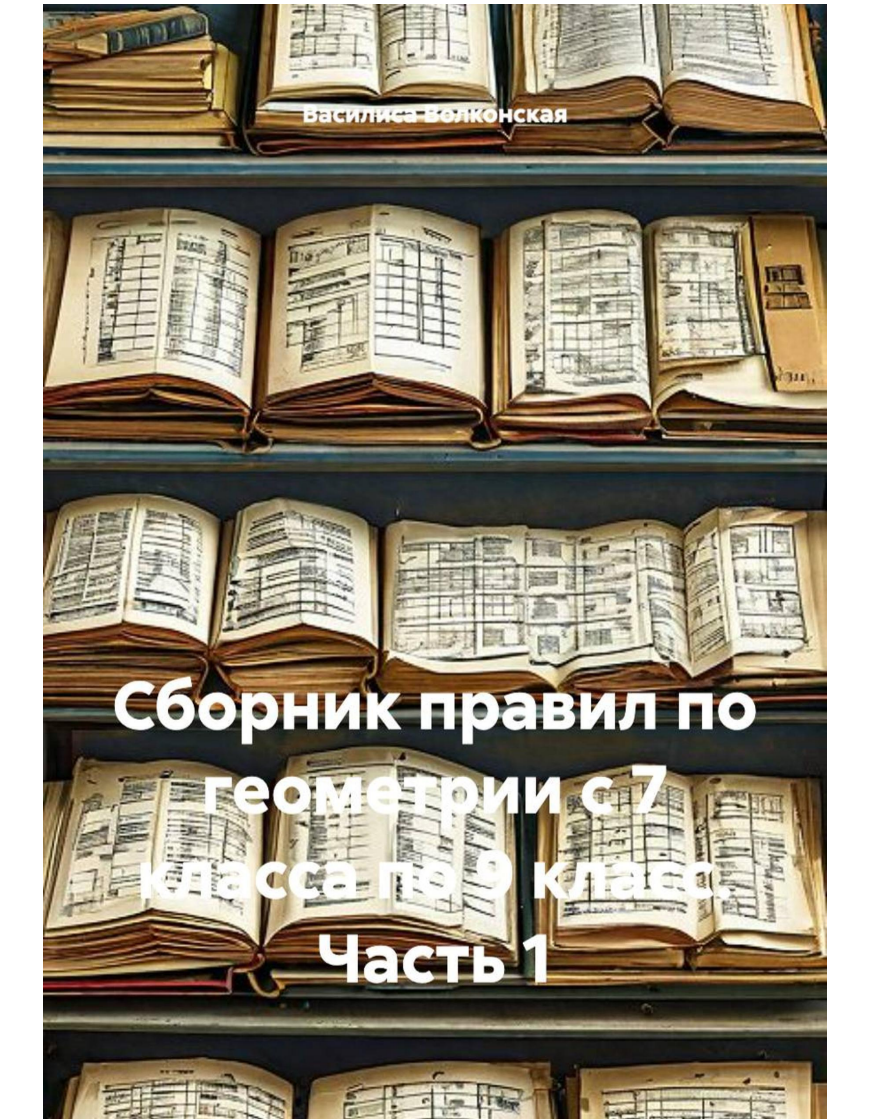




Басилиса Волконская

**Сборник правил по
геометрии с 7
класса по 9 класс
Часть 1**

Василиса Волконская
Сборник правил по геометрии
с 7 класса по 9 класс. Часть 1

<https://litres.ru/74304678>

SelfPub; 2026

Аннотация

В серии этих книг собрано много методик по решению и школьной математики и высшей математики. В книгах подробно разобраны различные примеры, для сдачи экзаменов и в школе и в университете. Собраны многие правила и методики решения задач. Материал написан доступно для любого среднего ученика, который хочет понять математику, а не бездумно ее списать.

Василиса Волконская

Сборник правил по геометрии с 7 класса по 9 класс. Часть 1

Содержание:

- 1) Основные понятия геометрии.
- 2) Основные геометрические фигуры.
- 3) Аксиомы планиметрии.
- 4) Виды углов.
- 5) Расположение прямых, на плоскости.
- 6) Градусная мера угла.
- 7) Треугольник.
- 8) Сумма углов треугольника.
- 9.1 Биссектриса угла.
- 9.2 Биссектриса треугольника и ее свойства.
- 9.3 Медиана треугольника и ее свойства.
- 9.4 Высота треугольника и ее свойства.
- 9.5 Серединный перпендикуляр к отрезку и его свойства.
- 10) Равнобедренный треугольник и его свойства.
- 11) Равносторонний треугольник и его свойства.
- 12) Прямоугольный треугольник и его свойства.

- 13) Теорема Пифагора.
- 14) Неравенство треугольника.
- 15) Соотношения между сторонами и углами треугольника.
- 16) Признаки равенства треугольников.
- 17) Признаки равенства прямоугольных треугольников.
- 18) Признаки равенства равнобедренных треугольников.
- 19) Теорема о внешнем угле треугольника.
- 20) Признак равенства равносторонних треугольников.
- 21) Виды углов образованных двумя прямыми и секущей прямой.
- 22) Признаки параллельности прямых.
- 23) Свойства углов, образованных двумя параллельными прямыми и секущей
- 24) Углы с соответственно параллельными или перпендикулярными сторонами.
- 25) Теорема Фалеса.
- 26) Теорема обратная теореме Фалеса.
- 27) Подобные треугольники и их свойства.
- 28) Признаки подобия треугольников.
- 29)) Определение равных треугольников.
- 30) Признаки равенства треугольников по различным элементам.
- 31) Средняя линия треугольника.
- 32) Теорема, обратная теореме Пифагора.
- 33) Тригонометрия для 9 класса.

- 34) Соотношения между сторонами и углами, в прямоугольном треугольнике.
- 35) Теорема синусов.
- 36) Теорема косинусов.
- 37) Теорема о треугольниках с равными углами.
- 38) Теоремы о площади треугольника.
- 39) Формула Герона.
- 40) Вычисление площади треугольника через радиус вписанной окружности.
- 41) Вычисление площади через радиус описанной окружности.
- 42) Теорема о делительном отрезке треугольника.
- 43) Теорема Менелая.
- 44) Теорема Чебы.
- 45) Выпуклые четырехугольники.
- 46) Сумма внутренних углов выпуклого четырехугольника.
- 47) Параллелограмм и его свойства.
- 48) Ромб и его свойства.
- 49) Прямоугольник и его свойства.
- 50) Квадрат и его свойства.
- 51.3 Виды трапеций и их свойства.
- 51) Трапеция и ее свойства.
- 52) Средняя линия трапеции и ее свойства.
- 53) Схема распределения четырехугольников.
- 54) Дополнительные свойства ромба.

- 55) Площади четырехугольников.
- 56) Вписанная и описанная окружность.
- 57) Вписанная окружность.
- 58) Теоремы о треугольниках с вписанной окружностью.
- 59) Теорема об окружности, вписанной в четырехугольник.
- 60) Четырехугольники, в которые можно или нельзя вписать окружность.
- 61) Описанная окружность.
- 62) Четырехугольники, которые можно или нельзя вписать в окружность.
- 63) Обратные теоремы о вписанной и описанной окружности.
- 64) Многоугольники.
- 65) Выпуклые многоугольники и их виды.
- 66) Внутренний и внешний угол многоугольника.
- 67) Сумма внутренних и внешних углов многоугольника.
- 68) Правильные многоугольники.
- 69) Вычисление внутреннего и внешнего угла правильного многоугольника.
- 70) Вписанные и описанные многоугольники.
- 71) Окружность, описанная около правильного многоугольника.
- 72) Окружность, вписанная в правильный многоугольник.
- 73) Связь между вписанной и описанной окружностями, в правильный многоугольник.

74) Формулы для вычисления площади, периметра, стороны и радиуса, вписанной и описанной окружности в правильном многоугольнике.

75) Формулы для вычисления элементов для правильных многоугольников (частные случаи).

76) Расстояние от точки до прямой.

77) Расстояние между параллельными прямыми.

78) Определение биссектрисы смежных углов.

79) Осевая симметрия.

80) Центральная симметрия.

81) Теорема о площадях треугольников образованных при пересечении одной стороны треугольника разделенной на равные части лучами, выходящими из противоположной вершины.

82) Определение серединного перпендикуляра к отрезку.

83) Расстояние между двумя точками.

84) Пропорциональные отрезки в прямоугольном треугольнике.

1)) Основные понятия геометрии.

Планиметрия - это раздел геометрии, который изучает свойства фигур на плоскости.

Аксиома - это утверждение, которое принимается без доказательства.

Теорема - это утверждение, которое нужно доказывать, при помощи аксиом или ранее доказанных теорем.

Следствие - это теорема, которая выходит из другой теоремы.

Прямая теорема - это свойство, какого либо понятия.

Обратная теорема - это признак, какого либо понятия.

Понятие - это форма логического мышления; образ, фиксирующий общие и существенные признаки и свойства предметов и явлений; и отношения между ними.

Правило - это множество, которое отвечает определенному понятию.

2)) Основные геометрические фигуры.

Точка - это самая простая геометрическая фигура, которая не имеет размерных характеристик.

У геометрической точки нет длины, площади, объема или других размерных характеристик.

Точка - это единственная фигура, которую нельзя разбить на части.

— || —

Прямая - это ровная линия, которая не имеет ни конца, ни начала; и состоит из множества точек.

Плоскость - это поверхность, содержащая полностью каждую прямую, соединяющую любые две точки.

Отрезок - это, часть прямой, которая ограничена двумя точками.

Луч - это часть прямой, которая имеет начало и не имеет конца.

Угол - это геометрическая фигура, состоящая из двух лучей, выходящих из одной точки. Точка является вершиной угла.

3)) Аксиомы планиметрии.

3.1 Аксиомы принадлежности.

1. Каждой прямой принадлежит, по крайней мере, две точки.

2. Имеются, по крайней мере, три точки, не лежащие на одной прямой.

3. Через любые две точки, проходит прямая и притом только одна.

4. Из трех точек, одна и только одна, лежит между двумя другими.

5. Каждая точка прямой разделяет ее на две части (два луча) так, что любые две точки одного и того же луча, лежат по одну сторону от начала луча (точки O); а любые две точки разных лучей лежат по разные стороны от начала луча (точки O).

6. Каждая прямая (a), разделяет плоскость на две части (две полуплоскости) так, что любые две точки одной и той же полуплоскости, лежат по одну сторону от прямой (a); а любые две точки разных полуплоскостей, лежат по разные стороны от прямой (a).

3.2 Аксиомы наложения и равенства фигур.

7. Если при наложении совмещаются концы двух отрез-

ков, то совмещаются и сами отрезки.

8. На любом луче от его начала, можно отложить отрезок, равный данному лучу; и при том только один.

9. От любого луча в данную полуплоскость, можно отложить угол, равный данному не развернутому углу; и при том только один.

10. Любой угол можно совместить наложением с равным ему углом, двумя способами:

1. Так, что одни лучи совместятся с другими лучами, на одной стороне угла и другой стороне угла.

2. И так, что один угол перевернется; и совместятся другие лучи друг с другом.

11. Любая фигура равна самой себе.

12. Если первая фигура равна второй фигуре, а вторая фигура равна третьей фигуре, то первая фигура равна третьей фигуре.

13. Если первая фигура равна второй фигуре, то вторая фигура равна первой фигуре.

3.3 Аксиомы измерения отрезков.

14. При выбранной единице измерения отрезков, длина каждого отрезка выражается положительным числом.

15. При выбранной единице измерения отрезков, для любого положительного числа существует отрезок, длина которого выражается этим числом.

3.4 Аксиома параллельности.

16. Через точку, не лежащую на данной прямой, проходит

только одна прямая параллельная данной.

4)) Виды углов.

1. Острый угол (меньше 90 градусов).

2. Прямой угол (равный 90 градусов).

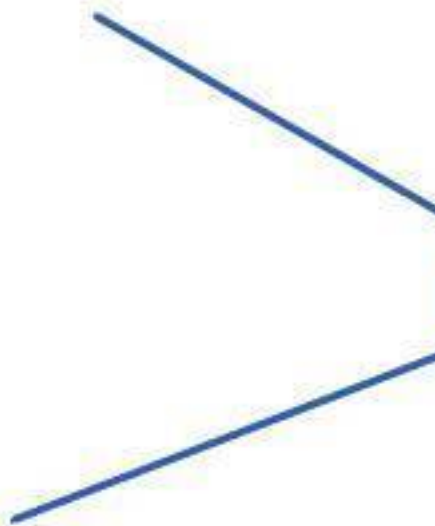
3. Тупой угол (больше 90 градусов, но меньше 180 градусов).

4. Развернутый угол (равный 180 градусов).

— || —

4.1 Углы образованные двумя прямыми.

1. Вертикальные.



Определение:

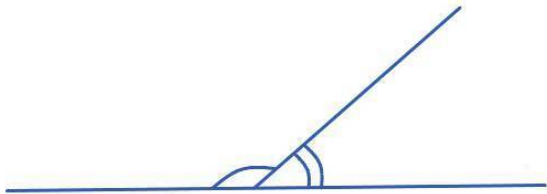
Углы, у которых стороны одного угла являются продолжениями сторон другого угла, называются вертикальными.

— || —

Свойство вертикальных углов:

Вертикальные углы равны.

2. Смежные углы.



Определение:

Углы, у которых одна сторона общая; а две другие стороны, являются продолжениями друг друга, называются смежными.

— || —

Свойства смежных углов.

Сумма смежных углов равна 180 градусов.

5)) Расположение прямых, на плоскости.

1. Прямые совпадают (много общих точек).

2. Прямые пересекаются (одна общая точка).

3. Прямые параллельны (нет общих точек).

— || —

Особый вид пересекающихся прямых.

Перпендикулярные прямые.

Две пересекающиеся прямые называются перпендикулярными, если они образуют четыре прямых угла.

6)) Градусная мера угла.

Градус - это угол равный одной сто восьмидесятой части развернутого угла.

Положительное число, которое показывает сколько раз градус и его части, укладываются в данном угле, называется градусной мерой угла.

Градусы делятся на более мелкие единицы, которые называются минутами и секундами.

1° один градус.

$1^{\circ} = 1/180$ развернутого угла.

$1'$ одна минута.

$1' = 1/60$ градуса.

$1''$ одна секунда.

$1'' = 1/60$ минуты $= 1/3600$ градуса.

$1^{\circ} = 60' = 3600''$

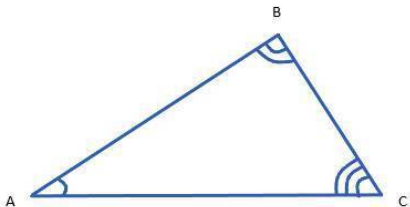
7)) Треугольник.

Треугольник - это геометрическая фигура, которая образуется соединением отрезками трех точек, не лежащих на одной прямой.

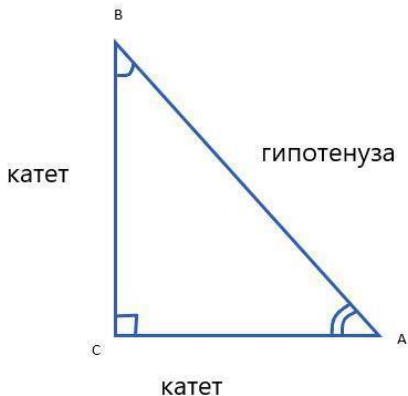
Треугольник - это многоугольник, который имеет три стороны и три угла.

7. 1 Виды треугольников по углам.

1. Остроугольный треугольник. Все три угла острые.



2. Прямоугольный треугольник. Один угол прямой и два угла острые.



Сторона, лежащая против прямого угла, называется гипотенузой.

А стороны прилежащие к прямому углу; или стороны, лежащие против острых углов; называются катетами.

3. Тупоугольный треугольник. Один угол тупой и два угла острые.

A



7.2 Виды треугольников по сторонам.

7.2.1 Разносторонний треугольник (все стороны разные)

1. Остроугольный.
2. Прямоугольный.
3. Тупоугольный.

7.2.2 Равнобедренный треугольник (две стороны равны).

1. Остроугольный.
2. Прямоугольный.
3. Тупоугольный.

7.2.3 Равносторонний треугольник (три стороны равны).

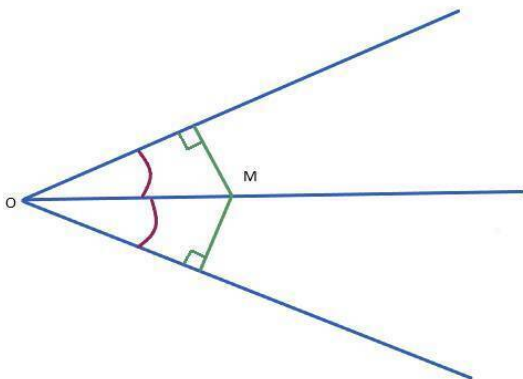
— || —

8)) Сумма углов треугольника.

Сумма углов треугольника равна 180° градусов.

9)) Биссектриса, медиана, высота и серединный перпендикуляр.

9.1 Биссектриса угла.



1. Определение:

Луч, выходящий из вершины угла и делящий его на два равных угла, называется биссектрисой угла.

2. Свойство биссектрисы угла.

Каждая точка биссектрисы угла равноудалена от сторон угла.

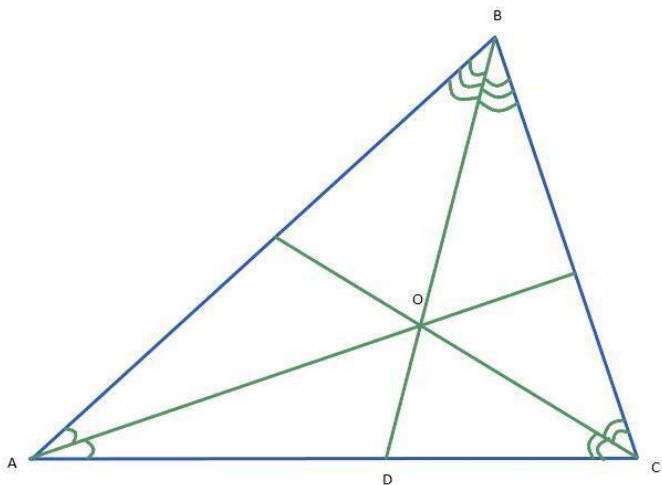
9.2 Биссектриса треугольника.

1. Определение:

Отрезок биссектрисы угла треугольника, соединяющий

вершину треугольника с точкой противоположной стороны треугольника, называется биссектрисой угла.

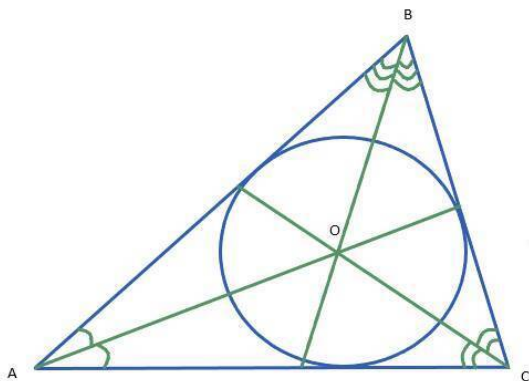
В треугольнике есть три биссектрисы.



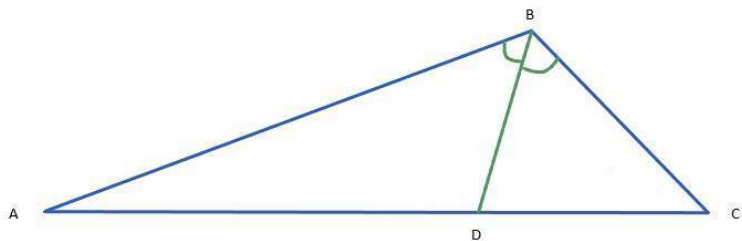
2. Свойства биссектрис треугольника.

- 1) Биссектрисы делят углы треугольника пополам.
- 2) Биссектрисы треугольника пересекаются в одной точке, внутри треугольника.
- 3) Точка пересечения биссектрис, является центром впи-

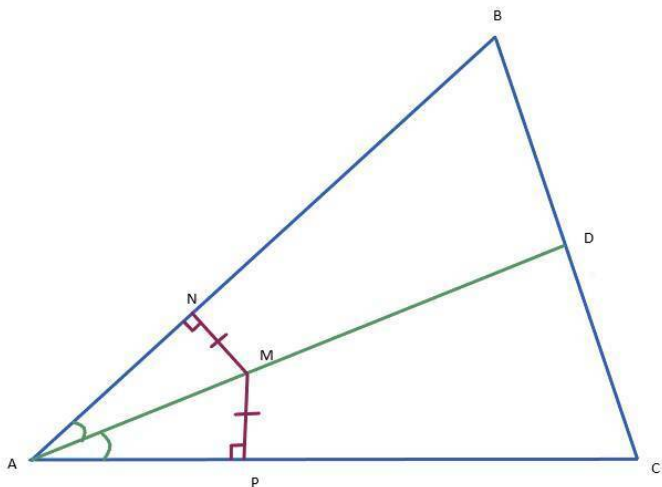
санной окружности.



4) Биссектриса делит противоположащую сторону треугольника на отрезки, пропорциональные прилежащим к углу сторонам.



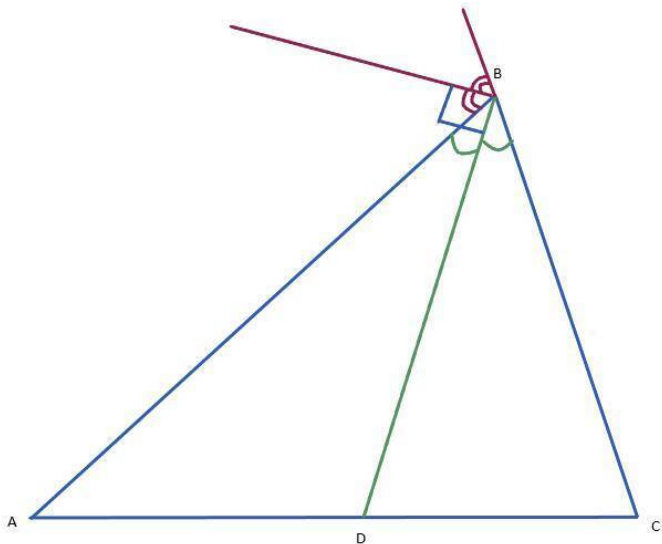
5) Биссектриса угла треугольника равноудалена от сторон треугольника.



$$MN = MP$$

MN и MP расстояния от любой точки на биссектрисе, до сторон угла треугольника.

б) Биссектриса внутреннего угла треугольника, перпендикулярна биссектрисе смежного с ним внешнего угла.

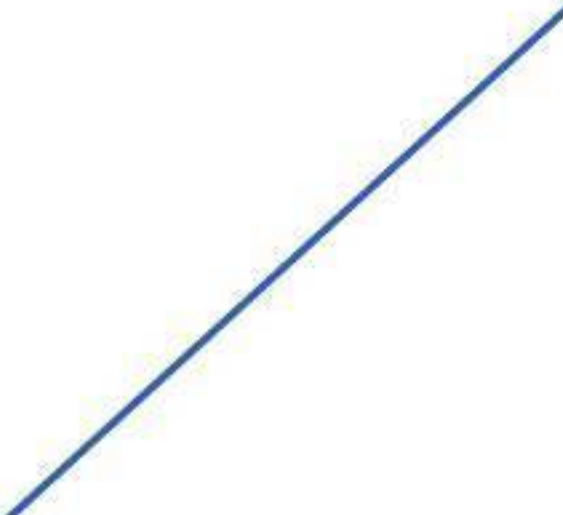


Внешний угол треугольника - это смежный угол с внутренним углом.

9.3 Медиана треугольника.

1. Определение.

Медиана треугольника - это отрезок, соединяющий вершину треугольника с серединой противоположной стороны.

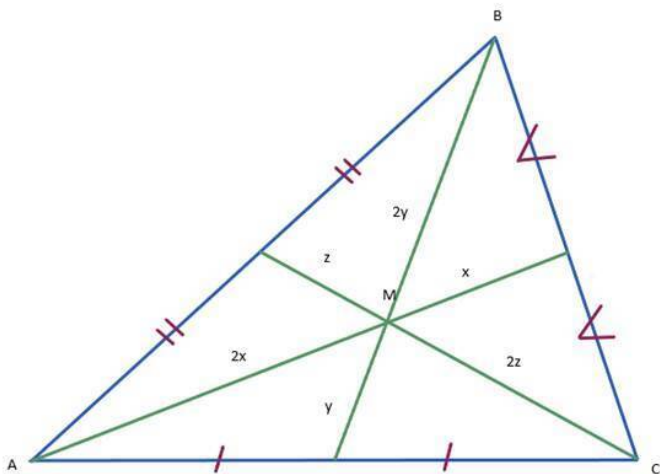


2. Свойства медианы треугольника.

1) Медиана делит сторону треугольника пополам.

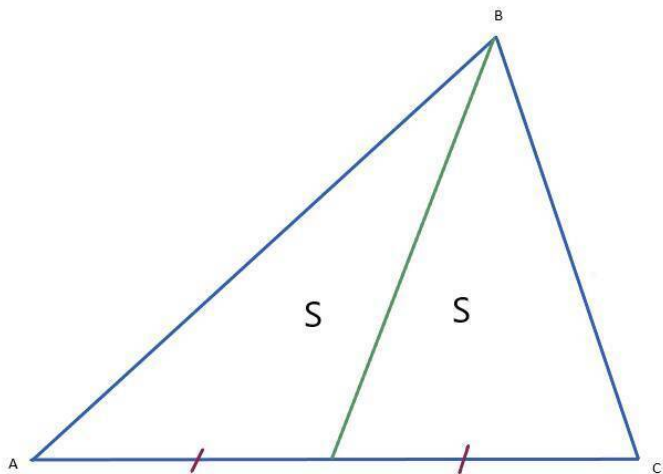
2) Все медианы треугольника пересекаются в одной точке, внутри треугольника.

3) Медианы точкой пересечения делятся 2:1, считая от вершины угла.



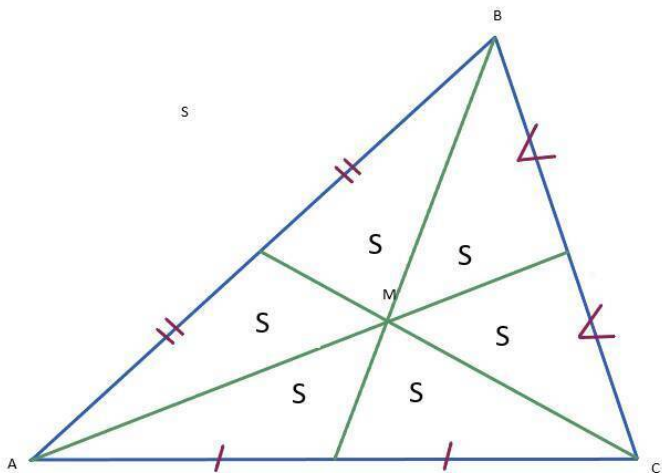
4) Медиана делит треугольник на два равновеликих тре-

угольника.



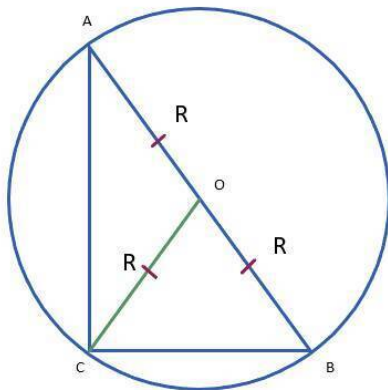
Треугольники называются равновеликими, если их площади равны. А сами они могут быть и не равны.

5) Три медианы делят треугольник на шесть равновеликих треугольников.



Равновеликие фигуры - это фигуры, у которых площади равны. А сами они могут быть и не равны.

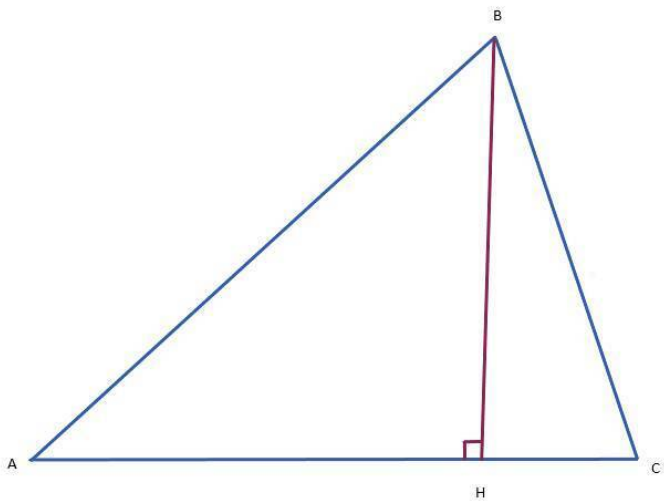
6) Медиана, в прямоугольном треугольнике проведенная к гипотенузе, равна половине гипотенузы; и равна радиусу описанной около треугольника окружности.

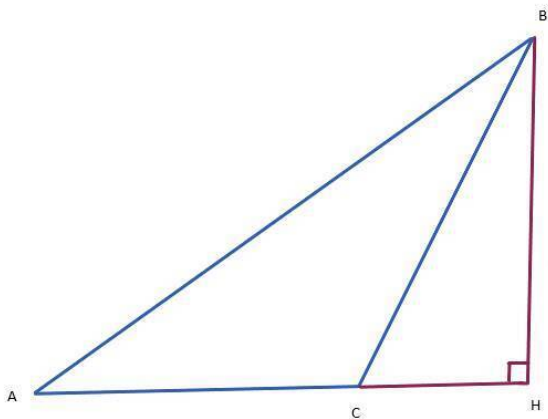


9.4 Высота треугольника.

1. Определение.

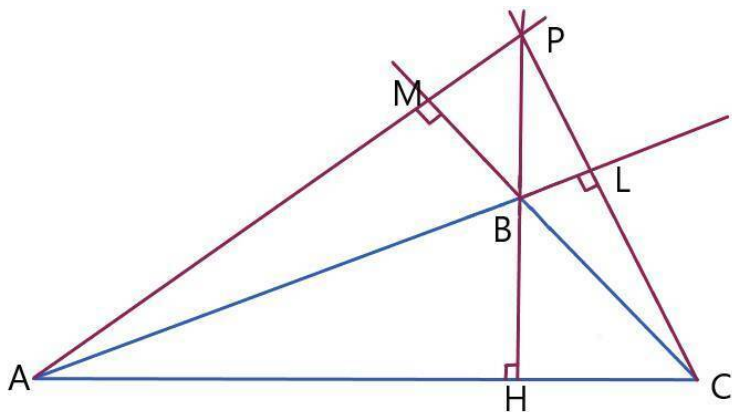
Высота - это перпендикуляр, проведенный из вершины треугольника на прямую, содержащую противоположную сторону треугольника.



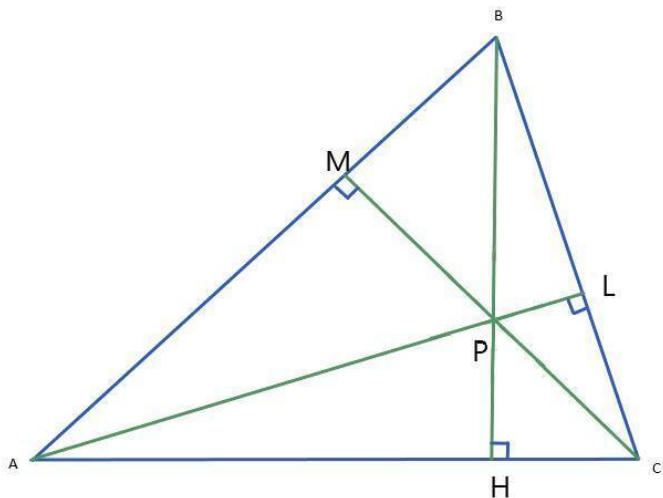


2. Свойства высот треугольника.

2.1 Все высоты треугольника пересекаются в одной точке, которая является ортоцентром.



1. Остроугольный треугольник (высоты пересекаются внутри треугольника).

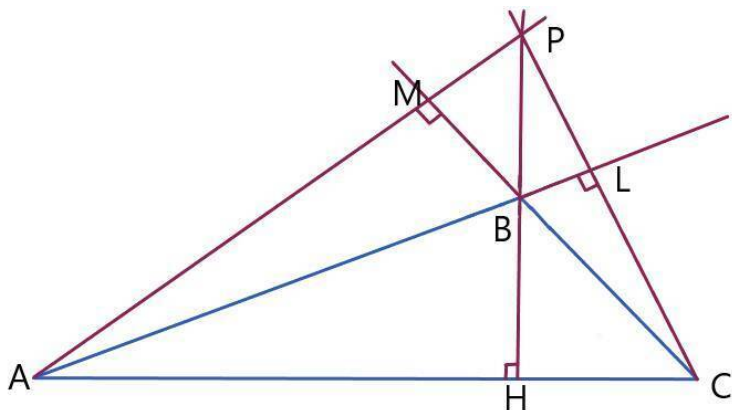


2. Прямоугольный треугольник (высоты пересекаются в вершине прямого угла)

B



3. Тупоугольный треугольник (высоты пересекаются снаружи)



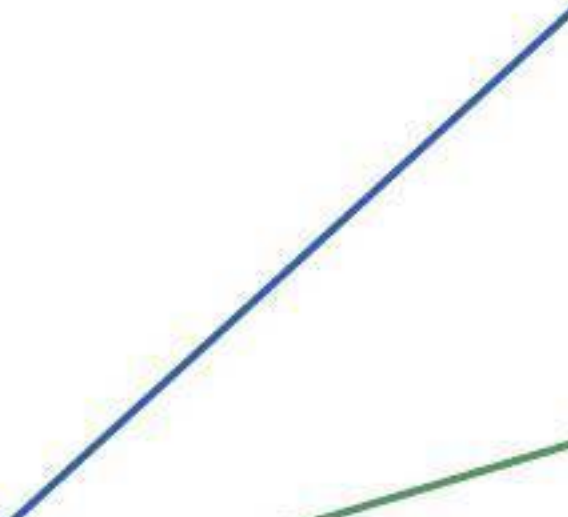
2.2 При пересечении двух высот треугольника, образуются подобные треугольники.

1. Остроугольный треугольник.

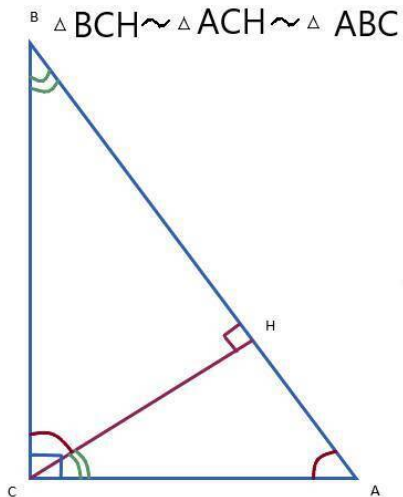
$$\Delta APH \sim \Delta BPH$$

$$\Delta BPM \sim \Delta CPH$$

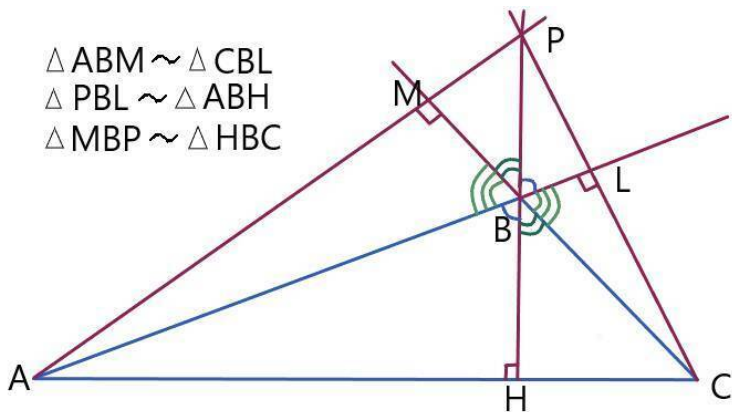
$$\Delta APM \sim \Delta CPL$$



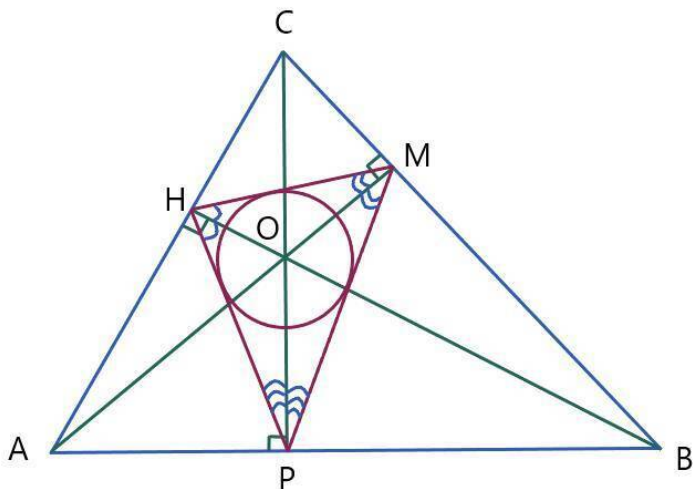
2. Прямоугольный треугольник.



3. Тупоугольный треугольник.



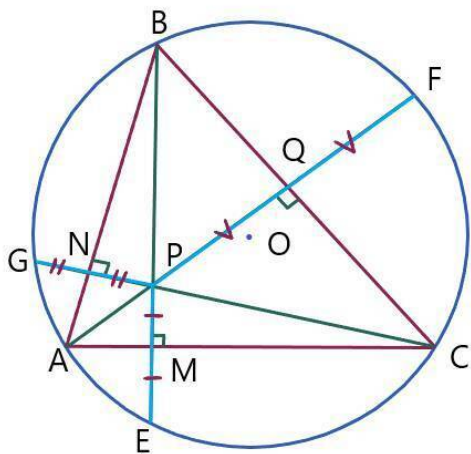
2.3 Точка пересечения высот в остроугольном треугольнике, является центром окружности, вписанной в его орто-треугольник.

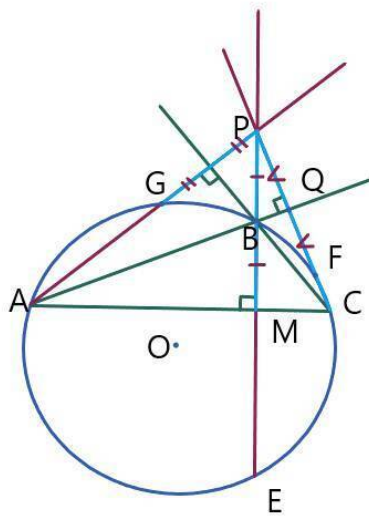


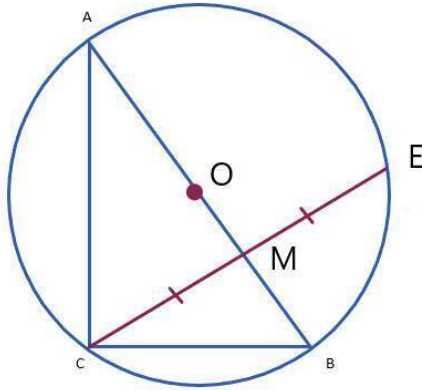
Ортотреугольник - это треугольник, вершинами которого являются основания высот другого треугольника.

Если точка пересечения высот - это центр вписанной окружности, то высоты остроугольного треугольника, являются биссектрисами ортотреугольника.

2.4 Точки, которые симметричны ортоцентру треугольника, относительно его сторон, лежат на окружности, описанной около этого треугольника.







Ортоцентр - это точка пересечения высот.

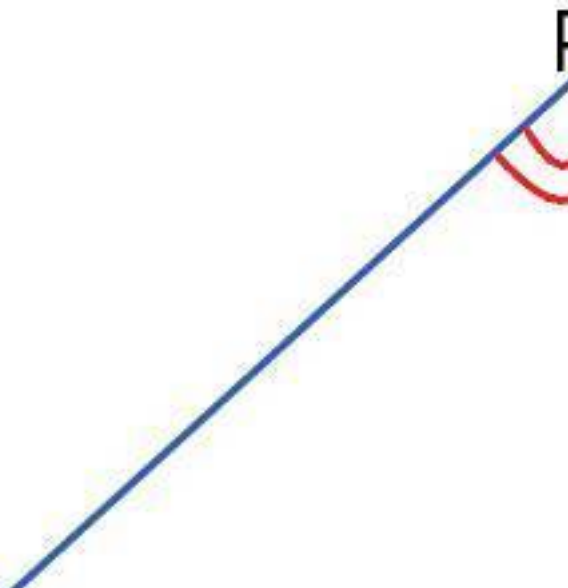
2.5 В любом треугольнике, отрезок соединяющий основания двух высот треугольника, отсекает треугольник, подобный данному треугольнику.

1. Остроугольный треугольник.

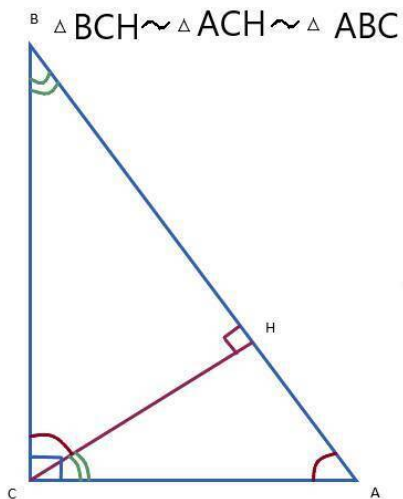
$$\triangle ABC \sim \triangle BPH$$

$$\angle BPH = \angle BAC$$

$$\angle BHP = \angle BCA$$

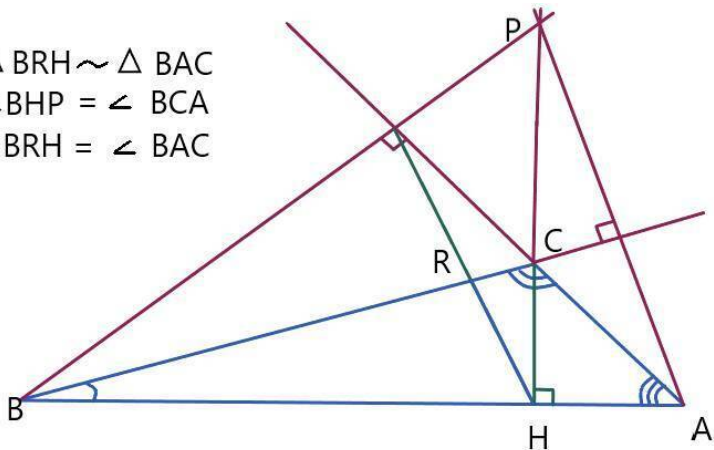


2. Прямоугольный треугольник.

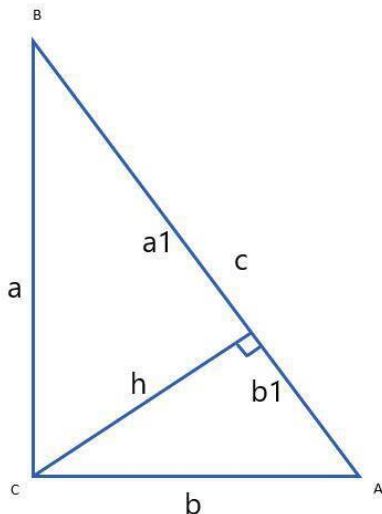


3. Тупоугольный треугольник.

$$\begin{aligned}\triangle BRH &\sim \triangle BAC \\ \angle BHP &= \angle BCA \\ \angle BRH &= \angle BAC\end{aligned}$$



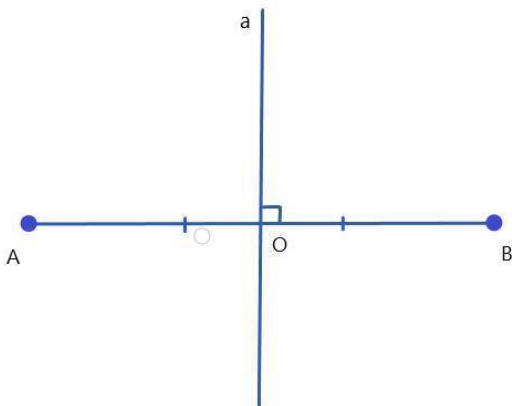
2.6 В прямоугольном треугольнике высота, проведенная из вершины прямого угла, есть среднее пропорциональное для отрезков, на которые делится гипотенуза этой высотой. Из этой теоремы следуют формулы.



9.5 Серединный перпендикуляр к отрезку.

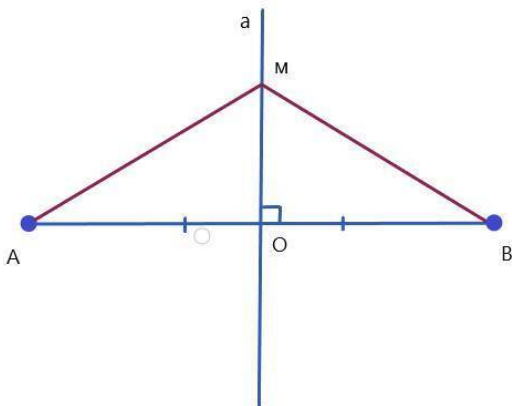
1. Определение.

Серединным перпендикуляром к отрезку, называется прямая, проходящая через середину данного отрезка, и перпендикулярная к нему.



2. Свойство серединного перпендикуляра.

Каждая точка серединного перпендикуляра к отрезку, равноудалена от концов отрезка.



М - любая точка серединного перпендикуляра.

$$AM = MB$$

9. 6 Серединные перпендикуляры в треугольнике.

1. Определение.

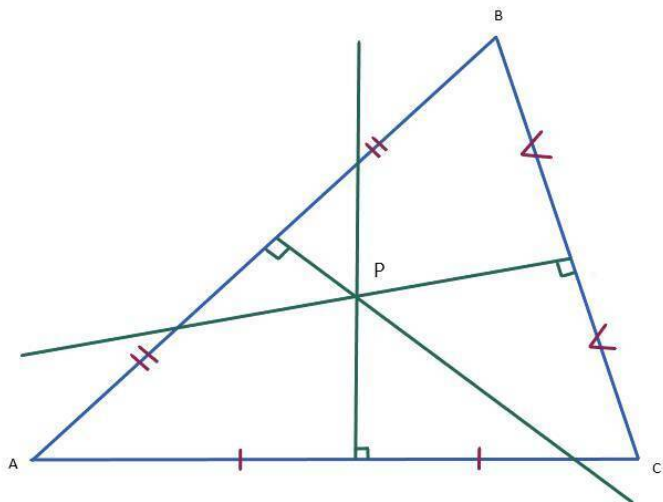
Серединный перпендикуляр треугольника - это перпендикуляр, проведенный к середине стороны треугольника.

2. Свойства серединных перпендикуляров треугольника.

2.1 Серединные перпендикуляры пересекаются в одной точке.

1. Остроугольный треугольник.

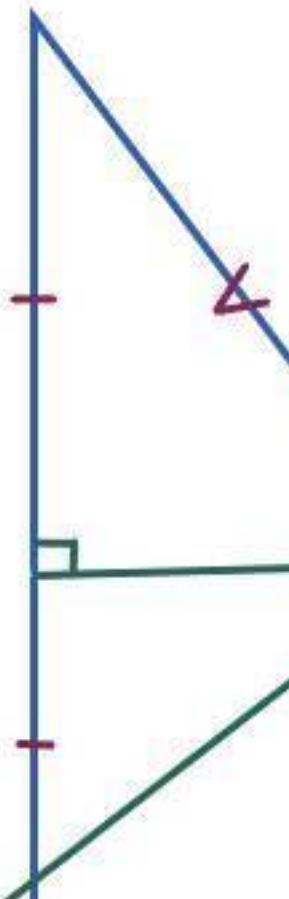
Точка пересечения серединных перпендикуляров находится внутри треугольника.



2. Прямоугольный треугольник.

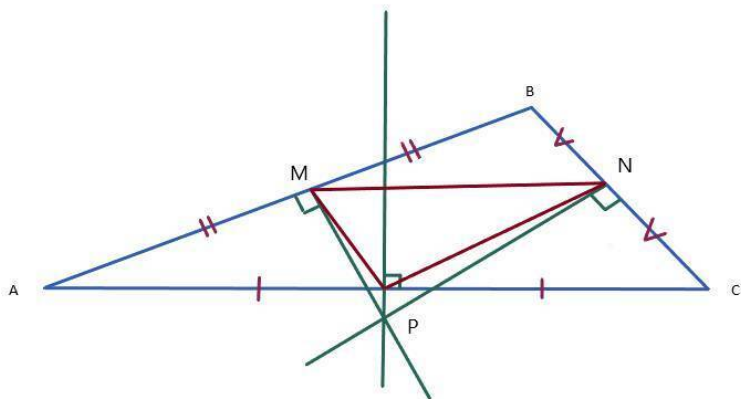
Точка пересечения серединных перпендикуляров находится в середине гипотенузы.

B



3. Тупоугольный треугольник.

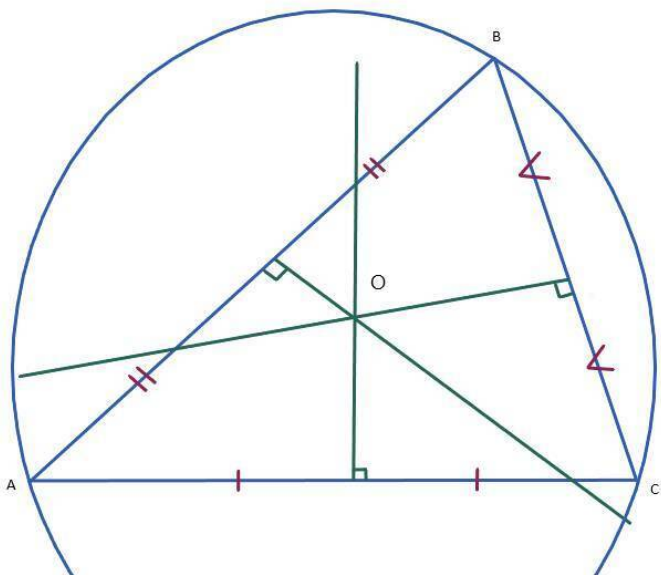
Точка пересечения серединных перпендикуляров находится снаружи треугольника.



2.2 Точка пересечения серединных перпендикуляров - это центр описанной окружности около треугольника.

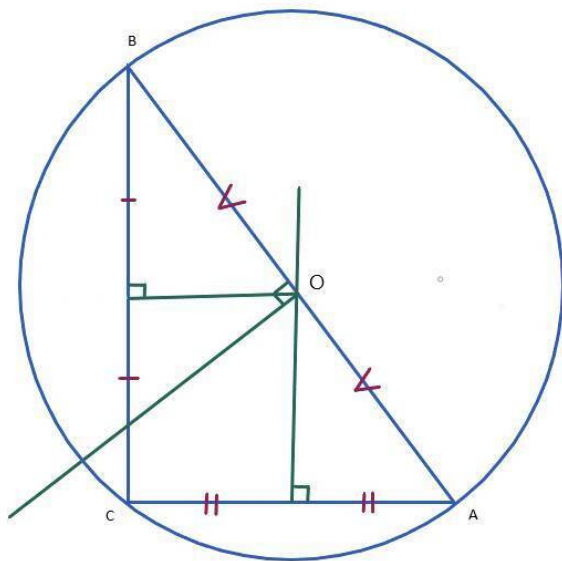
1. Остроугольный треугольник.

Центр описанной окружности находится внутри треугольника.



2. Прямоугольный треугольник.

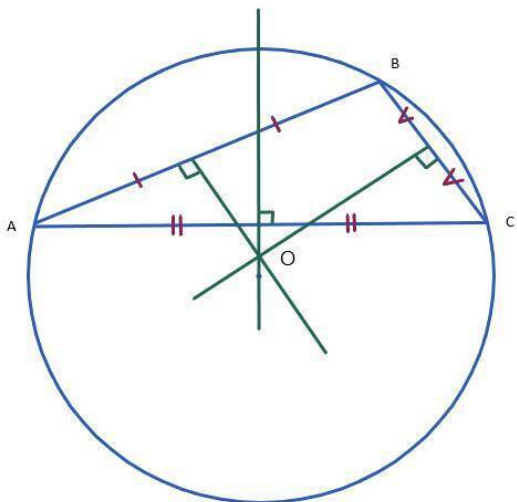
Центр описанной окружности находится в середине гипотенузы треугольника.



Радиус описанной окружности равен половине гипотенузы.

3. Тупоугольный треугольник.

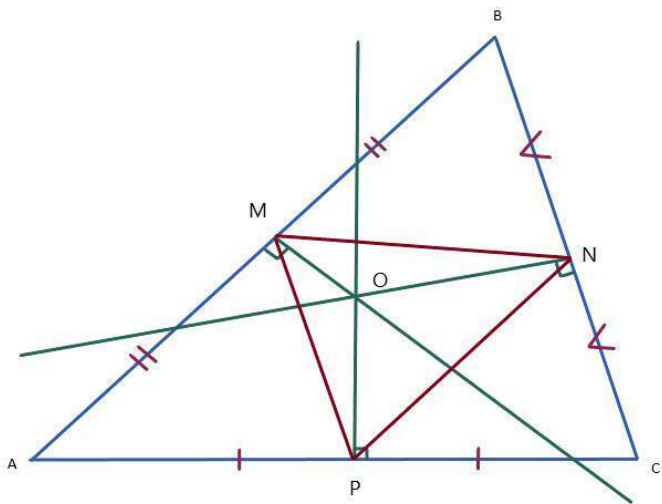
Центр описанной окружности находится снаружи треугольника.



2.3 Точка пересечения серединных перпендикуляров - это точка пересечения высот треугольника, образованного средними линиями данного треугольника.

1. Остроугольный треугольник.

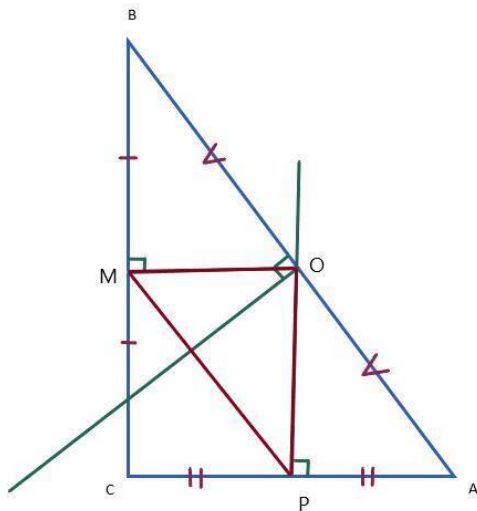
Точка пересечения серединных перпендикуляров и высот находится внутри треугольника.



2. Прямоугольный треугольник.

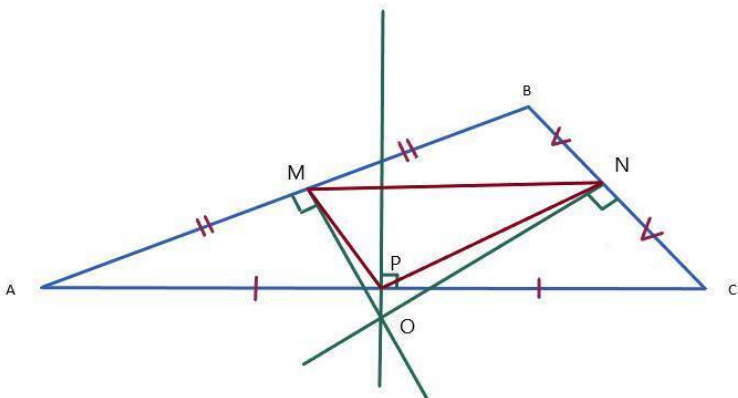
Точка пересечения серединных перпендикуляров находится в середине гипотенузы треугольника.

А точка пересечения высот треугольника образованного средними линиями находится в вершине прямого угла этого треугольника.

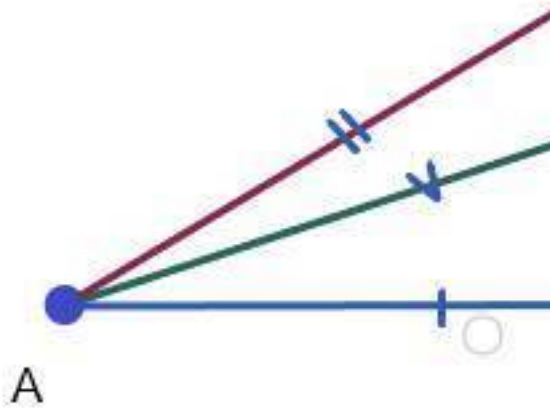


3. Тупоугольный треугольник.

Точка пересечения серединных перпендикуляров и высот находится снаружи треугольника.



2.4 Все точки серединных перпендикуляров треугольника равноудалены от вершин треугольника, которые находятся на стороне, к которой проведен серединный перпендикуляр.

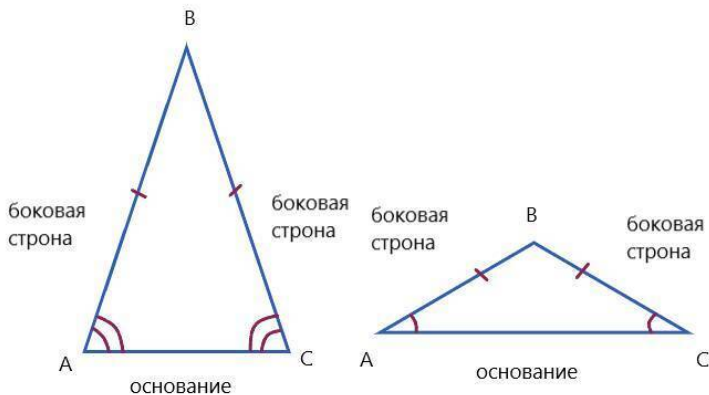


10)) Равнобедренный треугольник.

10.1 Определение:

Треугольник называется равнобедренным, если две его стороны равны.

Равные стороны называются боковыми сторонами. Третья сторона называется основанием.

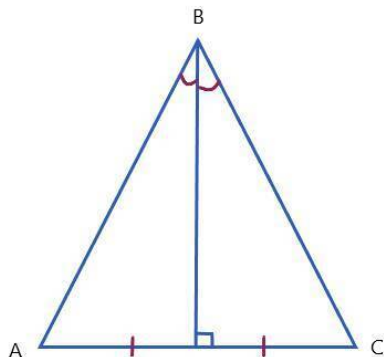


10.2 Свойства равнобедренного треугольника.

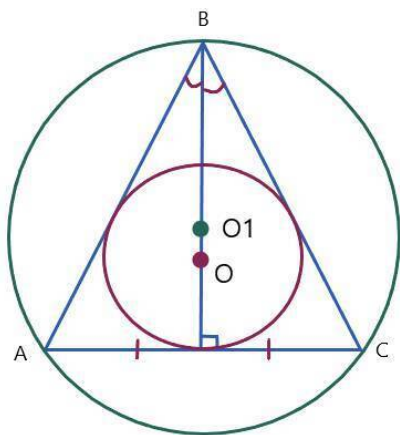
1. Боковые стороны треугольника равны.

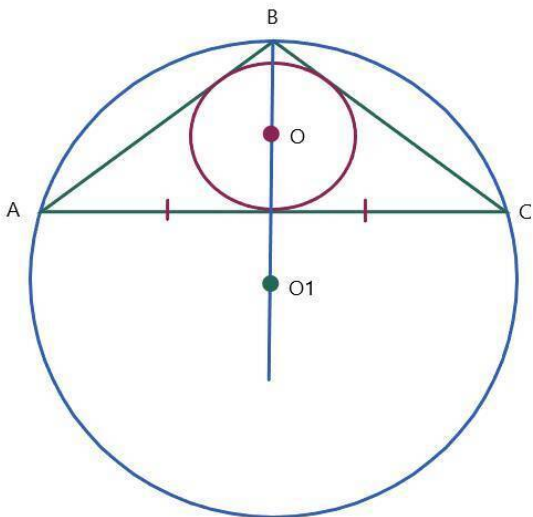
2. Углы при основании треугольника равны.

3. Медиана, биссектриса, высота и серединный перпендикуляр, проведенные к основанию треугольника совпадают (равны).



4. Центры, вписанной и описанной окружности, лежат на оси симметрии равнобедренного треугольника.





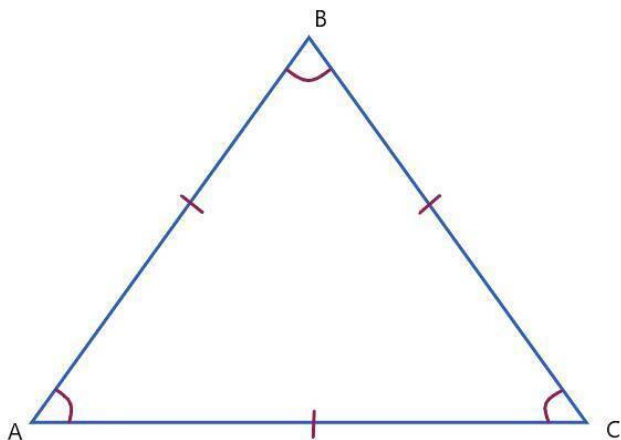
Ось симметрии равнобедренного треугольника - это медиана, биссектриса, высота и серединный перпендикуляр, проведенные к основанию треугольника.

11)) Равносторонний треугольник.

11.1 Определение:

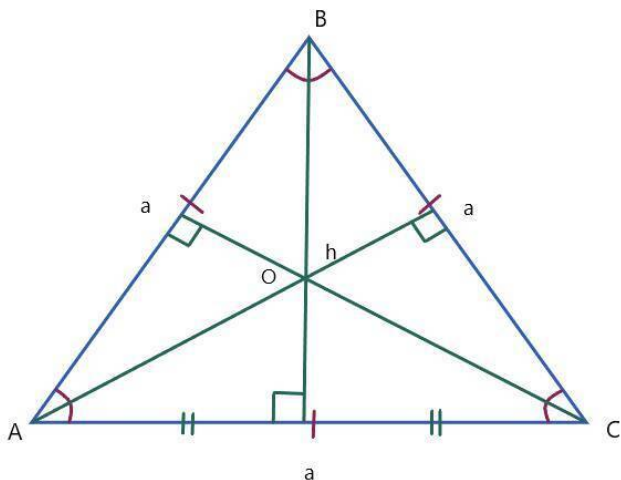
Треугольник, все стороны которого равны, называется равносторонним.

Равносторонний треугольник всегда остроугольный.

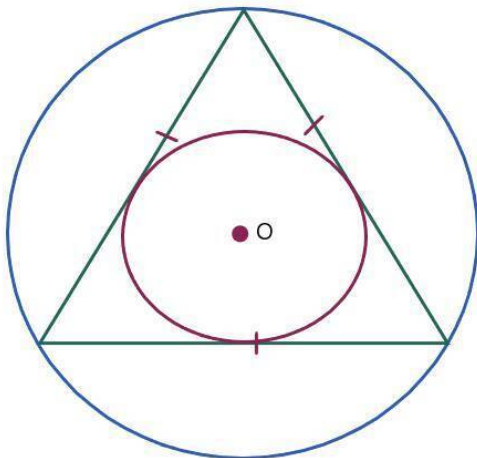


11.2 Свойства равностороннего треугольника.

1. Все стороны треугольника равны.
2. Все углы треугольника равны 60° градусов.
3. Медианы, биссектрисы, высоты и серединные перпендикуляры, проведенные к одной стороне треугольника, совпадают и пересекаются в одной точке.



4. В равностороннем треугольнике, центры вписанной и описанной окружностей совпадают; и находятся в точке пересечения медиан, биссектрис, высот и серединных перпендикуляров.



5. У равностороннего треугольника три оси симметрии. Это медианы, биссектрисы, высоты и серединные перпендикуляры треугольника.

6. Радиус описанной около равностороннего треугольника окружности, в два раза больше радиуса вписанной окружности.

Конец ознакомительного фрагмента.

Текст предоставлен ООО «Литрес».

Прочитайте эту книгу целиком, [купив полную легальную версию](#) на Литрес.

Безопасно оплатить книгу можно банковской картой Visa, MasterCard, Maestro, со счета мобильного телефона, с платежного терминала, в салоне МТС или Связной, через PayPal, WebMoney, Яндекс.Деньги, QIWI Кошелек, бонусными картами или другим удобным Вам способом.