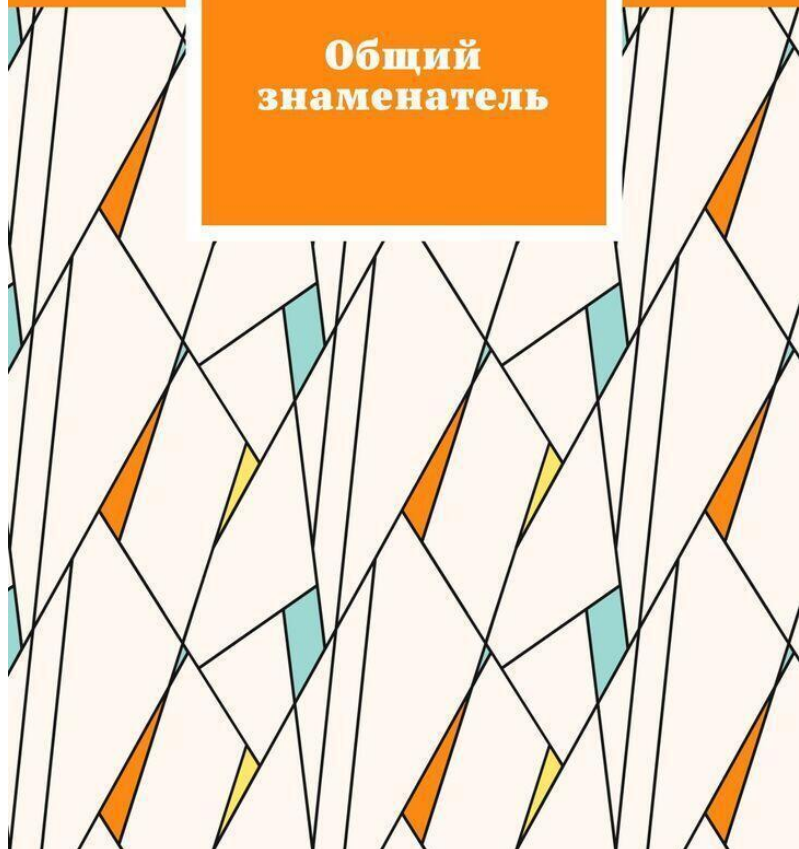


12+

Давуд Зулумханов

**Общий
знаменатель**



Давуд Зулумханов

Общий знаменатель

<https://litres.ru/74401609>

ISBN 9785007112710

Аннотация

Пятый класс частной школы могут закрыть из-за недобора. У Марины Сергеевны три недели, чтобы доказать комиссии, что класс нужен. Она собирается дать образцовый урок — но ученица останавливает её: пиццу нельзя делить на людей. Дальше учительницу ловят каждый день — на голом числе в делителе, на неточности в печатном учебнике, а под конец года на невозможном проценте в письме департамента. Повесть о математике, которую не объясняют, а собирают заново. Для чтения взрослому с ребёнком.

Содержание

ДАВУД ЗУЛУМХАНОВ	5
ГЛАВА ПЕРВАЯ	7
Класс с остатком	7
$a \div b = c$, если $c \times b = a$	14
$a \div b = c$, если $c \times b = a$, где $b \neq 0$	16
ГЛАВА ВТОРАЯ	18
Слагаемые	18
ГЛАВА ТРЕТЬЯ	33
Кратчайшее описание	33
Измерить — сравнить с линейкой	36
Измерение — сравнение с эталоном	37
ГЛАВА ЧЕТВЁРТАЯ	41
Родительское собрание	41
ГЛАВА ПЯТАЯ	48
Единицы	48
800 граммов = 400 граммов + 400 граммов	50
Конец ознакомительного фрагмента.	57

Общий знаменатель

**Давуд Асадулаевич
Зулумханов**

© Давуд Асадулаевич Зулумханов, 2026

ISBN 978-5-0071-1271-0

Создано в интеллектуальной издательской системе Ridero

ДАВУД ЗУЛУМХАНОВ ОБЩИЙ ЗНАМЕНАТЕЛЬ

Повесть о том, как ловить ошибки

Пятый класс частной школы могут закрыть из-за недобора: подано двенадцать заявлений из двадцати, и через три недели приедет комиссия. Марина Сергеевна собирается показать образцовый урок — но на первом же уроке ученица останавливает её и сообщает, что пиццу нельзя делить на людей.

Дальше учительницу ловят каждый день. На том, что нельзя делить величину на голое число. На том, что ноль в делителе ломает само определение. На неточной формулировке в печатном учебнике. А под конец года класс находит невозможный процент в официальном письме департамента и звонит туда сообщить, что документ придётся переписать.

Повесть о математике, которую не объясняют, а собирают заново — вместе с теми, кто её не понимал. О дробях, долях и мерках, о разнице между измерить и вычислить, между разностью и разницей, между тем, что сказка значила, и тем, чему она учит. И о том, что труднее всего сомневаться в объяснении, которое очень нравится.

Для чтения взрослому вместе с ребёнком.

© Давуд Зулумханов, 2026

ГЛАВА ПЕРВАЯ

Класс с остатком

Марина Сергеевна вошла в 5 «А» и сразу поняла: сегодня будет один из тех дней, когда её планы урока и реальность 5 «А» относятся друг к другу как теория к практике — то есть почти никак.

— Открываем тетради, — сказала она. — Тема: дроби.

— А зачем? — спросил Витя Кротов с последней парты. Витя Кротов задавал этот вопрос на каждом уроке, по любому поводу, с интонацией человека, у которого накопились к математике серьёзные личные претензии.

— Затем, что дроби умеют то, что редко умеет жизнь, Кротов: делить честно, поровну, без обид. В тетради — всегда точно. За её пределами — как получится.

Класс не оценил глубину метафоры, но притих — притих не потому, что понял, а потому, что Марина Сергеевна умела произносить непонятные вещи таким тоном, что переспрашивать становилось боязно.

Она написала на доске:

$\frac{1}{2}$

— Что это?

— Половина, — сказала Настя Гущина, отличница, кото-

рая знала ответ на всё, кроме вопроса, зачем поднимать руку, если можно просто ответить.

— Половина чего?

— Пиццы, — сказал кто-то с задней парты, и класс немедленно оживился, потому что тема пиццы была ближе к сердцу пятиклассника, чем тема дробей.

— Хорошо. Половина пиццы. А если пиццу делят на два человека поровну — оба получают по половине.

— Не на людей, — сказала Настя Гущина, не поднимая руки. — На два. Сначала делают два равных куска, а потом уже отдают людям.

Марина Сергеевна на мгновение замерла — с тем особенным выражением учителя, которого только что поправил собственный ученик, причём поправил справедливо.

— Верно, Гущина. Спасибо, что заметила. Одна пицца делится на число — на два, на три, на сколько угодно частей. А уже потом эти части раздают людям. Это не одна и та же операция, хотя мы часто говорим об этом одной фразой.

— А зачем тогда так говорить, если это неправильно? — тут же спросил Витя Кротов, чувствуя, что где-то рядом наметилась брешь в системе.

— Потому что в жизни, Кротов, люди часто путают величину и то, для чего она предназначена. Пицца — величина. Человек — не величина, а тот, кому эта величина в итоге достаётся. Хорошая математика умеет их не путать. Плохая — нет.

— То есть Гущина только что была лучше учебника, — уважительно заметил Пирогов.

— Гущина только что была лучше половины учебника, — уточнила Марина Сергеевна. — Вторая половина ещё держится.

Она помолчала, глядя на Настю с прищуром человека, который решил не отпускать хорошую мысль слишком быстро.

— Тогда ответь мне, Гущина, раз уж ты начала. Людей в делители брать нельзя — ты сама это доказала. А число два — это что? Оно ведь тоже не пицца. Как можно делить пиццу на то, что вообще не имеет к пицце никакого отношения?

Класс притих — на этот раз по-настоящему, потому что вопрос был честный, и было непонятно, есть ли у него ответ.

Настя подумала несколько секунд.

— Двойка — не пицца, — сказала она наконец. — Она просто командует: сделай столько частей. Два куска. Поэтому ответ всё равно про пиццу.

— А если бы мы делили пиццу на пиццу? — тут же спросил Витя Кротов, обрадовавшись, что нашёл, кажется, дыру в рассуждении. — Тогда результат — тоже пицца?

— Нет, — отрезала Настя. — Тогда узнаём, сколько таких пицц или кусочков помещается в целой. Получается число.

— Число чего? — спросила Марина Сергеевна.

Настя открыла рот и обнаружила, что продолжения у неё нет.

— Просто число.

— Просто чисел не бывает, мы это выяснили ещё вчера. Разложи одну пиццу на группы по одной пицце. Вслух, целиком, не сокращая.

— Одна пицца... на группы по одной пицце... — Настя проговаривала медленно, будто вслушиваясь в собственные слова. — Получится одна группа. Одна группа из одной пиццы.

— Вот теперь ответ полный. Не «один», а «одна группа из одной пиццы». Пицца никуда не пропала, она сидит внутри имени группы. Пропала она только из счёта: считаем-то мы группы, а не пиццы.

— А если мерка — половинка? — спросил Кротов, уже без прежней задиристости.

— Тогда две группы по половине пиццы. И заметь, что сложится обратно ровно в одну пиццу, а не в две.

Марина Сергеевна кивнула.

— То есть, — сказала она, обращаясь уже ко всему классу, — если делишь величину на число — получаешь ту же величину, только меньше. А если делишь величину на такую же величину — получаешь число групп. Пиццу на два — снова пицца. Пиццу на мерку-пиццу — одна группа из одной пиццы.

— Неправда, — тут же сказал Витя Кротов, и в этот раз в его голосе не было привычного желания поспорить ради спора — было настоящее удивление, что он поймал учительницу. — Если пиццу разделить на одну вторую, получится

две пиццы! Смотрите: если мерить половинками, то в одной целой пицце ровно две половинки. Значит, ответ — два, а не половина.

Марина Сергеевна остановилась, посмотрела на доску, потом на Кротова — и уже открыла было рот, чтобы согласиться, но вдруг замерла.

— погоди, Кротов. «Две пиццы» — это откуда? У нас была одна пицца. Мы её не удваивали, только резали. Одна пицца, сколько её ни дели, не может превратиться в две — мы, считай, уже почти это установили. Резать — не значит размножать.

— Но ответ же два! — возразил Кротов, чувствуя, что победу отнимают прямо у него на глазах.

— Ответ — два, тут ты прав. Вопрос — два чего. Ты мерил половинками: сколько половинок помещается в целое. Мерка у тебя — половина пиццы, то есть такая же пицца, только маленькая. А мы буквально только что выяснили: если делить величину на такую же величину, получаешь число групп. Две группы по половине пиццы — вот полный ответ. Не две пиццы, а две группы, и в каждой по половине.

— Но я же сказал «получится две пиццы», — растерянно заметил Кротов. — Я разве соврал?

— Соврала формулировка, и я её подхватила. Получились не две целые пиццы, а два куска размером с мерку. Вместе они по-прежнему составляют одну пиццу.

— То есть двойку я угадал, а назвал не то? — спросил

Кротов.

— Именно. Правильное число ещё не гарантирует правильного ответа.

— Значит, деление не всегда уменьшает? — не выдержал кто-то с задней парты.

— Размер куска уменьшается, а число мерок может увеличиваться. Это разные вопросы: пицца от смены вопроса не растёт и не худеет.

— Значит, под одним знаком спрятаны два вопроса? — спросила Настя.

— Именно. Один знак скрывает два вопроса.

— А почему нам в началке говорили просто «деление уменьшает»? — с искренней обидой спросил Кротов.

— Потому что там речь шла только о размере одной из равных частей. Правило не было ложным — оно было неполным.

— Значит, нас обманывали? — уточнил Пирогов, явно готовясь возмутиться за весь класс.

— Вас упрощали, Пирогов. Теперь пора добавить то, что раньше не помещалось в объяснение.

— Тогда что такое деление вообще? — спросил Кротов, и на этот раз в его голосе не было ни капли привычной язвительности — только растерянность человека, у которого только что отняли последнее твёрдое убеждение. — Если оно то увеличивает, то уменьшает, то вообще ничего не меняет — как понять, что оно вообще делает?

Марина Сергеевна отложила мел.

— Хороший вопрос, Кротов. Может быть, лучший за сегодня. — Она написала на доске:

$$a \div b = c, \text{ если } c \times b = a$$

— Вот и всё определение. Деление — это действие, обратное умножению. Разделить a на b значит найти такое число c , которое, если его умножить на b , снова даёт a . Всё остальное — следствия, а не правила.

Класс переписывал формулу молча, и уже начал закрывать тетради, когда Настя вдруг подняла голову.

— Погодите. А что такое здесь b ?

— Делитель, — сказала Марина Сергеевна. — Мы это уже сто раз проговорили сегодня.

— Мы всё время считали, что b — голое число. Но пицца — величина. Почему её можно делить на двойку, если двойка не пицца точно так же, как человек?

В классе стало очень тихо.

Марина Сергеевна посмотрела на доску, на свою же собственную запись « $a \div b = c$ », как будто увидела в ней что-то, чего не видела весь день.

— Ты права, Гущина. Мы выгнали людей из делителей и не заметили, что двойка тоже не пицца.

— То есть это тоже была ошибка? — спросил Кротов уже без всякого злорадства, скорее растерянно.

— Похоже, что да. Если держаться нашего рассуждения, делитель должен быть меркой того же рода. Фраза «разделить пиццу на два» прячет эту мерку внутри числа.

— Тогда вся запись на доске неправильная? — спросила Настя.

— Не неправильная — неполная. **b** — это не голое число. **b** — это мерка: величина того же рода, что и **a**. Пицца меряется пиццей. Яблоки — яблоками. Число **c** показывает, сколько мерок **b** содержится в **a**. Но голое число ещё не является результатом измерения: результат измерения — величина, и в полном ответе должно быть сказано, какие именно мерки мы сосчитали.

— А если **b** — ноль? — тихо спросила Соня Веткина.
— Если **a** не ноль, ответа нет. А если тоже ноль — ответов слишком много. Какое **c** тогда писать?

В классе снова стало тихо, но по-другому — тем особым молчанием, которое бывает, когда самый незаметный человек в комнате внезапно оказывается самым точным.

Марина Сергеевна посмотрела на доску, потом на Соню, и медленно приписала внизу:

$$a \div b = c, \text{ если } c \times b = a, \text{ где } b \neq 0$$

— Ты права, Веткина, и это не мелочь — это ровно то, чего не хватало, чтобы определение вообще было определением. Определение обязано давать один ответ, а не ни одного и не бесконечно много сразу. Без « b не равно нулю» моя запись на доске — не определение, а недоразумение с одной незакрытой дверью. Спасибо, что закрыла её.

— То есть на ноль делить нельзя вообще никогда? — уточнил Пирогов.

— Нельзя. Не потому, что это запрещено каким-то правилом, как переход дороги на красный свет. А потому, что вопрос «на что нужно было умножить ноль, чтобы получить пять» не имеет ответа в принципе — не бывает такого числа. А вопрос «на что нужно было умножить ноль, чтобы получить ноль» имеет сразу все ответы одновременно, что для одного числа тоже не годится. Деление на ноль — это не заперщённая дверь. Это дверь, которой не существует.

— Значит, — сказала Настя, — сегодня у нас было целых четыре поправки к одному правилу.

— Четыре, — согласилась Марина Сергеевна. — Причём две из них твои, Гущина. Кротов, Гущина дважды, Веткина. Если бы комиссия видела этот урок, а не то, что я собираюсь им показать через три недели, вопрос о нашем классе решился бы сам собой.

В этот момент прозвенел звонок — на этот раз последний, не на перемену, а домой. Класс зашумел, задвигал стульями, и договорить про пиццу на пиццу пришлось бы уже завтра.

— На сегодня всё, — сказала Марина Сергеевна, повышая голос над скрипом парт. — Продолжим завтра. У нас ещё не решённый вопрос: что вообще такое умножение, раз уж мы сегодня так тщательно разобрались с делением. Сама же сказала: деление — действие, обратное умножению. А что такое умножение, я вам сегодня толком и не объяснила.

— Может, лучше не надо, — донеслось с задней парты без особой надежды быть услышанным.

— Обязательно надо, — сказала Марина Сергеевна. — До завтра.

ГЛАВА ВТОРАЯ

Слагаемые

На следующий день класс входил в кабинет математики с той особой осторожностью, с какой заходят в комнату, где вчера что-то важное сломалось, а сегодня непонятно, починили это или нет.

— Так, — сказала Марина Сергеевна, едва прозвенел звонок. — Вчера мы остановились на моём обещании: сегодня разбираемся, что такое умножение. Деление — это действие, обратное умножению. А деление, как мы выяснили, штука честная, но с сюрпризами. Кто-нибудь ночью передумал и решил, что умножение — простое?

Класс молчал с достоинством людей, которые твёрдо усвоили: простых вопросов на этом уроке больше не бывает.

— Подождите, — сказала Настя, глядя на формулу. — Пицца же не стала меньше. Меньше стал один кусок. А вся пицца так и осталась в **a**.

Марина Сергеевна посмотрела на доску, потом на Настю — с тем же выражением, что и вчера, не один раз за урок, только теперь, кажется, уже без удивления, а с некоторым узнаванием: похоже, это становится закономерностью, а не случайностью.

— Ты права, Гущина. И это, пожалуй, точнее всего, что было сказано на этом уроке. Пицца не худеет оттого, что её порезали. Худеет кусок. Разрежь её на два, на три, на десять частей — самой пиццы, сложенной обратно, будет ровно столько же, сколько было в самом начале. Меняется не то, что мы делим, а то, что достаётся одной части.

— Тогда почему вы весь вчерашний урок говорили «получаешь меньше»? — спросил Кротов, теперь уже почти торжествующе.

— Потому что я, как и учебник в началке, упрощала, — сказала Марина Сергеевна. — И, судя по всему, продолжаю по инерции. Не прошло и пяти минут второго дня, а вы уже нашли, к чему придраться. Боюсь спросить, что будет к концу урока.

— То есть деление вообще ничего не делает с самой величиной? — уточнил Кротов.

— Вообще ничего, — сказала Марина Сергеевна. — Единица остаётся единицей независимо от того, на сколько частей её мысленно нарезали. Деление не отрезает от целого — оно просто по-другому его описывает: не как одну штуку, а как несколько равных частей. Целое от этого не худеет.

— Подождите, — сказал Кротов, откладывая ручку с видом человека, который только что нашёл главную дыру в системе, а не очередную мелкую. — Вы сказали, деление — это действие, обратное умножению. А умножение тогда что? Если всё определяется через что-то другое, то где это вооб-

ще заканчивается?

Марина Сергеевна посмотрела на него долгим взглядом — не раздражённым, а таким, каким смотрят на ученика, случайно набредшего на вопрос, которым несколько тысяч лет занимались люди поумнее его классного руководителя.

— Сумму одинаковых слагаемых заменяют короткой записью — умножением. Указывают, чему равно слагаемое и сколько их.

— Там написано «заменяют», — возразила Настя. — Значит, умножение и сложение — не одно действие.

— Ты права. Замена — ещё не тождество.

— И ещё, — сказала Настя. — Умножение — действие, а получается произведение. Вы опять действие и ответ назвали одним словом.

— И слагаемые равные, — тихо добавила Соня. — Выглядеть они могут по-разному.

Мел лёг на полочку.

— Тогда формулируйте сами.

После нескольких попыток на доске осталось:

Умножение — действие, с помощью которого находят сумму равных слагаемых, не складывая их по одному. Результат умножения называется произведением.

— Вот теперь набело, — сказала Марина Сергеевна. — Действие и его результат получили разные имена. А слово «равных» мы не заменили словом «одинаковых».

Она посмотрела на исписанную доску чуть дольше, чем требовалось.

— Я столько лет повторяла учебную фразу и не замечала, что действие подменено результатом. Причём так напечатано в учебнике.

— Даже в напечатанной книге может быть неправильно? — недоверчиво спросил Пировов.

— Может. Печать делает фразу распространённой, но не безошибочной.

— Хороший день для 5 «А», — подытожил Пировов. — И не самый простой для вас.

— Например? — спросил Кротов с подозрением, как будто ждал подвоха.

— Три яблока умножить на четыре: четыре равные группы по три яблока. Длинная сумма дала бы те же двенадцать.

— То есть умножение — это просто быстрое сложение одинаковых групп? — уточнила Настя.

— Быстрое — да. Но не «одинаковых», а равных.

— А сложение тогда что? — спросил Кротов.

— Сложение опирается на счёт: прибавить один — значит назвать следующее число. Ниже остаётся только «раз, два, три».

— То есть умножение — это сложение, сложение — это счёт, а деление — это умножение наоборот, — подытожила Настя. — Тогда всё сходится. Круга нет.

— Стойте, — сказал Кротов. — Три карандаша умножить

на два — это же не «назвать следующее число». Это карандаши. Их можно потрогать. При чём тут вообще голый счёт?

Марина Сергеевна кивнула, как будто ждала именно этого возражения.

— К счёту сводятся не карандаши, а количество повторений. В записи $a \times 2$ двойка сообщает, сколько раз взять a .

— То есть карандаши остаются карандашами, а превращается в голое число только «сколько раз»? — уточнила Настя.

— Карандаши никуда не превращаются. Двойка только считает повторения.

— Круга нет для целых чисел, — сказала Марина Сергеевна. — А вот для дробей — тут ты, Гущина, слишком поторопилась. Как умножить пиццу на одну вторую? Сложить пиццу с собой саму пол-раза не получится — «пол-раза» это не то, что можно повторить.

Класс задумался.

— Тогда что это значит? — спросила Настя, впервые за урок звучащая не до конца уверенно.

— Значит взять часть, — сказала Марина Сергеевна. — Умножить на одну вторую значит не повторить, а урезать: взять от целого ровно половину. А «взять часть от целого» — это, если вслушаться, звучит подозрительно похоже на деление, с которого мы сегодня начинали.

Она помолчала, давая классу самому доиграть мысль до конца.

— То есть умножение на дробь тайно прячет в себе деление? — спросил Кротов уже почти шёпотом.

— Для натурального множителя работает повторение. Для дроби действие расширяется: умножить на половину означает взять половину. Начальное определение не сломалось — у него обнаружилась граница.

— Значит, это не дыра, а просто то место, где два определения встречаются? — спросила Настя.

— Именно. Не всякая граница — дыра.

— Тогда получается, — сказал Кротов, снова подбираясь к чему-то, — умножение — это действие, обратное делению? Раз деление обратно умножению, то и наоборот же должно работать?

— По отдельности — верно, Кротов. Обратные действия всегда работают в обе стороны: если деление отменяет умножение, то и умножение отменяет деление. Это правда. Но как определение — так писать нельзя.

— Почему? Вы же сами сказали, что это правда.

— Если определить деление через умножение, а умножение через деление, оба повиснут в воздухе. Правда может оказаться плохим фундаментом.

— Поэтому вы умножение объяснили не через деление, а через сложение, — сказала Настя. — Чтобы был выход из круга.

— Именно. Умножение мы связали со сложением, сложение — со счётом. Порядок объяснений важен.

Класс притих. Марина Сергеевна вернулась к дробям, но Соня опередила её:

— А бывают неправильные дроби?

— Бывают, Веткина. Это когда числитель больше знаменателя. Например, семь четвёртых.

— И что это значит?

— Значит, у тебя больше одного целого. Например, полторы пиццы.

— Целая пицца и ещё половина, — уточнил Женя Пиров таким тоном, будто это была не математика, а личная мечта.

— Именно. Семь четвёртых — то же самое, что одна целая и три четвёртых. Просто записано иначе.

— А зачем записывать иначе, если можно сразу нормально? — снова встрял Кротов.

— Затем, что иногда удобнее считать неправильными дробями, Кротов, а иногда — правильными. Это как с людьми: иногда удобнее, когда всё аккуратно разложено по полочкам, а иногда — когда всё свалено в одну кучу, но зато сразу понятно, сколько всего есть.

— Как в моей комнате, — гордо сказал Кротов.

— Вот именно поэтому у тебя, Кротов, всё ещё неправильная дробь по математике за прошлую четверть.

Класс засмеялся уже в полный голос, и даже Настя Гущина, обычно сохранявшая безукоризненную серьёзность, позволила себе улыбнуться — сдержанно, будто улыбка тоже

была дробью, и она не хотела тратить её целиком.

Марина Сергеевна повернулась к доске, чтобы перейти к следующему примеру, — и только тогда увидела класс целиком, не по одному ученику за раз, а сразу.

Соня Веткина сидела так же прямо, как в начале урока, но взгляд у неё стал стеклянным. Женя Пирогов подпёр голову рукой и смотрел на доску как на что-то написанное на незнакомом языке. Даже Настя машинально крутила ручку, а Витя Кротов зевнул и не потрудился это скрыть.

Марина Сергеевна вдруг поняла, что за один урок провела их через умножение, произведение, границы определений и неправильные дроби. Даже для 5 «А» это оказалось слишком щедро.

Она как раз собиралась сказать что-то вроде «на сегодня, пожалуй, хватит», когда дверь открылась, и в класс заглянула завуч — Ольга Петровна, женщина, чьё появление в кабинете обычно означало одно из двух: либо пожарную тревогу, либо новости, которые хуже пожарной тревоги.

— Марина Сергеевна, на два слова.

В коридоре Ольга Петровна сообщила новость коротко, без вводных дробей:

— В следующем году новый математический класс могут не набрать. Заявлений мало. А собственник уже предупредил: если не будет нового набора, всё направление признают нерентабельным. Ваш нынешний пятый «А» в шестом классе объединят с обычным, часы сократят. Через три недели

приедет комиссия департамента — школе подтверждать аккредитацию и право выдавать аттестаты установленного образца. Собственник хочет принять решение сразу после открытого урока.

Марина Сергеевна прислонилась к подоконнику — жест, который она обычно приберегала для родительских собраний.

— Сколько сейчас заявлений?

— Двенадцать.

— На двадцать мест — двенадцать заявлений. Шестьдесят процентов. — Она вздохнула. — Дробь, которую комиссии наш директор точно предъявлять не станет.

— Родители будущих пятиклассников жалуются, что программа слишком сложная, — сказала Ольга Петровна. — Говорят, ребёнок будет приходить домой в слезах из-за каких-то дробей и уравнений, пока сосед из обычного класса спокойно играет во дворе.

— Сосед из обычного класса в девятом классе будет спрашивать у моего ученика, сколько будет пятнадцать процентов от зарплаты.

— Это вы объясните комиссии, а не мне. Мне нужно, чтобы к вам в следующем году записалось хотя бы двадцать человек, а лучше двадцать пять, чтобы был запас на тех, кто передумает после первой контрольной.

— То есть вы хотите, чтобы я за три недели убедила Бутово, что дроби — это весело.

— Я хочу, чтобы вы убедили комиссию и собственника. А родители должны захотеть увидеть то же самое своими глазами.

— И что нужно сделать?

— Показать, что математика — это не то, от чего дети убегают. У вас три недели, Марина Сергеевна, чтобы найти способ это доказать.

В этот момент где-то в конце коридора прозвенел звонок — длинный, равнодушный ко всему происходящему в мире, как и полагается звонку, у которого нет других забот, кроме расписания.

Ольга Петровна поморщилась, будто звонок был личным оскорблением, адресованным лично ей.

— Идёмте в учительскую, — сказала она. — Через минуту здесь будет не коридор, а вокзал.

* * *

В учительской пахло растворимым кофе и чужими контрольными, которые никто не спешил проверять. За дальним столом географичка Людмила Викторовна проверяла тесты красной ручкой с таким видом, будто выносила приговор, а не ставила оценки. У окна физрук Сергей Анатольевич доедал бутерброд, держа в свободной руке свисток — так, словно был готов в любую секунду прервать перемену силой, если она вдруг решит затянуться.

— О чём шепчемся? — спросил физрук, не переставая жевать.

— Математический класс могут расформировать, — сказала Ольга Петровна, садясь на свободный стул с обречённым видом человека, которому предстоит произнести эту фразу ещё раз десять за день. — Недобор.

— В частной школе недобор — это дыра в кассе, — сказала Людмила Викторовна. — А углублённая математика обходится дороже обычного класса.

Физрук поднёс к губам свисток и коротко, сухо свистнул — будто судья, фиксирующий нарушение где-то в мироздании.

— А у меня, думаете, лучше? Географию скоро заменят телефоном.

— В телефоне есть карта, — сказала Марина Сергеевна. — Карта — не география.

— Вот и я о том же. Но кто меня слушает.

— У Марины Сергеевны сложнее, — вставил физрук. — Дроби в телефоне не покажешь.

— Спасибо за поддержку, Сергей Анатольевич, — сухо сказала Марина Сергеевна.

— Не за что. Я на вашей стороне. Просто с фактами.

— Марина Сергеевна, у вас три недели, — напомнила Ольга Петровна. — Нужен не парад отличников, а что-то настоящее.

— А что бывает ненастоящее? — спросил физрук.

— Ненастоящее — это когда перед комиссией дети говорят то, что выучили, а не то, что думают, — сказала Марина

Сергеевна, прежде чем Ольга Петровна успела ответить. — Комиссии обычно как раз такое и показывают. И обычно это работает. Но мне бы не хотелось.

— А что вам бы хотелось?

Марина Сергеевна посмотрела в окно, за которым уже начиналась перемена — крики, беготня, чей-то мяч, влетевший точно туда, куда не следовало.

— Мне бы хотелось, чтобы они делали ровно то же, что сегодня на уроке. Ловили меня на ошибках. Только чтобы после этого у них ещё оставались силы дойти до звонка.

Людмила Викторовна оторвалась наконец от тетрадей.

— Звучит как невозможное условие.

— Вся моя профессия, Людмила Викторовна, состоит из невозможных условий, которые почему-то иногда выполняются.

Прозвенел ещё один звонок — на этот раз призывающий обратно к урокам, — и учительская за секунду опустела наполовину: физрук подхватил свисток и вышел строевым шагом, будто перемена лично объявила ему войну, а Людмила Викторовна со вздохом сгребла тетради в стопку.

Марина Сергеевна осталась сидеть ещё немного, думая о трёх неделях, о двенадцати заявлениях из двадцати нужных и о том, как разделить один хороший, но слишком тяжёлый урок на несколько таких, после которых дети будут не только умнее, но и живы.

* * *

Когда она вернулась в класс, Витя Кротов уже успел написать на доске, пока её не было, собственную версию темы: « $1/2$ = ПОЛОВИНА УРОКА ПРОШЛА, СЛАВА БОГУ».

— Кротов, — сказала Марина Сергеевна, глядя на доску, — это, вообще-то, правильная дробь. Числитель меньше знаменателя. Садись, четыре с плюсом за математику и два за поведение.

— А среднее арифметическое можно? — с надеждой спросил Витя.

— Можно. Три. Садись.

Класс снова засмеялся, а Марина Сергеевна подумала, что, возможно, это и есть её главный аргумент для комиссии — не формулы, а то, что происходит между ними.

* * *

После уроков она осталась в пустом кабинете одна, глядя на доску, где всё ещё красовалась дробь Вити Кротова про половину урока. Стирать её не хотелось.

Дверь приоткрылась. Заглянул Женя Пирогов — очевидно, забыл портфель, но, судя по выражению лица, забыл его не полностью случайно.

— Марина Сергеевна, а правда наш класс могут расформировать?

Она посмотрела на него — на мальчика, который двадцать минут назад делил пиццу с математической точностью человека, для которого еда была не абстракцией, а важнейшей практической дисциплиной.

— Кто тебе сказал?

— Все говорят. Мама Насти Гущиной работает в департаменте, она сказала маме, мама сказала мне.

Марина Сергеевна подумала, что информация в пятом классе распространяется значительно быстрее, чем в министерстве образования, и с гораздо меньшими искажениями.

— Расформировать нас не могут, — сказала она. — Но им нужно доказательство, что мы стоим того, чтобы существовать.

— А как это доказывают?

— Хороший вопрос, Пирогов. — Она забрала из-под парты его портфель и протянула ему. — Обычно это делают числами. Но иногда числа — не единственный способ.

— А какой ещё есть?

Она посмотрела на доску, на кривоватую надпись мелом, на пустые парты, которые завтра снова заполнятся шестнадцатью разными отношениями к дробям.

— Пока не знаю, Пирогов. Иди домой. Завтра подумаем вместе — всем классом. Может, у кого-то из вас идея получится лучше, чем у меня.

Женя кивнул и уже почти вышел, но остановился в дверях.

— Марина Сергеевна, а сегодняшний урок — он был хороший?

— Очень хороший, Пирогов. Может быть, лучший в этом году.

— А почему тогда к концу все сидели, как будто из нас выкачали воздух?

Марина Сергеевна помолчала.

— Потому что хороший урок и урок, который выдержат все сорок минут подряд, — не всегда одно и то же. Это тоже, если разобраться, вопрос деления: как взять что-то настоящее и разделить его на такие части, чтобы каждая была по силам, а не одну огромную порцию сразу.

— Значит, для комиссии нужен другой урок?

— Нужен тот же самый урок, Пирогов. Просто по-другому поделённый.

Женя кивнул и ушёл, а Марина Сергеевна ещё долго сидела, глядя на цифру « $1/2$ » на доске, думая о том, что весь класс — от Кротова до Гущиной — был, в сущности, одной большой неправильной дробью: числитель побольше знаменателя, между ними больше, чем помещается в аккуратную запись, — и, может быть, именно это стоило показать комиссии в первую очередь.

ГЛАВА ТРЕТЬЯ

Кратчайшее описание

— Сегодня без дробей, — объявила Марина Сергеевна.

Класс насторожился. За два дня 5 «А» усвоил, что чем безобиднее начало, тем хуже дело.

— Мы два урока подряд спорили об определениях. Что определение неполное, что оно не даёт один ответ, что учебник его перепутал. Кротов, ты вчера кричал, что тебе весь год требуют определения.

— Ну.

— Так вот. Что такое определение?

Кротов открыл рот. Закрыл.

— Это... когда объясняют, что такое слово.

— А объяснение — это что?

— Когда рассказывают.

— А рассказ?

— Так нечестно! — сказал Кротов.

— Совершенно честно. Просто ты обнаружил, что пользуешься словом, которого не понимаешь. Я, кстати, тоже — до определённого момента. Начнём с чего-нибудь попроще. Что значит измерить?

— Измерить длину, — сказала Настя.

— Я не знаю, что значит измерить.

— Ну, линейкой.

— А что делать линейкой? Вот линейка. Говори, я буду делать ровно то, что ты скажешь.

Марина Сергеевна взяла со стола линейку и встала у первой парты с видом человека, готового исполнить любую инструкцию буквально.

— Положить линейку на парту.

Марина Сергеевна положила линейку на середину парты, поперёк.

— Не так! К краю.

Линейка легла вдоль края, но с середины.

— Не туда! Чтобы конец совпадал с углом.

— Какой конец?

— Который с нулём... — Настя запнулась. — И вдоль той стороны, которую меряем.

— Уже лучше.

— Потом смотрим, где второй конец, ставим отметку, переносим линейку, чтобы нулевой конец совпал с отметкой, снова отмечаем, и так до другого угла. Потом считаем, сколько получилось.

— Хорошо, — сказала Марина Сергеевна, вернув линейку на стол. — Это описание. Довольно длинное, но работает — я по нему смогла бы измерить. А теперь сократите его.

— Как сократить?

— Выбросьте всё, без чего смысл не пропадёт. Оставьте

самое короткое, что ещё остаётся правдой.

Класс возился минут пять. Убирали отметки, переносы, углы. Осталось:

Измерить — сравнить с линейкой

— Хорошо. А карандашом можно измерить?

— Нельзя, — сказал Пирогов.

Марина Сергеевна взяла карандаш и приложила к парте.

— Один карандаш. Два. Три. Четыре с половиной. Длина парты — четыре с половиной карандаша. Я измерила?

— Так карандаши же разные! — возмутился Пирогов.

— Отлично. А линейки?

Пауза.

— Тоже разные, — призналась Настя. — У Кротова длинная, у меня короткая.

— Значит, «сравнить с линейкой» — плохое описание. Что же тогда одинаковое у всех?

— Сантиметры, — тихо сказала Соня.

— Почему?

— Потому что сантиметр у всех один и тот же. Иначе бы никто ни с кем не договорился.

— Именно. То, что принято за единицу сравнения и известно всем, называется эталоном. Метр — эталон длины, килограмм — эталон массы. Сантиметр — сотая доля метра.

Она стёрла с доски прежнюю строчку и написала:

Измерение — сравнение с эталоном

— Три слова, — сказала она. — Из того длинного рассказа про переносы линейки осталось три слова, и ни одно не выбросить: убери «сравнение» — непонятно, что делаем; убери «эталон» — вернутся карандаши.

— И это называется определением? — спросил Кротов.

— Это и есть определение. Определение — кратчайшее описание.

Соня записала.

— Погодите, — сказал Кротов. — Мы сейчас дали определение слову «измерение», пользуясь словом «определение», которого не знали. И заодно дали определение слову «определение». Это не по кругу?

— Не по кругу. Мы сначала проделали работу — сократили длинное описание до трёх слов, — а потом назвали то, что получилось. Сперва сделали, потом назвали. Это разные вещи, и порядок тут важнее, чем кажется.

* * *

— А теперь вопрос, из-за которого мы всё это затеяли, — сказала Марина Сергеевна. — Пирогов, дай определение карандашу.

— Карандаш — это... такая палочка с грифелем.

— Толстая или тонкая?

— Разные бывают.

— Круглый или шестигранный?

— Тоже разные.

— С резинкой на конце или без?

— Марина Сергеевна, ну хватит.

— Не хватит. Скажи мне, сколько всего можно перечислить у карандаша: длина, толщина, цвет, число граней, вес, твёрдость грифеля, насколько заточен, чем пахнет...

— Много.

— Бесконечно много. Всего не перечислить никогда. Значит, определение карандашу построить нельзя. Что мы делаем вместо этого?

Соня подумала.

— Просто показываем карандаш и говорим: вот это карандаш.

— Именно. Это называется **название**. Названия дают предметам, и дают их, показывая предмет целиком, потому что описать его полностью невозможно.

Она начертила на доске окружность.

— А это?

— Окружность, — сказал Кротов.

— Покажи мне окружность.

Кротов ткнул в доску.

— Это полоса мела. Она имеет ширину, у неё есть цвет, она осыпается, если провести пальцем. А настоящая окружность — замкнутая линия. Линия — это множество точек. У точки нет размера. Значит, у окружности нет ширины и

её нельзя увидеть.

— То есть окружности не существует? — уточнил Пирогов.

— Как предмета — не существует. Показать её, как карандаш, я не могу. Зато могу описать: замкнутая кривая, все точки которой одинаково удалены от одной. И это описание можно сократить, а сокращённому — дать слово.

Она написала:

Название дают предмету. Термин дают определению.

— Карандаш — название. Окружность — термин. Разница не в словах, а в том, откуда они берутся: название приклеивают к вещи, которую видно, термин — к определению, которое построили.

* * *

— И последнее на сегодня, — сказала Марина Сергеевна. — Пирогов, ты в три года знал слово «яблоко»?

— Наверное.

— Одно конкретное яблоко, которое тебе давали. Красное, скажем. А если бы тебе тогда показали зелёное — ты бы признал в нём яблоко?

— Не знаю. Может, испугался бы.

— Многие дети именно так и делают: зелёное — это уже не яблоко, это что-то другое. А потом наступает момент, когда ребёнок понимает: яблок много, они разные, и всё-таки все они яблоки. У него появляется образ яблока вообще —

которого нет ни на одном столе.

— И тогда слово «яблоко» из названия становится термином, — сказала Настя.

— Совершенно верно. И это движение работает в обе стороны. От вещи к образу — как с яблоком. И обратно: от образа к вещи, когда термин становится для тебя таким же понятным и своим, как карандаш. Вот, собственно, чем мы весь год и занимаемся: превращаем термины в существительные.

— А есть слова, у которых определения вообще нет? — вдруг спросила Соня.

Марина Сергеевна посмотрела на неё дольше обычного.

— Есть, Веткина. Немного, но есть. И мы до них ещё доберёмся — где-нибудь ближе к концу года, когда вы будете к этому готовы.

— А почему не сейчас?

— Потому что сейчас вы мне не поверите.

ГЛАВА ЧЕТВЁРТАЯ

Родительское собрание

Кабинет математики вмещал тридцать человек, а пришло на удивление много народу — почти все родители, кого можно было собрать за один вторник вечером угрозой закрытия любимого предмета их детей. Взрослые сидели за партами пятиклассников, некоторые — с явным трудом уместив колени под столешницу, рассчитанную на одиннадцатилетних. Марина Сергеевна стояла у доски, на которой всё ещё виднелась недописанная формула деления, стёртая наполовину, и ждала, пока директор Полупроводников закончит вступление. Оно состояло в основном из слов «оптимизация», «эффективность» и «непростые времена», произнесённых так, будто директор лично сочувствовал каждому из них.

— А теперь, — сказал он наконец, — я передаю слово Марине Сергеевне, которая, как вы знаете, ведёт математику с углублённым изучением у пятого «А».

Она вышла вперёд. В третьем ряду сидела мать Насти Гущиной — такая же прямая и подтянутая, как дочь, будто вежливость тоже была правильной дробью. Чуть дальше — бабушка Жени Пирогова, поглядывавшая на стол с чаем и печеньем у входа с видом человека, привыкшего следить,

чтобы никто не остался голодным. Отец Кротова, невысокий мужчина в очках, сидел за последней партой с видом человека, пришедшего скорее из вежливости, чем из тревоги.

— Добрый вечер, — сказала Марина Сергеевна. — Я знаю, что многие из вас пришли с вопросом, который проще всего сформулировать так: зачем моему ребёнку в пять раз больше домашней работы по математике, чем у соседа по двору?

По кабинету пробежал одобрителный шум — видимо, именно эту фразу многие репетировали по дороге.

— Отвечу честно: не затем, чтобы он решал больше примеров. А затем, что несколько раз в неделю ваши дети ловят меня на ошибке. Не на опечатке — на настоящей, содержательной ошибке в математике, которую я произношу вслух, будучи полностью уверена, что права.

В кабинете стало тише — не одобрительно, а настороженно.

— На последних уроках я объясняла деление, — продолжила она. — И на каждом меня останавливали. Сначала — что нельзя делить пиццу на людей. Потом — что нельзя делить величину на голое число, только на такую же величину. Потом — что ноль в делителе ломает саму идею определения. Потом — что печатный учебник тоже может ошибаться, и это не повод ему верить меньше, а повод проверять больше. А вчера выяснилось, что я и слово «определение» толком не умела объяснить, пока класс не заставил меня это

сделать вслух.

— И вы считаете, это повод для гордости? — спросила женщина из второго ряда, судя по интонации, мать кого-то из отличников, для которой любая заминка учителя была тревожным сигналом, а не учебным моментом.

— Я считаю это единственным честным способом преподавать математику, — сказала Марина Сергеевна. — Можно давать детям готовые правила и требовать их запомнить. Тогда ошибок будет меньше — и моих, и их. Но и математики будет меньше. Останется только вера в то, что где-то есть взрослый, который точно знает ответ.

Мать Насти в третьем ряду подняла руку — не как ребёнок на уроке, а спокойно, по-взрослому.

— Простите, а как это связано с тем, что моя дочь в десять вечера ещё сидит над тетрадью?

— Никак не связано, — честно сказала Марина Сергеевна. — И это отдельная моя ошибка, которую я как раз пытаюсь исправить. Хороший урок и урок, который выдержат все сорок минут подряд, — не одно и то же. Я это поняла на прошлой неделе, глядя на класс, из которого будто выкачали воздух к концу второго дня подряд глубокого материала. Мы сейчас меняем темп — не содержание, а именно темп.

Из последнего ряда неожиданно подал голос отец Кротова.

— А можно вопрос не про темп?

— Конечно, Николай... — она запнулась.

— Игоревич, — подсказал он. — Вчера Витя минут двадцать объяснял мне, почему действие и его результат нельзя называть одним словом. Такого воодушевления я у него года два не видел.

— Он довольно неплохо возражает, — сказала Марина Сергеевна.

В кабинете кто-то тихо засмеялся — видимо, узнав своего ребёнка в этом описании.

— Тогда у меня встречный вопрос ко всем, — сказала мать Насти, уже мягче. — Если это настолько хорошо работает на детей, почему у нас показатели по контрольным ниже, чем в обычном пятом «Б»?

Марина Сергеевна не сразу нашлась с ответом, и эта секунда молчания оказалась красноречивее, чем любой заготовленный аргумент.

— Потому что контрольные проверяют, помнишь ли ты правило, — сказала она наконец. — А я тренирую другое: замечаешь ли ты, когда правило неполное. Это разные навыки, и я не уверена, что наши контрольные вообще умеют мерить второй.

— Это красиво звучит, — сказала мать Насти, и теперь в её голосе появилась жёсткость, которой не было раньше. — Но дочери через год поступать в лицей, а лицейю всё равно, замечает она неполноту правил или нет. Ему важна оценка в столбик. Вы предлагаете мне утешаться тем, что моя дочь мыслит глубже, пока её результаты хуже, чем у детей, кото-

рых просто натаскали на решение примеров?

Марина Сергеевна не стала торопиться с ответом.

— Нет, — сказала она наконец. — Не предлагаю. Вы правы: то, что я говорю, не отменяет того, что оценка в столбик существует и на неё поступают. Если к концу года у ваших детей результаты будут хуже, чем в обычном классе, это будет моей виной, а не недостатком контрольных. Глубина не освобождает от обязанности сдать материал. Она должна быть в придачу к нему, а не вместо.

— Тогда почему сейчас хуже?

— Потому что мы полгода перестраивали фундамент, а не тренировали скорость решения типовых примеров. Это было моё решение, и я готова за него отвечать — в том числе результатами к концу четверти, не только красивыми разговорами на собрании. Если к контрольной за четверть цифры не подтянутся, у вас будет полное право сказать мне это прямо, и я не буду искать, чем оправдаться.

— То есть вы предлагаете нам поверить на слово, — сказала мать Насти, не враждебно, а действительно пытаясь понять.

— Я предлагаю прийти на открытый урок через три недели и увидеть самим, — сказала Марина Сергеевна. — Не мне верить. Своим детям.

Директор Полупроводников, до этого молчавший с застывшей улыбкой человека, готового в любой момент вмешаться, если разговор пойдёт не в ту сторону, решил, что

момент подходящий, и поднялся со своего места.

— Что ж, на этом, пожалуй, поблагодарим Марину Сергеевну за откровенность...

— Ещё один вопрос, — сказал отец Кротова, не вставая. — Практический. Если родители сомневаются — что нам сейчас делать? Забирать детей из класса или подождать?

Марина Сергеевна посмотрела на него, потом на весь кабинет — на мать Насти, на бабушку Жени, так и не притронувшуюся к чаю, на парту, за которой вполне мог бы сидеть сам Кротов, если бы это был обычный урок, а не собрание для взрослых.

— Подождать, — сказала она. — Три недели — это немного. И, если честно, я бы предпочла, чтобы вы дождались не потому, что я красиво выступила сегодня, а потому что увидите это сами через три недели, на открытом уроке. Слова со сцены — это тоже своего рода готовое правило. Я стараюсь избегать именно их.

Собрание закончилось без аплодисментов, но и без явного недовольства — что, как позже сказала Ольге Петровне уходящая последней Людмила Викторовна, было, возможно, лучшим исходом, на который вообще можно было рассчитывать.

Марина Сергеевна складывала бумаги на кафедре, когда к ней подошёл отец Кротова.

— Спасибо, — сказал он неожиданно. — Витя дома последние две недели впервые не жалуется, что математика

бесполезна. Жалуются, что она слишком интересная и мешает спать. Не знаю, что вы там с ними делаете, но не останавливайтесь.

— Постараюсь, — сказала она. — Хотя, судя по всему, останавливаться мне сегодня всё равно не дадут.

Он усмехнулся и пошёл к выходу, а Марина Сергеевна подумала, что из всего вечера это была единственная фраза, которую хотелось записать и повесить над доской — рядом с недописанной формулой деления, которая, кажется, теперь будет висеть там уже до конца года.

ГЛАВА ПЯТАЯ

Единицы

На следующее утро Марина Сергеевна пришла в класс раньше звонка и положила на первую парту три предмета: кухонные весы, пустую коробку из-под пиццы и секундомер.

Кротов, войдя первым, осмотрел всё это с порога.

— Сегодня математика будет с доставкой или на скорость?

— Сегодня, Кротов, математика будет с единицами измерения.

— Тогда почему коробка пустая?

— Потому что настоящую пиццу вы бы съели раньше, чем мы успели бы её измерить.

Кротов не стал спорить. В некоторых вопросах опыт был убедительнее доказательства.

К звонку вокруг первой парты уже собралась половина класса. Пирогов поднял коробку, убедился, что она действительно пуста, и вернул на место с выражением человека, которого заманили на урок ложными обещаниями.

— Рассаживаемся, — сказала Марина Сергеевна. — Вчера мы спорили, можно ли делить пиццу на голое число. Но пропустили более простой вопрос: что вообще происходит с

группой при делении?

— Её раскладывают, — сказал Кротов. — Или режут.

— Резать можно как угодно. Математическое деление требует разложить группу на равные слагаемые.

Она написала на доске определение:

Деление — разложение группы на равные слагаемые.

Ниже появилась запись:

800 граммов = 400 граммов + 400 граммов

— Группа восемьсот граммов разложена на два равных слагаемых по четыреста граммов. Здесь нужно различать две характеристики: величину одного слагаемого и количество слагаемых.

Настя нахмурилась.

— Значит, двойка может обозначать количество слагаемых, — сказала Настя. — Но сама по себе она не слагаемое.

— Именно. И здесь школа обычно переворачивает запись. Фраза «разложить на два равных слагаемых» сообщает, сколько слагаемых должно получиться. Значит, двойка — искомое частное, а не делитель. Неизвестна величина равного слагаемого: четыреста граммов. А фраза «разложить по четыреста граммов» как раз задаёт делитель — величину одного слагаемого. Частное показывает, сколько таких слагаемых получилось: два.

— Тогда запись «восемьсот граммов разделить на два» вообще неверная? — спросил Кротов.

— Неполная. Два чего? Если два равных слагаемых, двойка должна стоять в результате: **800 граммов: ? = 2 слагаемых**. Если делитель равен двум, нужно назвать его единицу: два грамма, два килограмма, две мерки. Голая двойка не может сама назначить себе роль.

Она добавила две записи:

800 граммов: ? = 2 равных слагаемых

800 граммов: 400 граммов = 2 равных слагаемых

— Вторая строка завершает первую. Если известны четыреста граммов, мы сразу делим и получаем два слагаемых. Если сначала известны два слагаемых, нужно найти недостающий делитель — четыреста граммов — и только после этого записать деление.

— А частное что обозначает? — спросил Пирогов.

— Количество равных слагаемых. Частное всегда отвечает на вопрос «сколько таких слагаемых получилось?». Если известно их количество, а ищут величину одного, ищут не частное, а неизвестный делитель.

Соня Веткина подняла глаза от тетради.

— А делить разные величины можно? Не число и величину и не одинаковые величины, а совсем разные? Например, километры на часы?

Марина Сергеевна включила секундомер и тут же выключила, словно вопрос требовал официально зафиксировать время.

— Разложить километры на слагаемые-секунды нельзя. Секунда не является частью километра. Запись с дробной чертой здесь выражает отношение: сколько километров приходится на один час. Получается коэффициент, связывающий путь со временем. Этот коэффициент называется скоростью.

На доске появилась третья строка:

100 километров / 2 часа = 50 километров на час

— Значит, внешне это похоже на деление, но вопрос другой? — спросил Кротов.

— Да. Арифметическое вычисление выполняется делением численных значений, но предметный результат является отношением: рублей на карандаш, километров на час, яблок на человека. Размерность ответа сохраняет связь разных величин и не даёт принять отношение за обычное разложение одной группы.

— Подождите. «Разделили между людьми» — это сделали равные части. А «на человека» — уже подпись, кому часть досталась?

Марина Сергеевна посмотрела на пустую коробку.

— Именно. Люди не становятся кусками пиццы и не входят в её состав. Они задают количество получателей, а слова «на человека» сохраняют назначение каждого равного слагаемого.

По классу прошёл шум, похожий на коллективное возмущение вкладчиков, которым сообщили, что вчерашняя надёжная инвестиция сегодня уже не считается надёжной.

Кротов посмотрел на коробку.

— А если одну пиццу разделить на три пиццы, что получится?

— Одна треть, — сказала Настя.

— Одна треть чего? — спросил Кротов.

Настя остановилась.

— Треть от трёх пицц, — сказала Соня. — Одна пицца — одна из этих трёх.

Марина Сергеевна написала:

1 пицца: 3 пиццы = $\frac{1}{3}$ от трёх пицц

— Единицы одного рода сократились, но дополнение не исчезло. Голая дробь одна треть сообщает отношение и требует вопроса: одна треть чего?

Ниже появилась другая запись:

1 пицца = $\frac{1}{3}$ пиццы + $\frac{1}{3}$ пиццы + $\frac{1}{3}$ пиццы

1 пицца: $\frac{1}{3}$ пиццы = 3 равных слагаемых

— Здесь уже не одна пицца сравнивается с тремя пиццами. Здесь группа «одна пицца» раскладывается на равные слагаемые величиной в треть пиццы. Одна треть пиццы — делитель, а три слагаемых — частное.

— В первой задаче одну пиццу сравнили с тремя, — сказала Настя. — А ниже одну пиццу разложили на три части. Дробь та же, вопрос другой.

— Вот теперь мы не потеряли дополнения, — сказала Марина Сергеевна. — Деление раскладывает группу на равные слагаемые. Отношение сравнивает две группы или показывает, сколько одной величины приходится на единицу другой. Численное действие может совпасть, но смысл, единица или размерность ответа — нет.

— А правило **$a : b = c$, если $c \times b = a$** всё ещё работает? — спросила Соня.

— Работает. В делении роли постоянны: **b** — равное слагаемое, **c** — количество таких слагаемых. А если запись связывает разные величины, например путь и время, это уже отношение, и переносить на него названия делителя и частного нельзя.

— Тогда «обратное умножению» — это только проверка? — спросила Настя.

— Было удобным свойством, которое я выдала за определение, — ответила Марина Сергеевна. — Проверка умножением подтверждает найденное число, но не объясняет, что мы делаем с исходной группой. Определение теперь такое: деление — разложение группы на равные слагаемые.

— Значит, формула короче объяснения, — сказал Кро- тов.

— И именно поэтому формула может скрыть ошибку лучше длинной фразы.

Пирогов поднял руку. Это происходило настолько редко, что Марина Сергеевна сначала посмотрела на окно, проверяя, не начался ли за ним град.

— А семь четвёртых? — спросил он.

— Что семь четвёртых?

— Вчера вы сказали, что это полторы пиццы. Потом сразу сказали: одна целая и три четвёртых. Но полторы — это одна целая и две четвёртых. Я дома нарисовал. Одного куска не хватает.

Марина Сергеевна закрыла глаза на секунду.

— Ты совершенно прав, Пирогов. Семь четвёртых — это одна целая и три четверти. Полторы пиццы — это шесть четвёртых. Я дала два разных ответа подряд и умудрилась согласиться с обоими.

— И ещё, — добавила Соня. — Одна целая и три четвёртых — не правильная дробь. Это смешанное число.

— И ты права. Неправильную дробь можно записать смешанным числом. Правильная дробь — это другое: у неё числитель меньше знаменателя, и вся дробь меньше единицы.

Кротов откинулся на спинку стула.

— Марина Сергеевна, а у вас вообще бывает урок, после которого ничего не надо исправлять на следующем?

— Бывает, Кротов. Обычно это контрольная. Там говорите вы, а исправляю я.

Класс засмеялся, но Марина Сергеевна не стала сразу продолжать. Она посмотрела на лица — ещё внимательные, ещё не стеклянные — и вместо нового объяснения разделила доску тремя вертикальными линиями.

— Сегодня мы не будем складывать все ошибки в одну огромную порцию. Работаем группами. Первая группа получает величину равного слагаемого и ищет количество слагаемых. Вторая получает количество равных слагаемых и ищет величину каждого. Третья составляет отношения и обязательно сохраняет размерность ответа. По три примера, не больше. Через семь минут меняемся местами и проверяем соседей.

— А если найдём ошибку? — спросила Настя.

— Не исправляйте сразу. Обведите и напишите рядом, почему она кажется убедительной.

— Зачем сохранять ошибку? — удивилась Соня.

— Потому что случайная ошибка учит мало. А убедительная ошибка показывает, где именно мысль свернула не туда.

Конец ознакомительного фрагмента.

Текст предоставлен ООО «Литрес».

Прочитайте эту книгу целиком, [купив полную легальную версию](#) на Литрес.

Безопасно оплатить книгу можно банковской картой Visa, MasterCard, Maestro, со счета мобильного телефона, с платежного терминала, в салоне МТС или Связной, через PayPal, WebMoney, Яндекс.Деньги, QIWI Кошелек, бонусными картами или другим удобным Вам способом.