

Сборник правил по геометрии с 7 класса по 9 класс.

Василиса Волконская

Часть 2.



Василиса Волконская

**Сборник правил по геометрии
с 7 класса по 9 класс. Часть 2.**

«Автор»

2026

Волконская В.

Сборник правил по геометрии с 7 класса по 9 класс. Часть 2. /
В. Волконская — «Автор», 2026

В серии этих книг собрано много методик по решению и школьной математики и высшей математики. В книгах подробно разобраны различные примеры, для сдачи экзаменов и в школе и в университете. Собраны многие правила и методики решения задач. Материал написан доступно для любого среднего ученика, который хочет понять математику, а не бездумно ее списать.

© Волконская В., 2026

© Автор, 2026

Василиса Волконская

Сборник правил по геометрии с 7 класса по 9 класс. Часть 2.

Содержание:

- 1) Взаимное расположение прямой и окружности.
- 2) Касательная к окружности и ее свойства.
- 4) Центральные и вписанные углы.
- 5) Теорема о вписанном угле.
- 6) Связь между центральным и вписанным углами.
- 7) Следствие из теоремы о вписанном и центральном угле и дуге, на которую они описываются.
- 8) Теорема о дугах стягиваемых дугами хордами.
- 9) Теоремы о двух пересекающихся прямых внутри окружности.
- 10) Теоремы о двух пересекающихся секущих снаружи окружности.
- 11) Теорема о двух секущих пересекающихся на окружности.
- 12) Теорема о дугах образованных двумя секущими, пересекающимися внутри окружности.
- 13) Теорема о дугах образованных двумя секущими, пересекающимися снаружи (вне) окружности.
- 14) Следствие из теоремы о двух пересекающихся прямых и окружности, если они пересекаются вне окружности.
- 15) Теоремы об угле между хордой и касательной.
- 16) Теоремы о хордах и дугах.
- 17) Свойства дуг заключённых между касательной и параллельной ей хордой.
- 18) Теорема о перпендикуляре, проведённом к диаметру окружности из точки на окружности.
- 19) Теорема о хорде равной радиусу.
- 20) Теорема об угле между двумя касательными.
- 21) Теоремы о многоугольниках, их площадях и элементах многоугольников.
- 22) Теоремы об окружности и прямоугольном треугольнике.
- 23) Теоремы о произвольном треугольнике и окружности.
- 24) Теоремы об углах треугольника с вписанной и касающейся окружностью.
- 25) Теоремы о вписанных и описанных многоугольниках.
- 26) Теорема о биссектрисах противоположных углов прямоугольника и параллелограмма.
- 27) Теорема о высотах остроугольного треугольника.
- 28) Теорема о высотах тупоугольного треугольника.
- 29) Теорема о серединном перпендикуляре к хорде.
- 30) Теорема о хордах соединяющих концы диаметров.
- 31) Теорема о биссектрисе внешнего угла в равнобедренном треугольнике.
- 32) Теорема о высотах и площадях треугольников.
- 33) Теорема о диагоналях и сторонах ромба.
- 34) Теорема о диагональном квадрате.
- 35) Теорема о вычислении радиуса вписанной окружности в треугольник и площади треугольника (внутреннее касание).

36) Теорема о вычислении радиуса окружности, касающейся стороны треугольника и продолжения двух других сторон. И о вычислении площади треугольника.

37) Круг. Площадь круга.

38) Длина окружности.

39) Площадь сектора.

40) Сегмент. Площадь сегмента.

41) Понятие вектора.

42) Равенство векторов.

43) Откладывание вектора от данной точки.

44) Сумма и разность двух векторов.

45) Сложение векторов по правилу многоугольника.

46) Законы сложения векторов (свойства).

47) Умножение вектора на число.

48) Свойства произведения вектора на число.

49) Координаты вектора.

50) Декартова система координат (прямоугольная).

51) Свойства координат векторов.

52) Координаты вектора через координаты начала и конца.

53) Длина вектора.

54) Расстояние между двумя точками.

55) Координаты середины отрезка.

56) Уравнение окружности с центром окружности в начале координат.

57) Уравнение прямой.

58) Связь между общим уравнением прямой и уравнением прямой с угловым коэффициентом; и с другими уравнениями.

59) Расстояние от точки до прямой заданной общим уравнением.

60) Скалярное произведение векторов.

61) Условия перпендикулярности векторов на плоскости.

62) Условия параллельности векторов на плоскости.

63) Скалярное произведение векторов в координатах.

64) Скалярный квадрат вектора.

65) Условия перпендикулярности и параллельности векторов через координаты векторов.

66) Косинус угла между векторами.

67) Свойства скалярного произведения.

68) Координаты векторов в пространстве.

69) Сложение, и вычитание векторов. Умножение вектора на число.

70) Координаты вектора через координаты начала и конца.

71) Длина вектора в пространстве.

72) Расстояние между двумя точками.

73) Координаты середины отрезка.

74) Уравнение сферы.

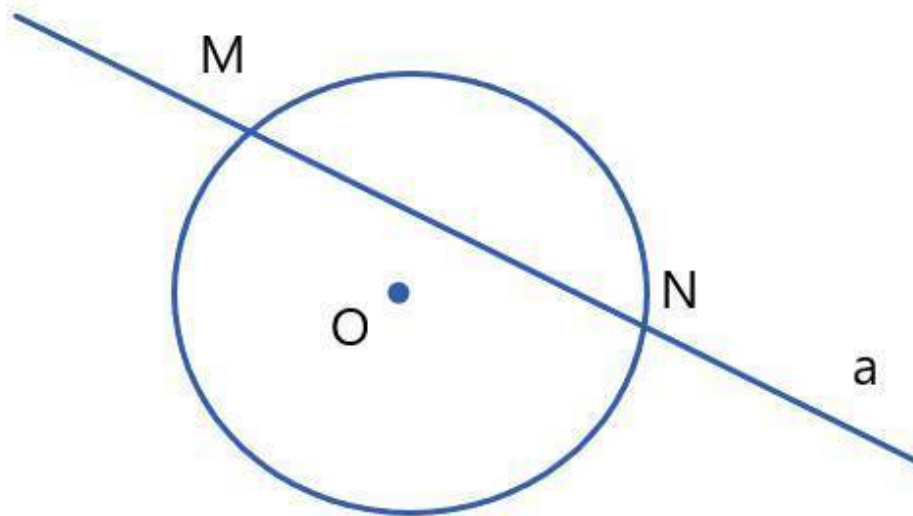
1)) Взаимное расположение прямой и окружности.

Окружность и прямая могут:

1) Пересекаться.

Иметь две общие точки.

Прямая пересекающая окружность в двух точках называется секущей.



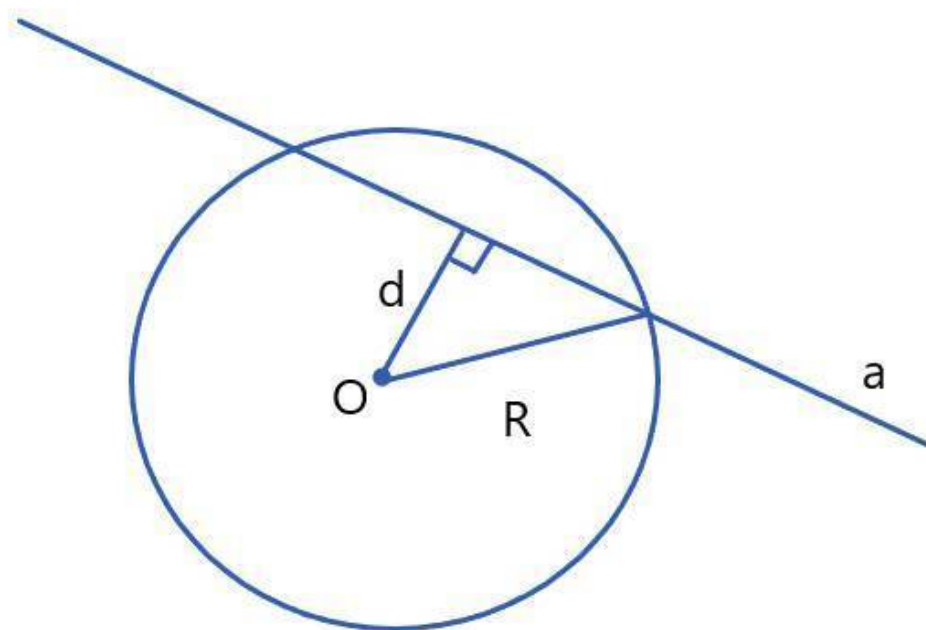
a - секущая.

M, N - точки пересечения прямой и окружности.

Расстояние от точки до прямой - это длина перпендикуляра опущенного из точки к прямой.

Радиус окружности - это расстояние от центра окружности, до точки на окружности.

Если прямая пересекает окружность в двух точках, то расстояние от центра до прямой, меньше радиуса окружности.



$$d < R$$

d - расстояние от центра окружности до прямой.

R - радиус окружности.

a - секущая.

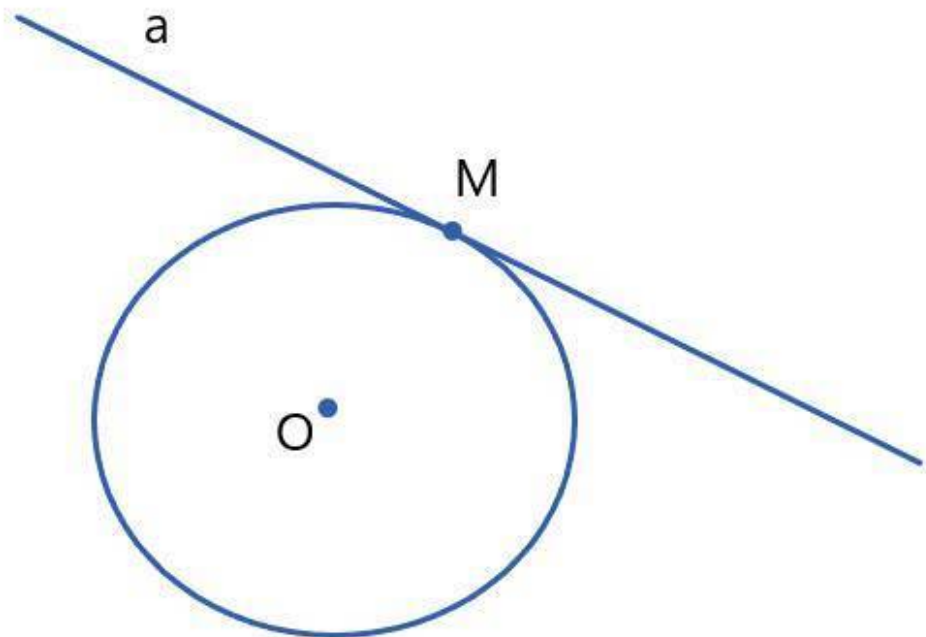
O - центр окружности.

2) Касаться.

Иметь одну общую точку.

Касающаяся прямая - это прямая, пересекающая окружность в одной точке.

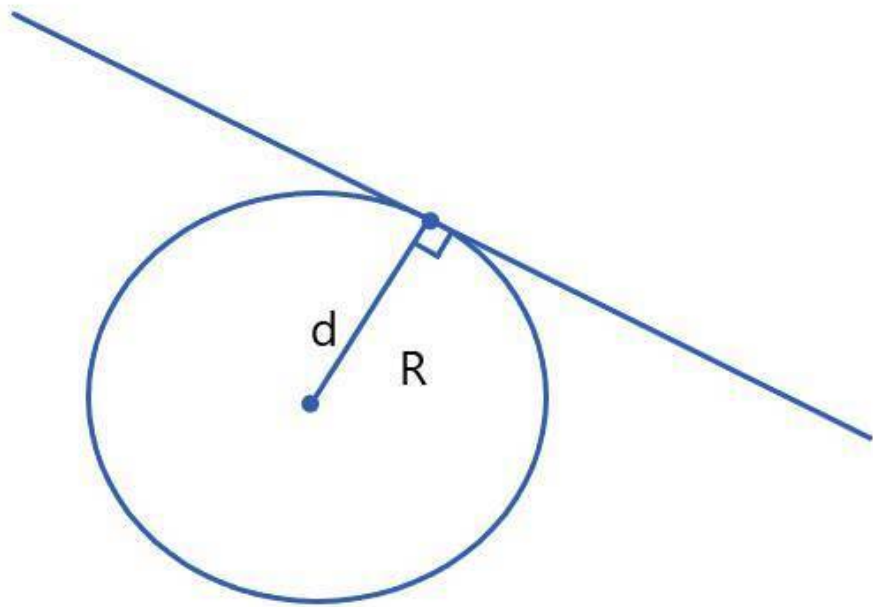
Называется она касательной.



a - касательная.

M - точка касания.

Если прямая, касается окружности (пересекает её в одной точке), то расстояние от центра окружности до прямой, равно радиусу окружности.



$$d = R$$

d - расстояние от центра окружности до прямой.

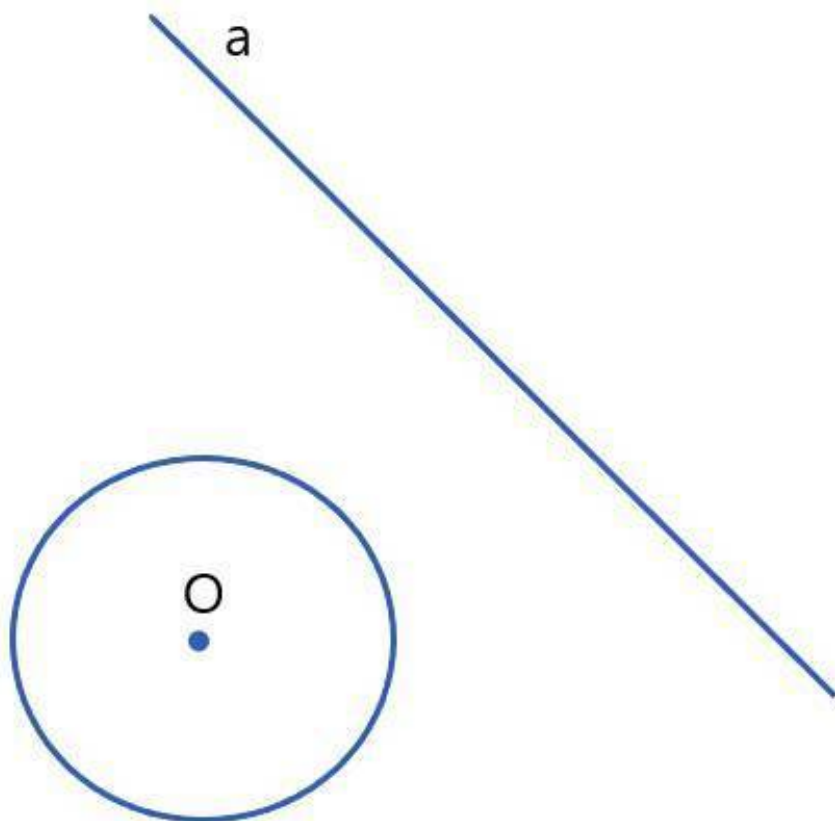
R - радиус окружности.

a - касательная.

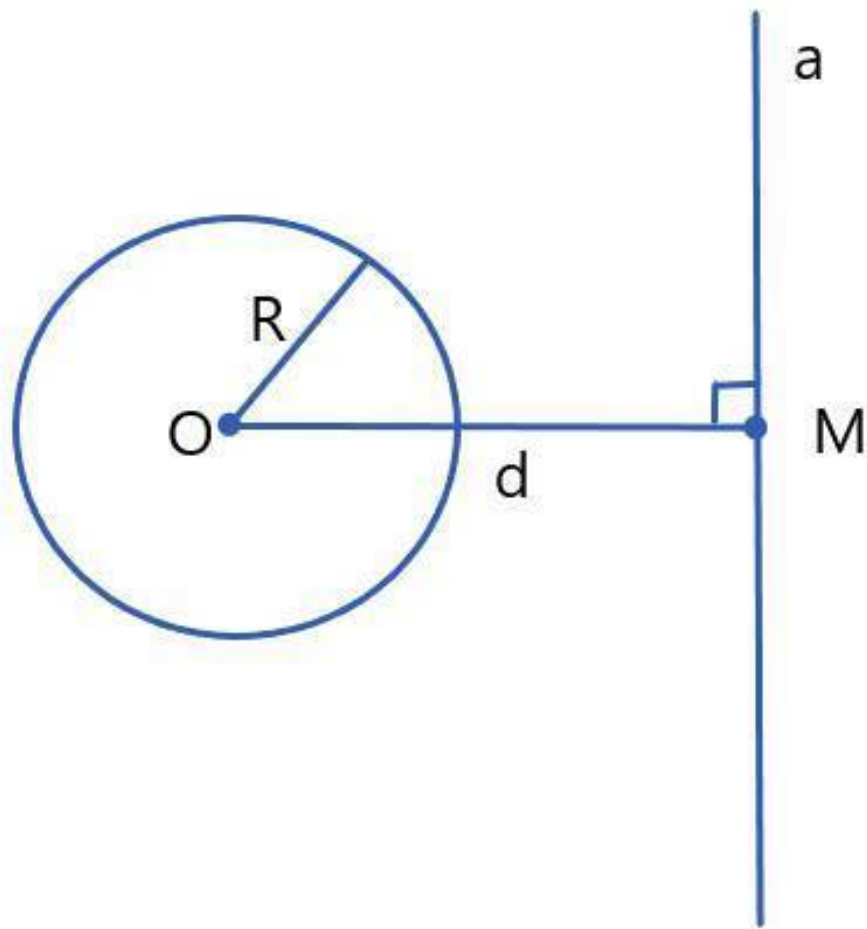
O - центр окружности.

3) Не пересекаться.

Не иметь общих точек.



Если прямая и окружность не пересекаются, то расстояние от центра окружности больше радиуса окружности.



$$d > R$$

d - расстояния центра окружности до прямой.

R - радиус окружности.

a - прямая.

O - центр окружности.

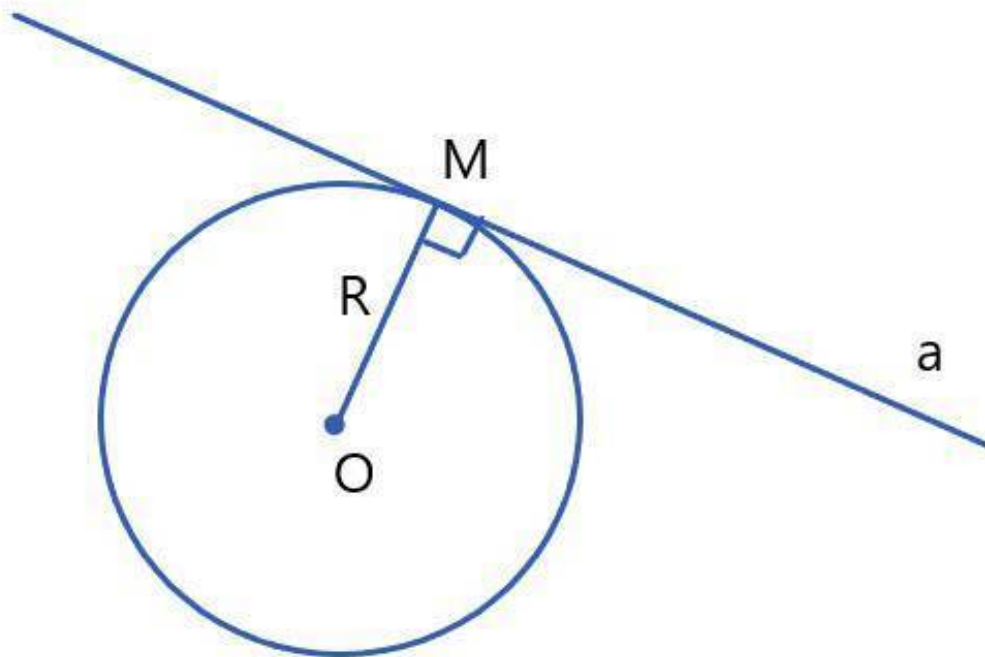
2)) Касательная к окружности.

Прямая, имеющая с окружностью только одну общую точку, называется касательной к окружности.

Свойство касательной.

Прямая теорема.

Касательная к окружности перпендикулярна к радиусу окружности, проведённому в точку касания.



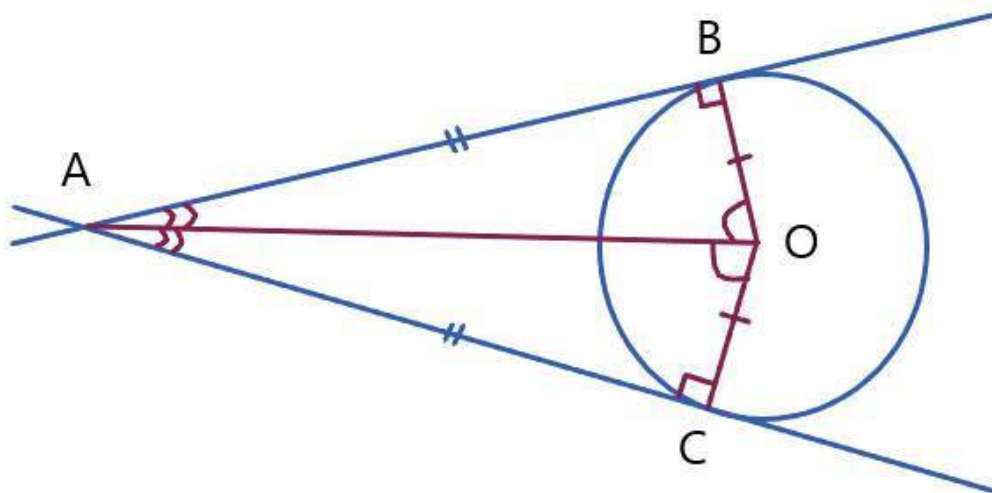
Признак касательной.

Обратная теорема.

Если прямая проходит через конец радиуса окружности и перпендикулярна к этому радиусу, то она является касательной к окружности.

3)) Свойства двух пересекающихся касательных к окружности.

Отрезки касательных к окружности, проведённых из одной точки, равны и составляют равные углы с прямой, проходящей через эту точку и центр окружности.



$$\angle BAO = \angle CAO$$

Это углы образованные касательными и прямой, проходящей через точку А и центр окружности О.

2) $AB = AC$

Это отрезки касательных от точки их пересечения А до точки касания Б или С.

3) $OB = OC = R$ (это радиусы окружности).

$$\angle AOB = \angle AOC$$

это углы образованы радиусами, проведёнными в точке касания прямой, проходящей через точку пересечения касательных А и центр окружности О.

4)

$$\angle ABO = \angle ACO = 90^\circ$$

Так как радиусы, проведённые в точки касания перпендикулярны к касательным.

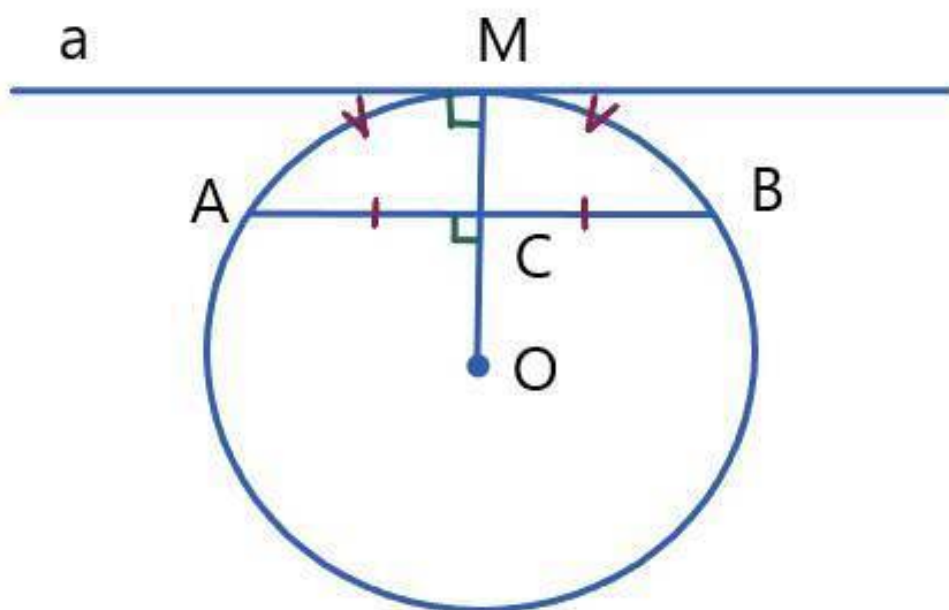
Эту теорему можно сформулировать по-другому.

Если окружность вписана в угол, то отрезки от вершины угла до точек касания равны и составляют равные углы с прямой, соединяющей вершины угла и центр окружности.

Две пересекающиеся касательные к окружности, являются углом, в который вписана окружность.

4)) Свойства радиуса проходящего через середину хорды.

1) Если радиус проходит через середину хорды, то касательная, проходящая через основание радиуса перпендикулярна к радиусу и параллельна к хорде.



a – касательная.

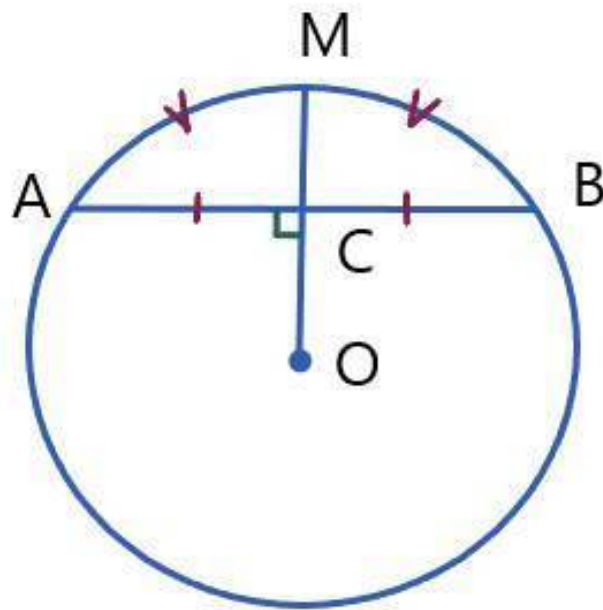
AB – хорда.

$OM = R$

C – середина.

$OM \perp a \Rightarrow AB \parallel a.$

2) Радиус, проведённый перпендикулярно к хорде делит эту хорду пополам и делит дуги, стягивающие эту хорду пополам.



$OM = R$ – радиус.

$OM \perp AB$.

AB - хорда. $\Rightarrow$

$AC = CB$ и $\widehat{AM} = \widehat{MB}$.

3) Если радиус проведён через середину хорды, то он перпендикулярен к хорде.

$$OM = R$$

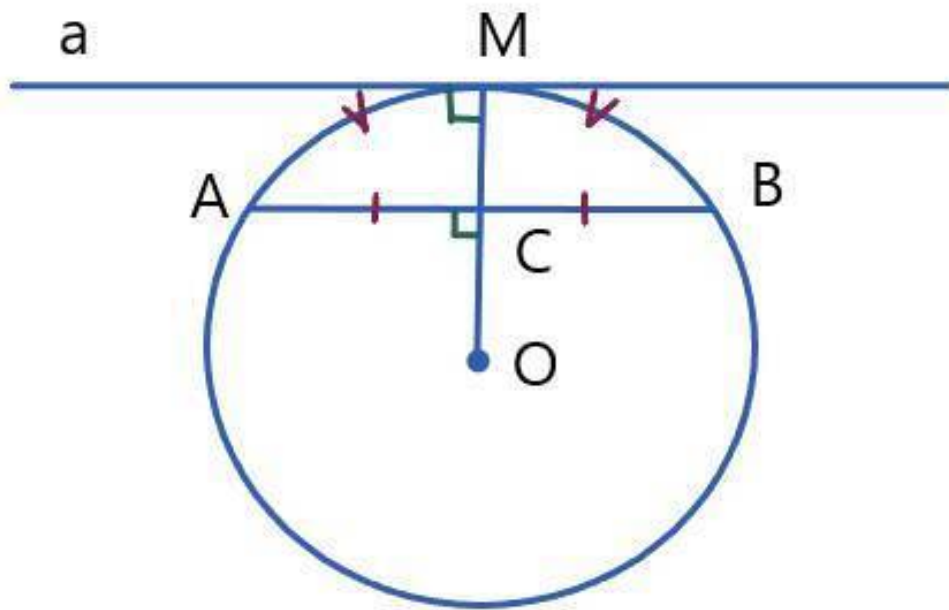
R – радиус.

AB – хорда.

$$AC = CB \quad \Rightarrow$$

$$AB \perp OM$$

4) Если касательная и хорда параллельны, то радиус проведённый в точку касания перпендикулярен к хорде и делит её пополам; и дугу стягивающую хорду делит пополам.



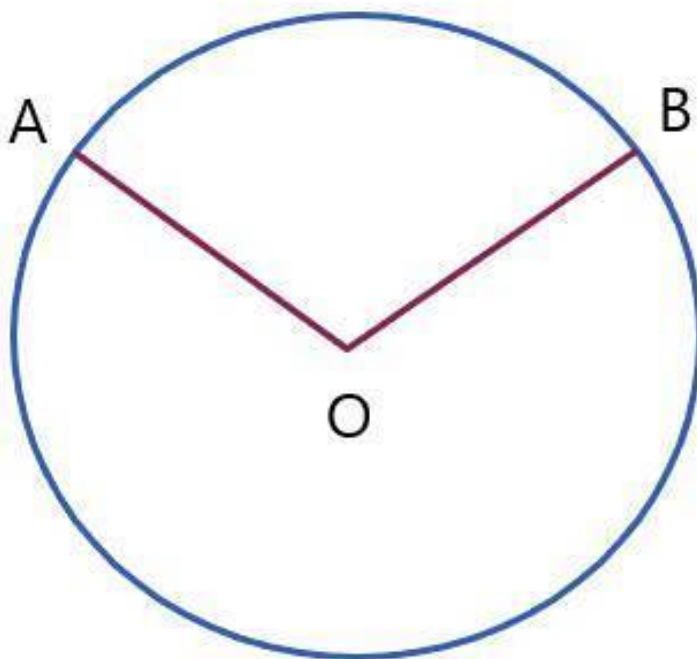
$$OM = R$$

R – радиус.

M - точка касания.

$$AB \parallel a \Rightarrow OM \perp AB \text{ и } AC = CB$$

- 4)) Центральные и вписанные углы.
- 1) Градусная мера окружности равна 360° .
 - 2) Две любые точки окружности делят её на две дуги.
 - 3) Дуга - это часть окружности ограниченная двумя точками.
 - 4) Окружность - это геометрическая фигура, состоящая из всех точек плоскости равноудалённых от данной точки.
 - 5) Данная точка называется центром окружности.
 - 6) Расстояние от точки на окружности до центра окружности, называется радиусом окружности.
 - 7) Отрезок, соединяющий две точки окружности, называется хордой.
 - 8) Самая большая хорда, проходящая через центр окружности, называется диаметром.
 - 9) Диаметр окружности равен двум радиусам.
 $D = 2R$
 - 10) Концы диаметра делят окружность на две полуокружности.
- 11) Угол вершина, которого находится в центре окружности, а стороны его пересекают окружность, называется центральным углом.



$\angle AOB$ - центральный угол.

12) Дуга, которая находится внутри центрального угла, называется дугой, на которую он опирается.

13) Дуга обозначается:

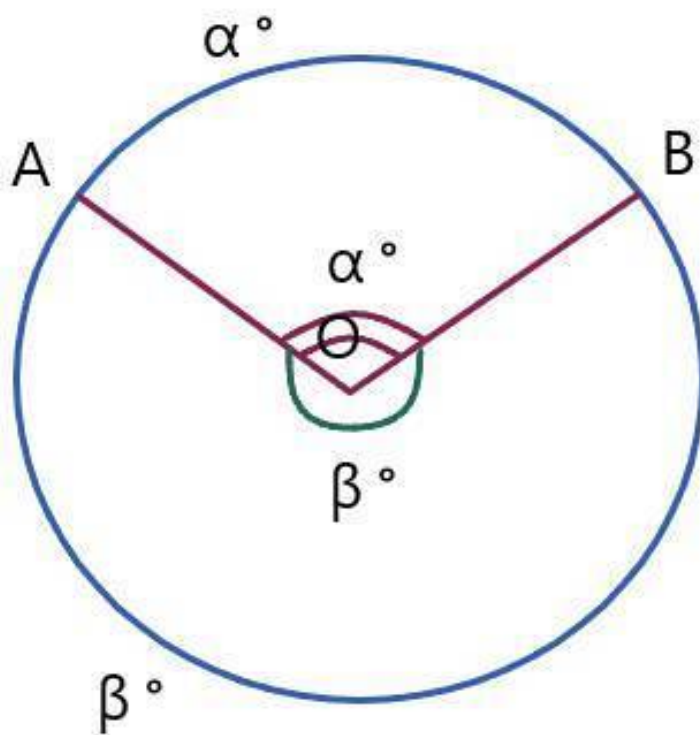
$\sphericalangle AB$ или $\overset{\frown}{AB}$ или $\overset{\frown}{AMB}$

14) Углы измеряются градусными мерами.

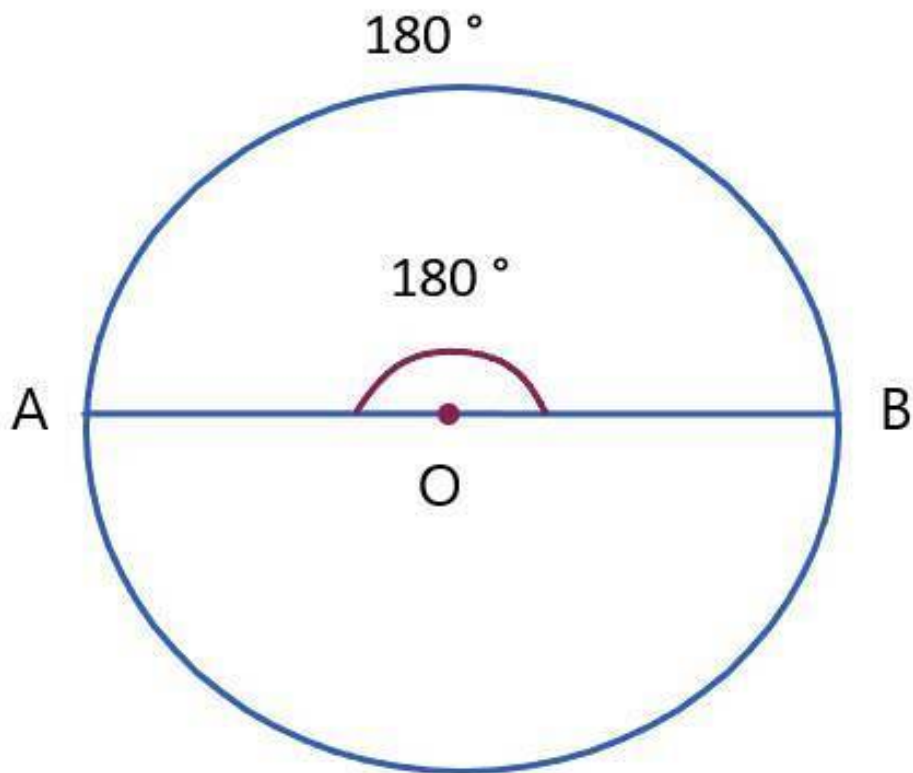
15) Дуги измеряются также градусными мерами.

16) Теорема:

Градусная мера дуги равна градусной мере центрального угла, который опирается на эту дугу.

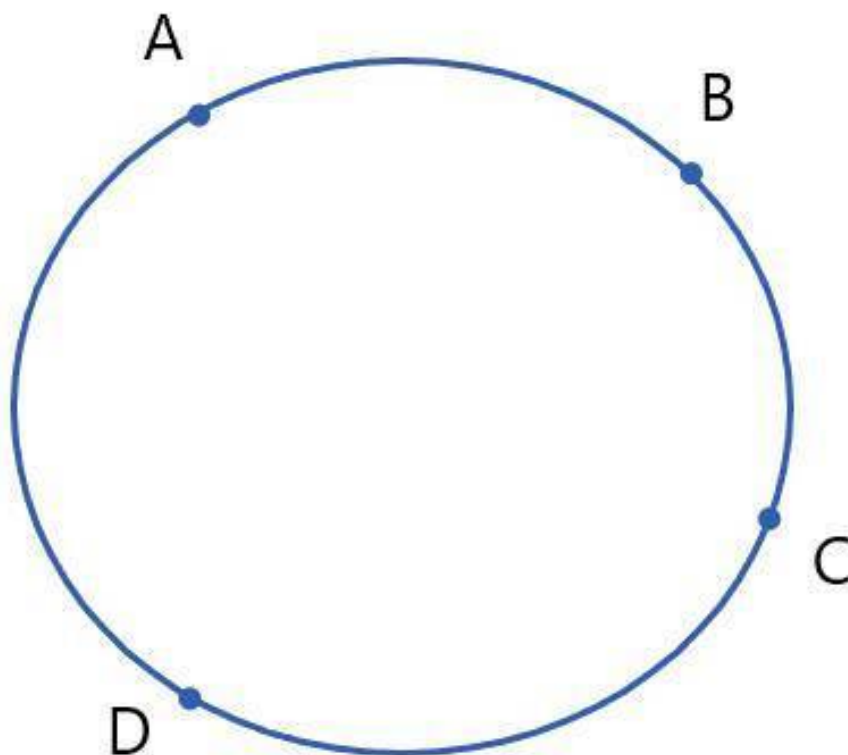


17) Угол образованный диаметром окружности, называется развёрнутым углом и равен 180° .



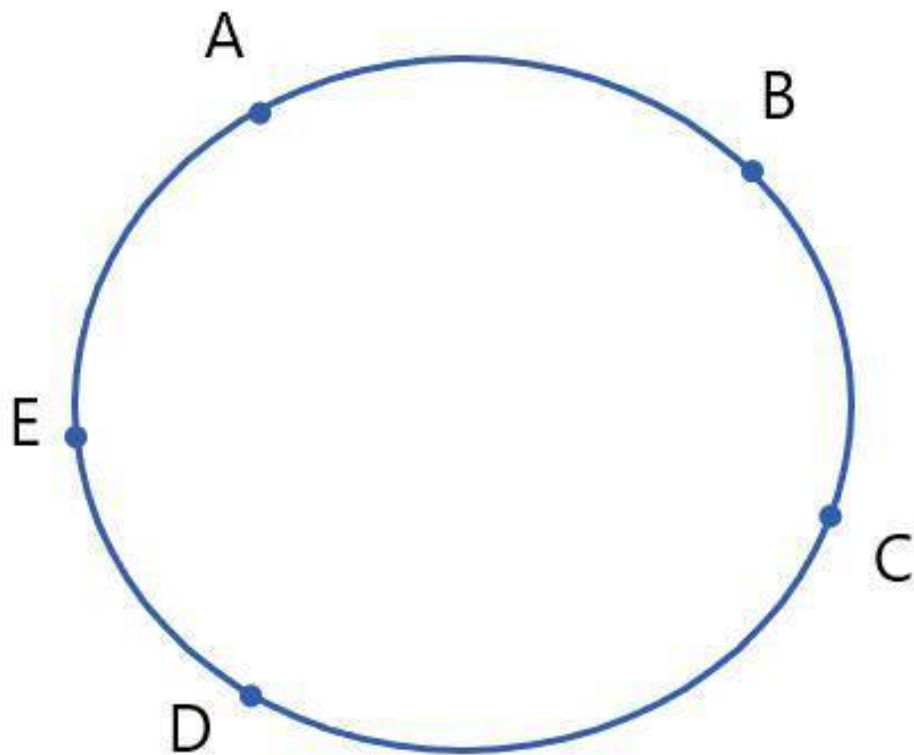
18) Градусная мера полуокружности равна 180° .

19) Несколько точек на окружности делят окружность на несколько дуг.
Количество дуг равно количеству точек.



20) Теорема:

Сумма градусных мер дуг, на которые делится окружность точками, лежащими на окружности, равна 360° .

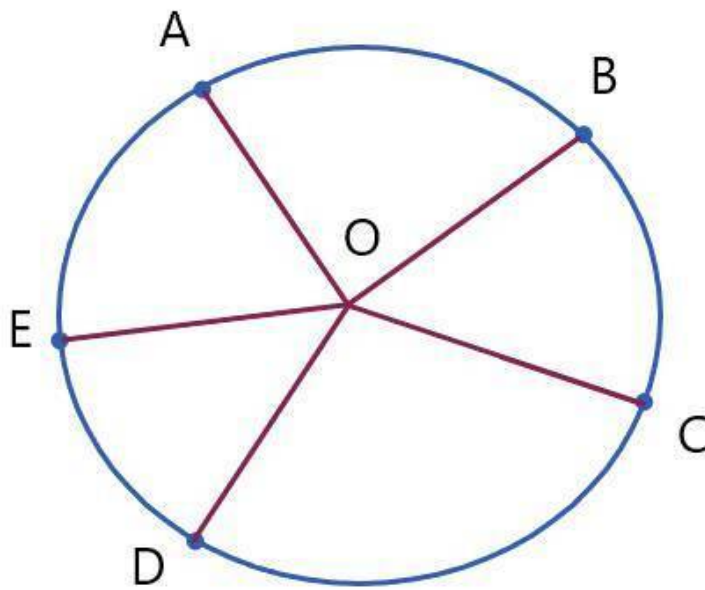


$$\widehat{AB} + \widehat{BC} + \widehat{CD} + \widehat{DE} + \widehat{EA} = 360^\circ$$

21) Сумма градусных мер всех дуг окружности с общими концами равна 360° .

22) Теорема:

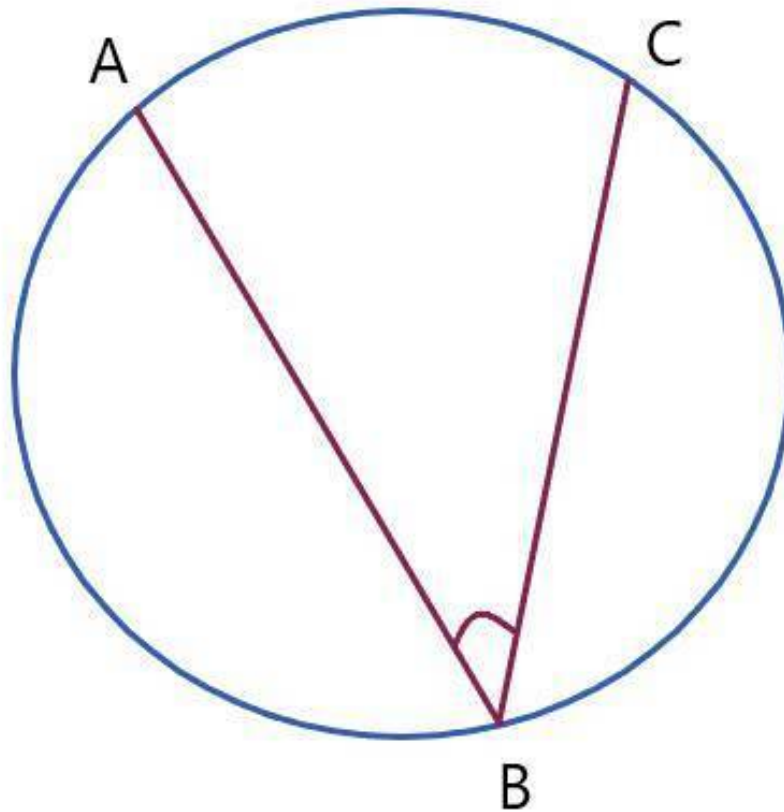
Сумма градусных мер всех центральных углов равна 360° .



$$\angle AOB + \angle BOC + \angle COD + \angle DOE + \angle EOA = 360^\circ$$

5)) Теорема о вписанном угле.

Угол, вершина которого лежит на окружности, а стороны пересекают окружность, называется вписанным углом.



$\angle ABC$ - вписанный угол.

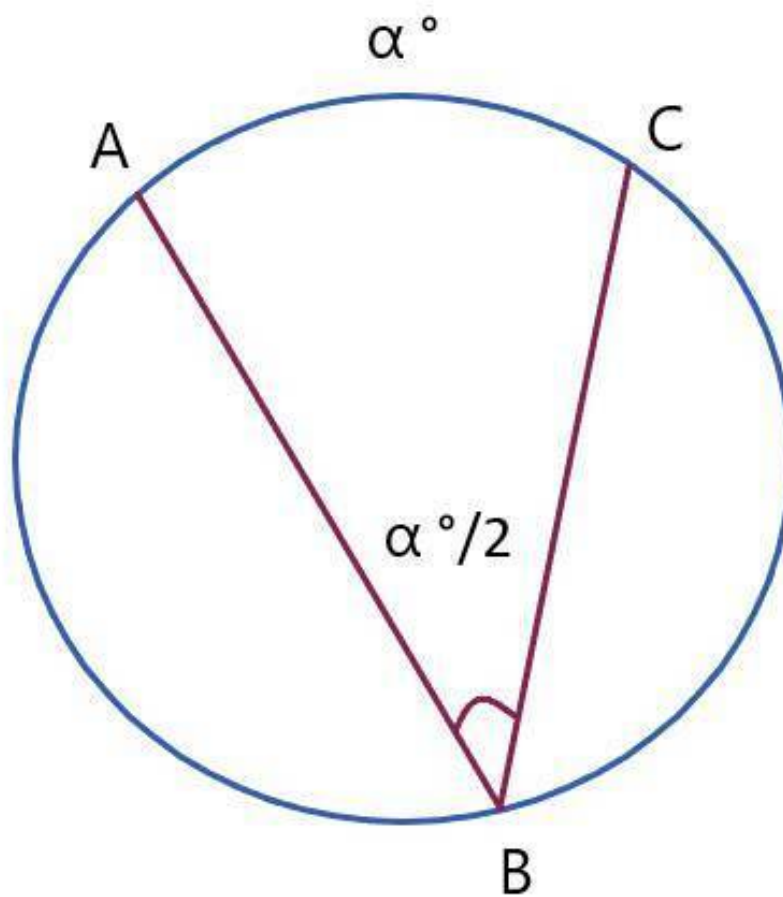
Вписанный угол пересекает окружность в двух точках, и эти точки делят окружность на две дуги.

Вписанный угол опирается на дугу, которая находится внутри угла (его вершина не лежит на этой дуге).

Прямая теорема:

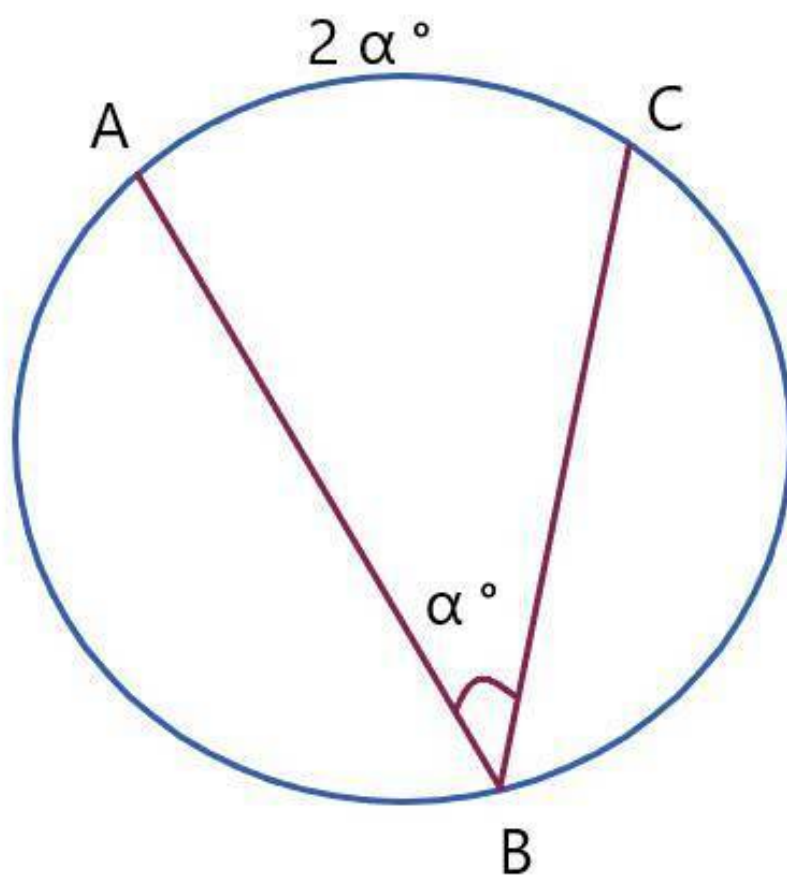
Вписанный угол измеряется половиной дуги, на которую он опирается.

$$\angle ABC = \widehat{AC} / 2$$



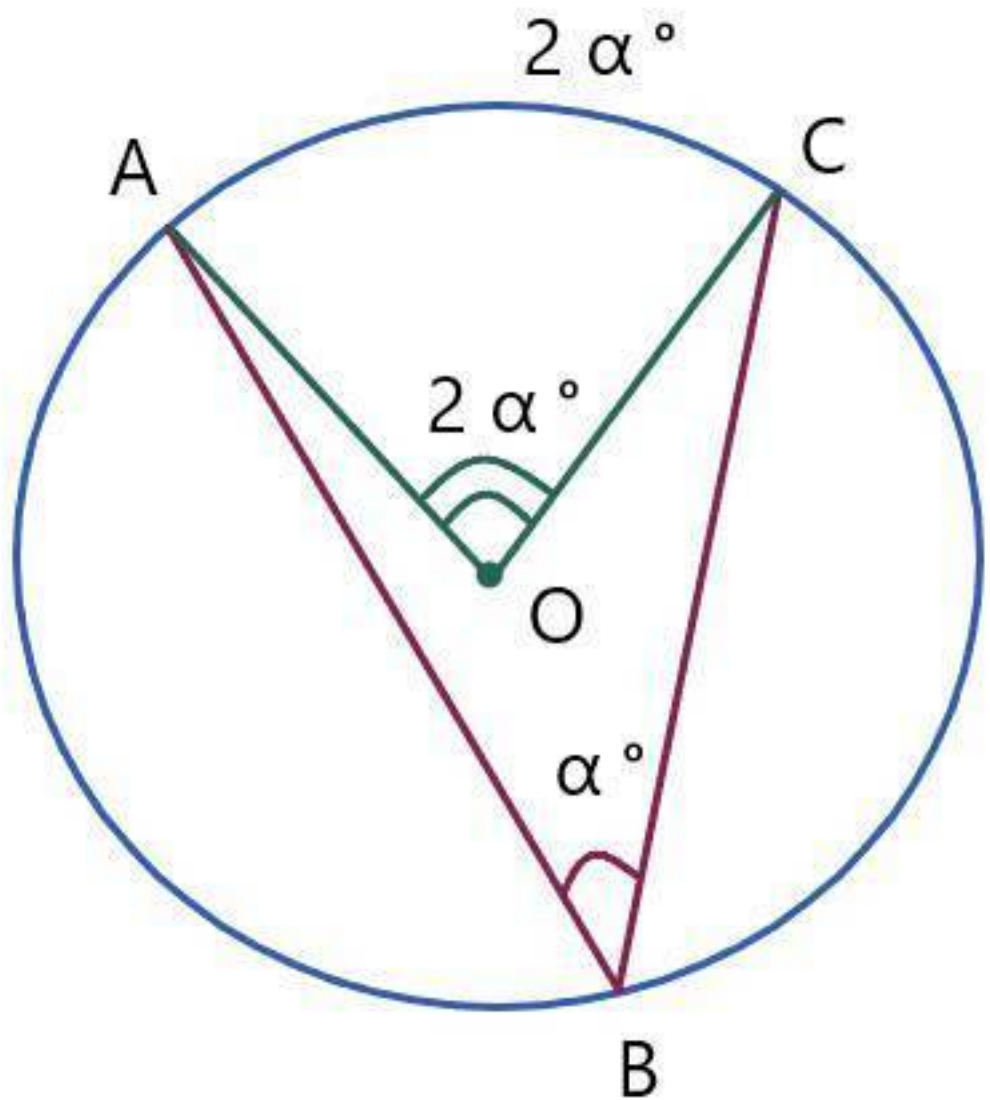
Обратная теорема:

Градусная мера дуги, на которую опирается вписанный угол, равна двум градусным мерам этого угла.



$$\widehat{AC} = 2 \angle ABC$$

6)) Связь между центральным и вписанным углами.



$$\angle ABC = \angle AOC / 2 = \widehat{AC} / 2$$

Прямая теорема:

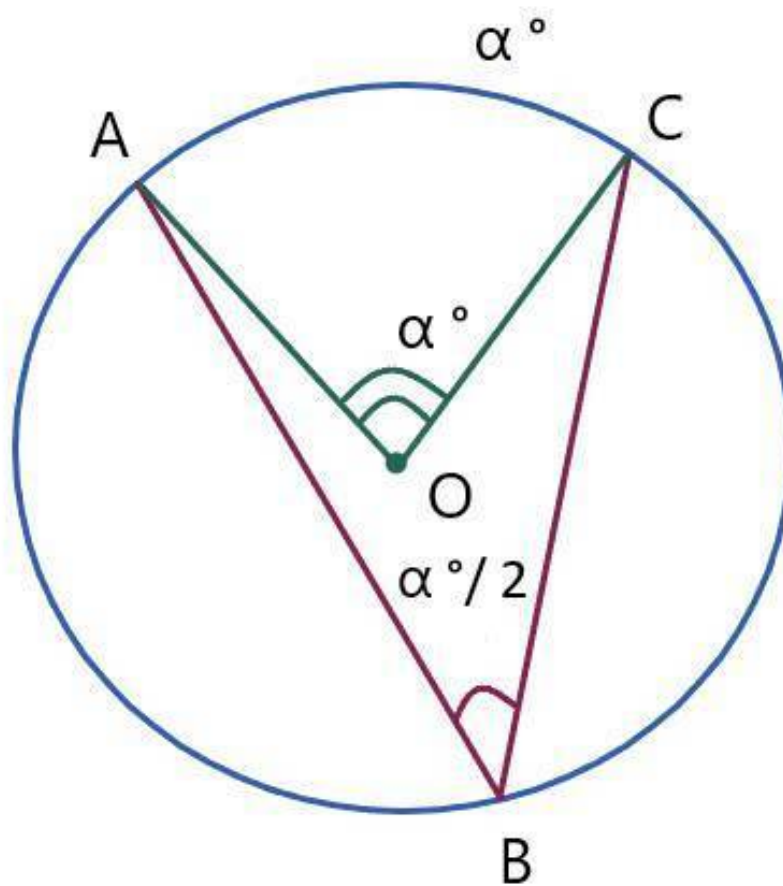
Градусная мера вписанного угла равна половине градусной меры центрального угла, если они опираются на одну и ту же дугу.

И градусная мера вписанного угла равна половине градусной меры этой дуги.

Обратная теорема:

Градусная мера центрального угла равна градусной мере дуги, на которую он опирается.

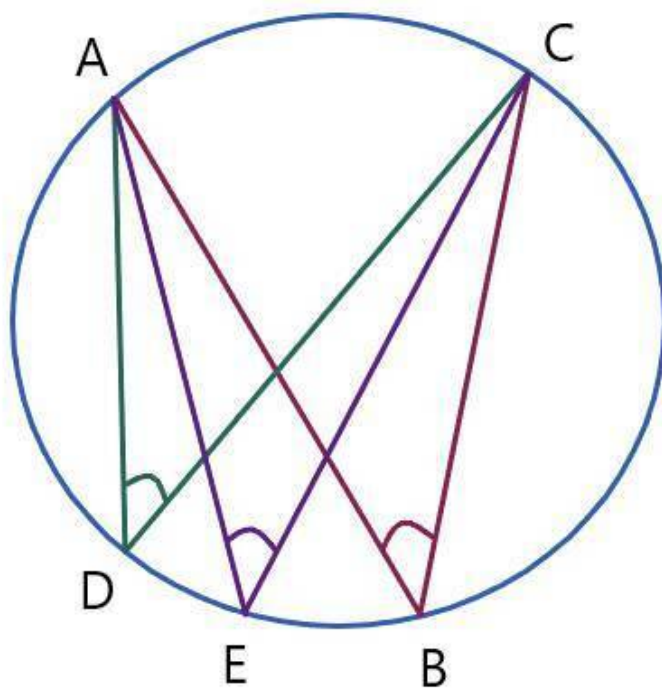
И градусная мера центрального угла равна двум градусным мерам вписанного угла, опирающегося на ту же дугу.



$$\angle AOC = \widehat{AC} = 2 \angle ABC.$$

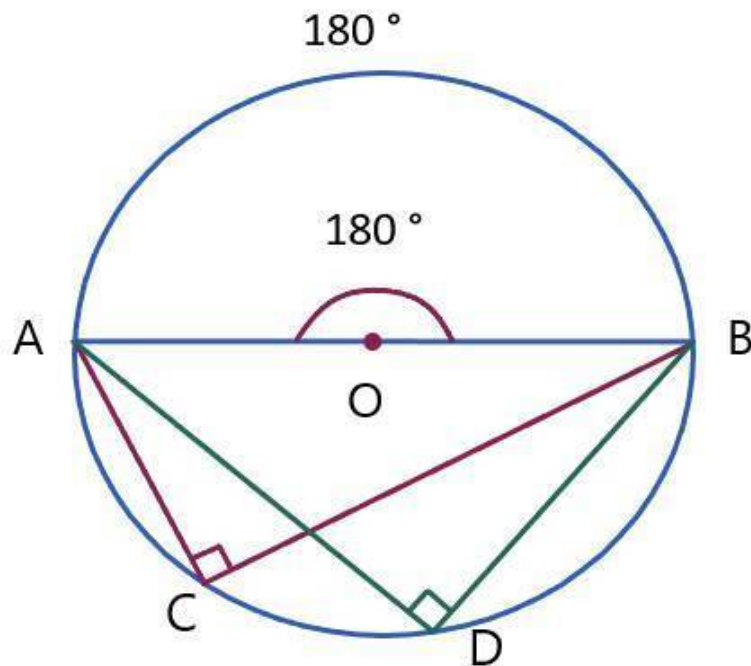
7)) Следствие из теоремы о вписанном и центральном угле и дуге, на которую они опираются.

1) Вписанные углы, опирающиеся на одну и ту же дугу равны.



$$\angle ABC = \angle ADB = \angle AEB = \widehat{AB} / 2.$$

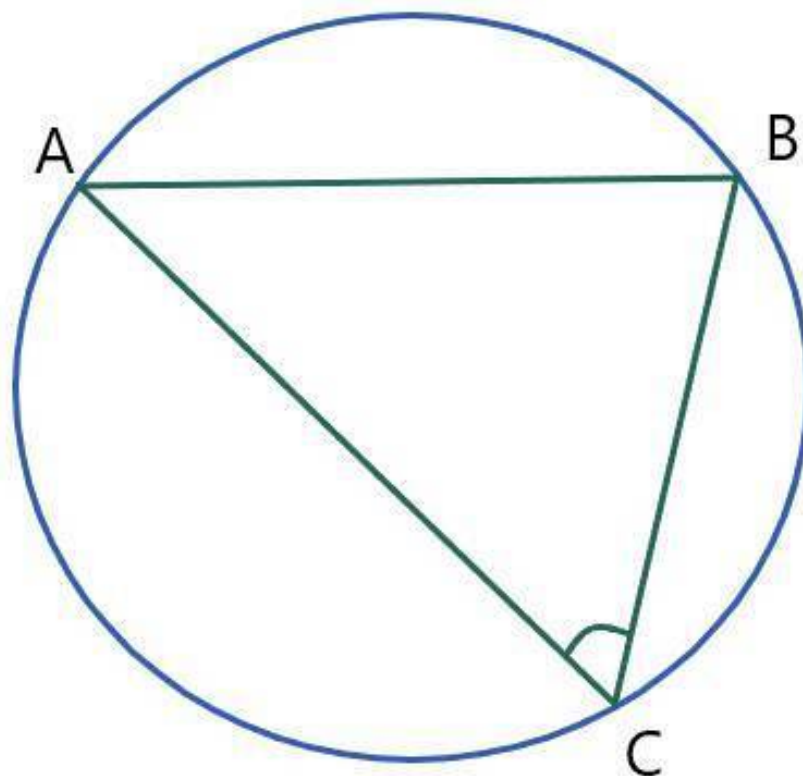
2) Вписанный угол, опирающийся на полуокружность прямой.



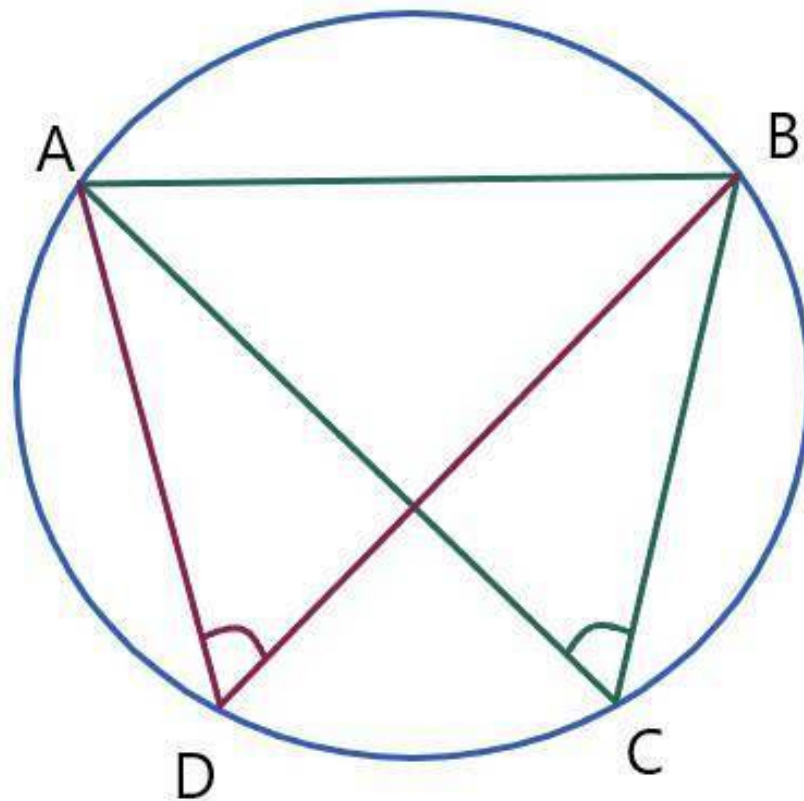
$$\angle ABC = \angle ADB = \widehat{AB} / 2 = 180^\circ / 2 = 90^\circ$$

Вписанный угол может опираться на дугу, которая стягивает хорду, то есть на хорду.
AB - дуга, которая стягивает хорду AB (меньшая).

Угол ABC вписанный, который опирается на дугу AB, которая стягивает хорду или он опирается на хорду AB (меньшую).



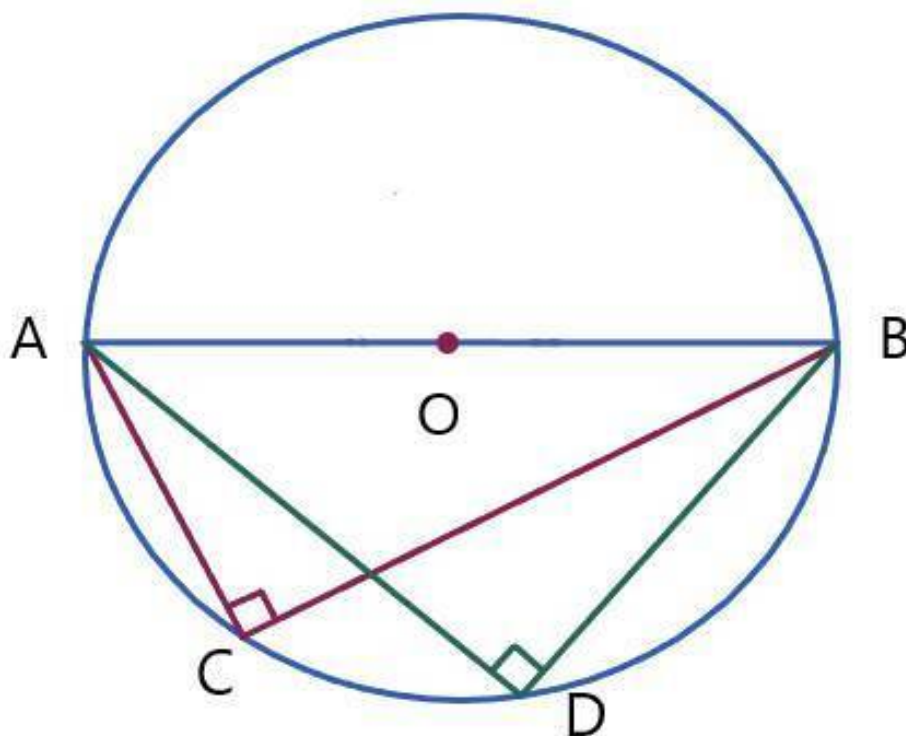
3) Вписанные углы, опирающиеся на одну и ту же хорду равны.



$$\angle ACB = \angle ADB$$

AB - хорда, на которую опираются вписанные углы.

4) Вписанные углы, опирающиеся на диаметр прямые.



$$\angle ACB = \angle ADB = 90^\circ$$

AB - диаметр, на который опираются углы.

Фразы, которые можно применять в задачах.

- 1) Вписанный угол опирается на дугу.
- 2) Вписанный угол опирается на хорду.
- 3) Центральный угол опирается на дугу.
- 4) Центральный угол опирается на хорду.
- 5) Хорда стягивает дугу.
- 6) Дуга опирается на хорду.
- 7) Хорды стягивают углы.
- 8) Диаметр стягивает полуокружность.
- 9) Угол опирается на полуокружность.
- 10) Полуокружность опирается на диаметр.

Дуга с концами, совпадающими с концами хорды, называется дугой, опирающейся на хорду.

Конец ознакомительного фрагмента.

Текст предоставлен ООО «Литрес».

Прочитайте эту книгу целиком, [купив полную легальную версию](#) на Литрес.

Безопасно оплатить книгу можно банковской картой Visa, MasterCard, Maestro, со счета мобильного телефона, с платежного терминала, в салоне МТС или Связной, через PayPal, WebMoney, Яндекс.Деньги, QIWI Кошелек, бонусными картами или другим удобным Вам способом.