышение цены перестаёт увеличивать выручку. Во всех этих случаях интуитивно нащупывается тот же принцип, который производная формализует: лучшее решение часто находится там, где скорость изменения результата от дальнейших усилий обращается в ноль.

$$f'(x) = 0$$

в точке максимума или минимума величины скорость её изменения обращается в ноль — именно так пекарня нащупывает оптимальный объём выпечки, а мяч застывает в верхней точке полёта.

Глава 6. Экономика на кончике производной: предельные величины

Экономисты используют понятие «предельной величины» повсеместно: предельная полезность, предельные издержки, предельный доход. Всё это — производные. В экономической науку эту идею в 1870-х годах независимо друг от друга ввели участники так называемой «маржиналистской революции» — Уильям Джевонс, Карл Менгер и Леон Вальрас. Примечательно, что все трое работали в разных странах — Джевонс в Манчестере, Менгер в Вене, Вальрас в Лозанне — и ни один не знал о работах остальных. Предельная полезность — это то, насколько сильно вырастет ваше удовольствие от ещё одного кусочка пиццы, когда вы уже съели три. Обычно она убывает: четвёртый кусок радует меньше первого, а десятый может не радовать вовсе — и здесь мы интуитивно оперируем производной насыщения по количеству съеденного. В каждом случае решение — тратить ли ещё один час, ещё один рубль, ещё одно усилие — принимается не по общей величине выгоды, а по её предельному приращению.

$$MC = \frac{dC}{dQ}$$

предельные издержки — производная общих издержек C по объёму выпуска Q : во сколько обойдётся производство ещё одной, дополнительной единицы товара. Например, если издержки завода заданы функцией $C(Q) = 3Q^2 + 5Q + 100$, то предельные издержки $MC = 6Q + 5$ — а значит, при любом объёме Q каждая следующая единица товара обходится дороже предыдущей ровно на $6Q + 5$.

ЧАСТЬ III. ИНТЕГРАЛ — НАКОПЛЕНИЕ И ПЛОЩАДЬ

Глава 7. Как накапливается эффект: от воды в ванне до чтения книг

Если производная отвечает на вопрос «как быстро меняется величина», то интеграл — на противоположный: «сколько накопилось, если известна скорость изменения». Наполняя ванну водой при известном напоре крана, можно вычислить, сколько воды накопится за десять минут, даже если напор менялся. Интеграл — это математический способ «сложить» бесконечно много бесконечно малых порций и получить итоговую сумму.

Мы постоянно интуитивно интегрируем в быту. Если вы читаете по 20 страниц в день, но иногда пропускаете дни, а иногда читаете вдвое больше обычного, то общее количество прочитанных страниц за месяц — это интеграл вашей «скорости чтения» по времени. То же самое происходит, когда вы копите деньги при переменном доходе, когда организм накапливает усталость за неделю с разной нагрузкой по дням, или когда счётчик воды в квартире суммирует расход при постоянно меняющемся напоре.

$$V = \int Q(t) dt$$

объём воды в ванне V — интеграл мгновенного напора крана $Q(t)$ по времени: сумма бесконечно многих бесконечно малых порций жидкости.

Глава 8. Интеграл в медицине, кредитах и энергии

В медицине интеграл помогает понять, как действует лекарство: врача интересует не только концентрация вещества в крови в конкретный момент, но и суммарное воздействие препарата за всё время его нахождения в организме — то есть площадь под кривой концентрации, вычисляемая именно интегрированием.

В финансах интеграл прячется в расчёте процентов по вкладу с меняющейся ставкой или в переменных платежах по кредиту: банк суммирует (интегрирует) начисления за каждый бесконечно малый промежуток времени, чтобы получить итоговую сумму долга или дохода. В энергетике счётчик электричества делает буквально то же самое: мгновенная мощность, потребляемая холодильником, компьютером и чайником, меняется поминутно, но счётчик исправно интегрирует эту мощность по времени, выдавая итоговое число киловатт-часов в конце месяца.

$$AUC = \int C(t) dt$$

суммарное воздействие лекарства на организм врачи оценивают как площадь под кривой концентрации $C(t)$ во времени — её и называют AUC , «площадь под кривой».

Глава 9. Площадь под кривой жизни: измерение непрерывных процессов

Геометрически интеграл — это площадь фигуры, ограниченной кривой. Эта простая идея объясняет множество измерительных задач: как рассчитать площадь неправильного земельного участка, объём водохранилища неправильной формы или количество краски, нужное для покраски изогнутой поверхности лодки — при условии, что форму этой поверхности можно описать математической функцией.

Конец ознакомительного фрагмента.

Текст предоставлен ООО «Литрес».

Прочитайте эту книгу целиком, [купив полную легальную версию](#) на Литрес.

Безопасно оплатить книгу можно банковской картой Visa, MasterCard, Maestro, со счета мобильного телефона, с платежного терминала, в салоне МТС или Связной, через PayPal, WebMoney, Яндекс.Деньги, QIWI Кошелек, бонусными картами или другим удобным Вам способом.