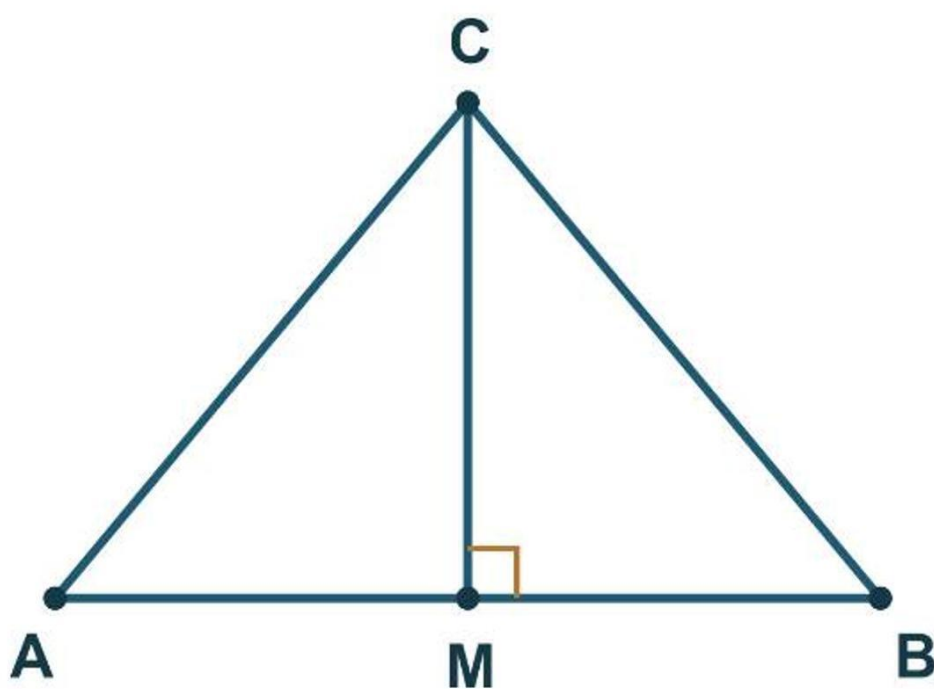


ГЛЕБ ЗАЙЦЕВ

ГЕОМЕТРИЯ

от условия
к доказательству

12 подробных разборов



24 упражнения · 36 чертежей

Подсказки и полные решения

Иллюстрированный практикум

Глеб Зайцев

**Геометрия: от условия к
доказательству. 12 разборов**

«Автор»

2026

Зайцев Г.

Геометрия: от условия к доказательству. 12 разборов /
Г. Зайцев — «Автор», 2026

Как перейти от красивого чертежа к обоснованному решению? Этот иллюстрированный практикум учит отличать данные от догадок, выбирать признак равенства или подобия треугольников и объяснять каждый переход. Внутри — 12 подробных разборов, 24 самостоятельных упражнения, подсказки, полные решения и 36 собственных чертежей. Темы: углы, равнобедренные треугольники, параллелограммы, серединный перпендикуляр, биссектриса, окружность, высота к гипотенузе и площади. Для читателей, знакомых с основными понятиями школьной геометрии и желающих научиться записывать доказательства. Это не полный школьный курс и не сборник экзаменационных заданий: главное здесь — связь между условием и выводом.

Содержание

Прежде чем доказывать	5
Кому и для чего нужен этот практикум	5
Три колонки рабочего листа	6
Как читать обозначения и рисунки	7
Один разбор — несколько попыток	8
Что считается доказательством	9
Маршрут по разборам	10
Разборы и самостоятельные упражнения	11
Разбор 1. Что дано, а что только кажется	11
Разбор 2. Внешний угол собирает два внутренних	15
Разбор 3. Равные стороны разрешают равные углы	19
Разбор 4. Когда одного отрезка хватает	23
Конец ознакомительного фрагмента.	24

Глеб Зайцев

Геометрия: от условия к доказательству. 12 разборов

Прежде чем доказывать

Кому и для чего нужен этот практикум

Вы уже знаете, что такое треугольник, параллельные прямые, окружность и площадь, но иногда понимаете решение лишь после подсказки. Между «на картинке видно» и «из условия следует» остаётся пробел. Именно с этим пробелом мы будем работать: искать основание для каждого нового равенства, а не подбирать знакомую формулу к рисунку.

В книге двенадцать разобранных ситуаций и по два самостоятельных упражнения после каждой. Они идут от углов к равенству, подобию и площадям. Первые шесть разборов можно проходить подряд; для последних шести понадобятся определения подобия, площади треугольника и окружности. Это тренировка рассуждения, а не замена учебника со всеми аксиомами и теоремами.

Три колонки рабочего листа

Разделите лист на три части: «дано», «нужно получить», «почему разрешён шаг». В первой оставьте только слова условия. Во второй запишите точное равенство, отношение или свойство, которое требуется доказать. В третьей рядом с каждым новым утверждением называйте его основание: данное равенство, определение, конкретную теорему или уже доказанный шаг.

Например, из слов «М — середина АВ» следуют принадлежность М отрезку АВ и равенство $AM = MB$. Перпендикулярность CM и AB отсюда не следует: для неё нужны дополнительные данные о C . Такая небольшая проверка происхождения фактов часто важнее длинной цепочки вычислений.

Как читать обозначения и рисунки

AB обозначает длину отрезка с концами A и B , когда речь идёт о равенствах и отношениях длин. В записи $\angle ABC$ вершина угла — средняя буква B . Запись $AB \parallel CD$ означает параллельность прямых, а $AB \perp CD$ — их перпендикулярность. Знак $\sim$ обозначает подобие треугольников; порядок букв при этом показывает соответствие вершин. Все углы в численных ответах даны в градусах.

Чертежи помогают найти точки и отрезки, но не являются источником неизвестных длин или углов. Мы не предлагаем измерять экран линейкой. Принадлежность точек, порядок на отрезке, равенства, прямые углы и положение на окружности берутся из текста. Если схема выглядит симметричной, проверьте, была ли симметрия действительно задана или доказана.

Рисунки встроены в электронную книгу и не требуют внешних ссылок. На небольшом экране полезно увеличивать схему, если ваша читалка это позволяет, или повернуть устройство. Полное условие всегда дано текстом: важные данные не спрятаны только в цвете или условной засечке.

Один разбор — несколько попыток

Сначала прочитайте исходные факты и инструменты, затем закройте готовое доказательство и попробуйте назвать первый допустимый шаг. После сравнения разберите ошибочное рассуждение: мало сказать, что оно неверно, — нужно указать именно недостающую предпосылку. Затем решите два упражнения. Ссылки ведут к короткой подсказке и отдельно к полному ответу.

Ответ лучше проверять в два прохода. Сначала сравните общий маршрут без чисел: те ли треугольники взяты, те ли углы равны, та ли дуга выбрана. Потом проверьте арифметику. Если путь отличается от предложенного, это не ошибка само по себе. Достаточно, чтобы все переходы опирались на данные и применимые теоремы и приводили к требуемому утверждению.

Что считается доказательством

Проверка на одном удобном треугольнике не доказывает общее утверждение. Числа помогают заметить ошибку и проверить арифметику, но не заменяют довод для всех фигур из условия. Поэтому в разборах с общим утверждением сначала выводится связь между величинами, а уже затем, если это нужно, подставляются числа.

Мы явно называем исходные школьные факты. Например, признаки равенства треугольников не выводятся здесь из аксиом, а теорема о вписанном угле используется как известный инструмент с точно указанной дугой. Задача читателя — проверить условия применения, а не принять формулу только потому, что она напечатана рядом с подходящей картинкой.

Маршрут по разборам

1. Что дано, а что только кажется
2. Внешний угол собирает два внутренних
3. Равные стороны разрешают равные углы
4. Когда одного отрезка хватает
5. Что связывает половины диагоналей
6. Равные расстояния задают прямую
7. Параллельная прямая — сначала соответствие
8. Биссектриса — одна площадь, два основания
9. Вписанный угол — выберите нужную дугу
10. Четырёхугольник на окружности — порядок важен
11. Высота к гипотенузе — три треугольника
12. Перпендикулярные диагонали — площадь без ромба

Разборы и самостоятельные упражнения

Разбор 1. Что дано, а что только кажется

Задача: Переводить расположение лучей в равенство углов и отделять условие от впечатления о рисунке.

Исходные факты

Развёрнутый угол равен 180° ; противоположные лучи лежат на одной прямой.

Если луч проходит внутри угла, он делит его на два угла, сумма которых равна исходному углу.

Смежные углы имеют общую сторону, а две другие стороны являются противоположными лучами.

Как выбрать ход

Перед вычислением назовите вершину и оба луча каждого угла. В записи $\angle AOC$ вершина — O , стороны — OA и OC . Фраза «прямые AB и CD пересекаются в O » ещё требует внимания к расположению подписей: ниже всегда дополнительно дан порядок $A-O-B$ и $C-O-D$. Он гарантирует, что OA и OB , а также OC и OD — противоположные лучи. При другой расстановке букв выбранная пара углов может не оказаться смежной.

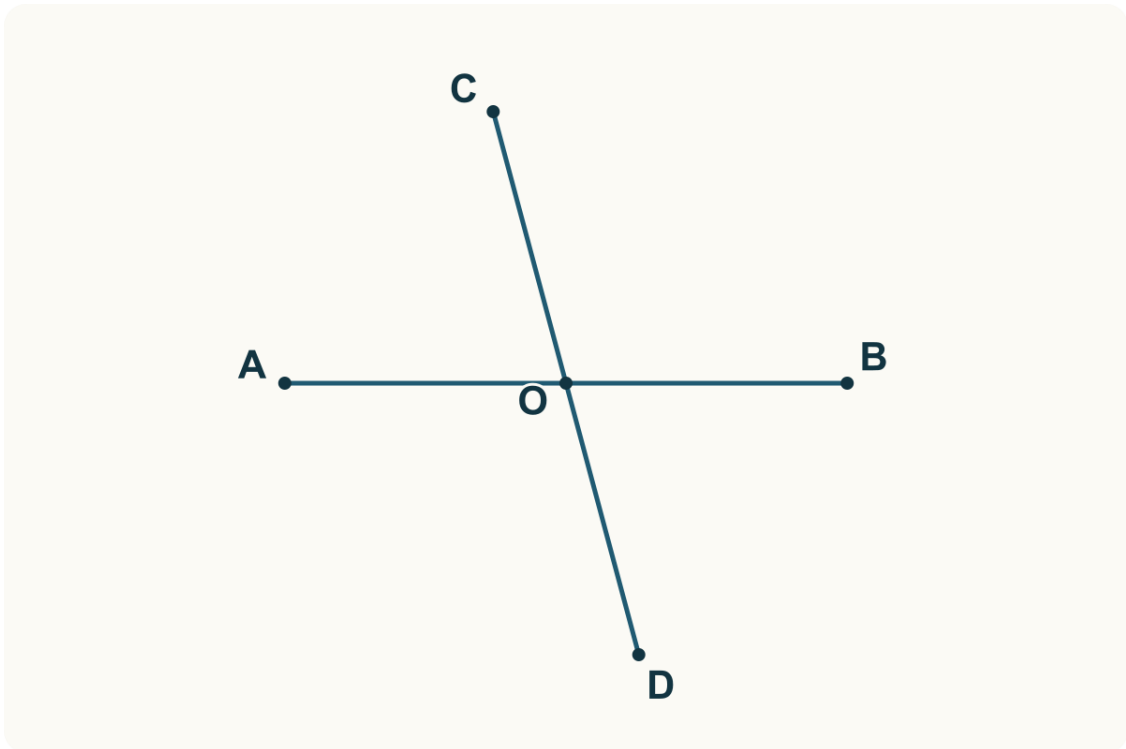
Равенство вертикальных углов можно получить без измерения. Углы AOC и COB в сумме дают 180° . Углы BOD и COB также дают 180° , поскольку OC и OD противоположны. Вычитая общий угол COB , получаем $\angle AOC = \angle BOD$. Аналогично $\angle AOD = \angle COB$. Это рассуждение работает при любом пересечении двух различных прямых, а не только при симметричном чертеже.

Схема хранит порядок точек и помогает увидеть нужные лучи. Она не сообщает величину угла и не делает прямые перпендикулярными. Даже если два угла на экране выглядят одинаково, равенство следует либо из условия, либо из уже обоснованного свойства. Полезно рядом с каждым равенством мысленно ставить короткое основание: «дано», «смежные», «вертикальные», «сложение углов».

Разобранная ситуация

Две различные прямые AB и CD пересекаются в O . Точка O лежит строго внутри обоих отрезков AB и CD . Дано: $\angle AOC = 2x + 15^\circ$, $\angle COB = 4x - 15^\circ$. Эти выражения обозначают величины обычных неразвёрнутых углов в градусах.

Требуется: Найти x и величины четырёх углов при пересечении; объяснить каждое используемое равенство.



Прямые пересекаются; величины углов задаются формулами в условии.

Доказательство

1. Порядок А–О–В означает, что лучи ОА и ОВ противоположны. У углов АОС и СОВ общая сторона ОС, поэтому это смежные углы, а не вертикальные.

2. Сумма смежных углов равна 180° : $(2x + 15) + (4x - 15) = 180$. После приведения подобных слагаемых получаем $6x = 180$, откуда $x = 30$.

3. Подставляем найденное значение отдельно в обе формулы: $\angle AOC = 2 \cdot 30 + 15 = 75^\circ$, $\angle COB = 4 \cdot 30 - 15 = 105^\circ$. Обе величины лежат между 0° и 180° , как требуется для данного пересечения.

4. Порядок С–О–D даёт $\angle COB + \angle BOD = 180^\circ$. Поэтому $\angle BOD = 180^\circ - 105^\circ = 75^\circ$. Мы получили равенство вертикальных углов как следствие двух равенств сумм.

5. Углы AOD и AOC тоже смежные: их общая сторона ОА, остальные стороны OD и OC противоположны. Значит, $\angle AOD = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$.

6. Проверяем весь оборот: $75^\circ + 105^\circ + 75^\circ + 105^\circ = 360^\circ$. Эта проверка подтверждает согласованность ответа, но сама по себе не заменяет основания для каждого шага.

Вывод: $x = 30$; $\angle AOC = \angle BOD = 75^\circ$, $\angle COB = \angle AOD = 105^\circ$.

Неизвестное находится в двух углах с общей стороной. Поэтому первым нужен закон суммы смежных углов. Равенство вертикальных углов подключается только после вычисления первой пары; попытка приравнять исходные выражения дала бы неверное уравнение.

Разбираем ошибочный шаг

Ошибочное рассуждение: «Прямые выглядят почти перпендикулярными, значит, каждый угол равен 90° ».

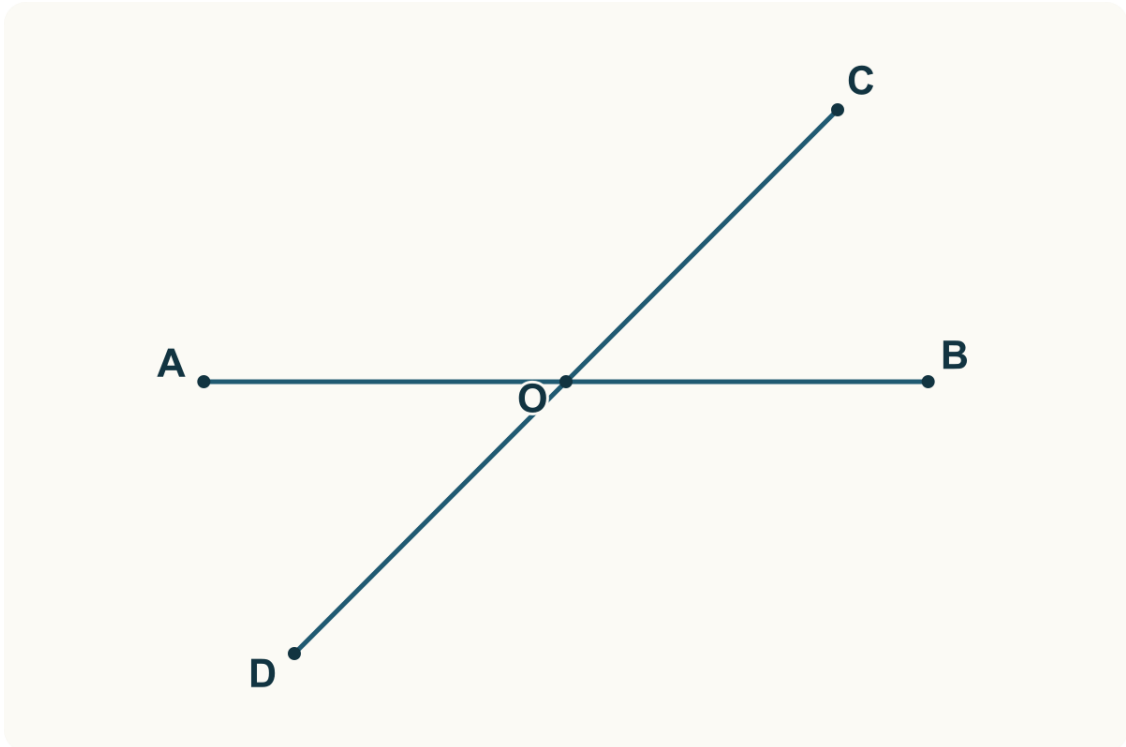
Перпендикулярность в условии не указана. Масштаб и толщина линий не дают точного угла; кроме того, вычисленные 75° и 105° согласуются со всеми данными и не равны 90° .

Как исправить: Сначала выписать отношение лучей из порядка точек. Утверждать перпендикулярность можно после доказательства прямого угла, например из равенства двух смежных углов.

Упражнение 1.1

Различные прямые AB и CD пересекаются в O ; O строго внутри AB и CD . Величины $\angle AOD$ и $\angle DOB$ относятся как $1 : 3$.

Требуется: Найти все четыре угла при пересечении и назвать острую вертикальную пару.



Отношение углов дано текстом, а не измерено на схеме.

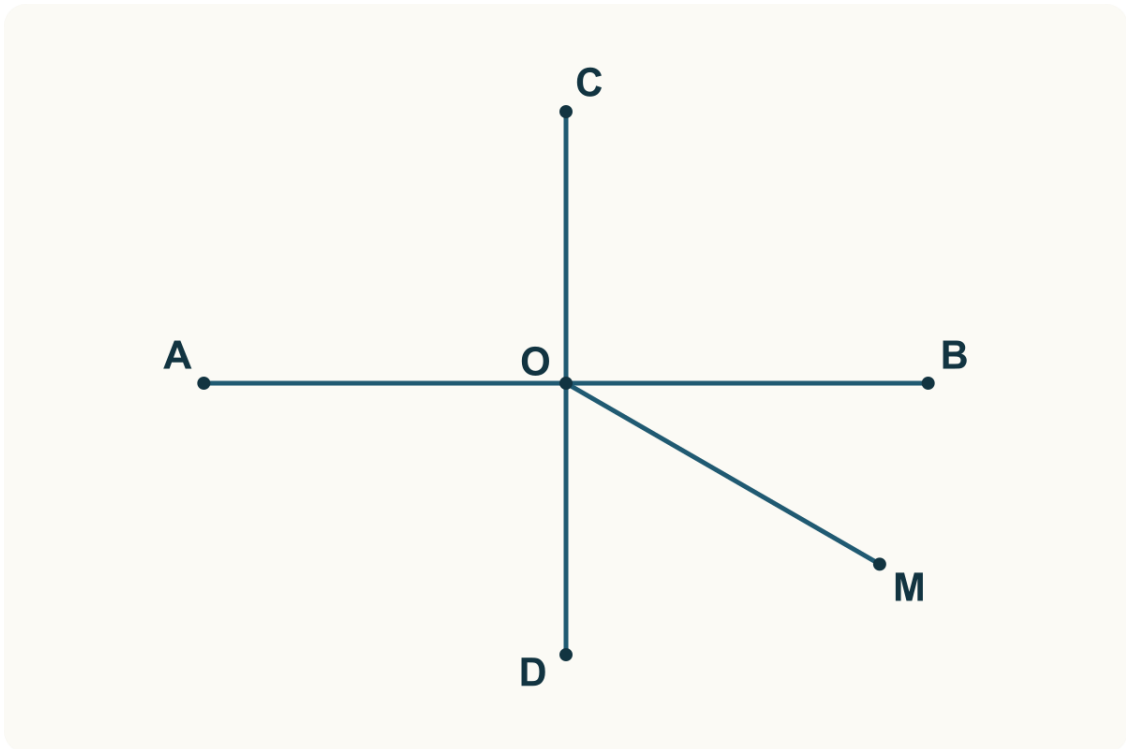
[Подсказка к упражнению 1.1](#)

[Решение упражнения 1.1](#)

Упражнение 1.2

Прямые AB и CD различны и пересекаются в O ; O строго внутри AB и CD . Известно, что $\angle AOC = \angle COB$. Луч OM лежит строго внутри угла BOD и $\angle BOM = 30^\circ$.

Требуется: Доказать $AB \perp CD$ и найти $\angle MOD$.



Перпендикулярность здесь предстоит вывести из равенства смежных углов.

[Подсказка к упражнению 1.2](#)

[Решение упражнения 1.2](#)

Что переносится в следующую задачу

Первый шаг определяется не величиной нарисованного угла, а отношением лучей. Для смежных углов нужна общая сторона и две противоположные стороны; для вертикальных — две пары противоположных лучей. Если порядок точек или положение внутреннего луча не задано, соответствующее равенство нельзя автоматически переносить на новую конфигурацию.

[К маршруту](#)

Разбор 2. Внешний угол собирает два внутренних

Задача: Вывести свойство внешнего угла через сумму углов треугольника и распознавать данные, не участвующие в решении.

Исходные факты

Через точку вне прямой проходит единственная прямая, параллельная данной; накрест лежащие углы при параллельных прямых равны.

Развёрнутый угол равен 180° ; величины соседних углов складываются, если их внутренние области не перекрываются.

Невырожденный треугольник имеет три неколлинеарные вершины и положительные внутренние углы.

Внутренняя биссектриса делит внутренний угол на два равных угла и пересекает противоположную сторону внутри отрезка.

Как выбрать ход

Сумму углов треугольника можно свести к одному развёрнутому углу. Через вершину A проводят прямую, параллельную BC . Два угла между этой прямой и сторонами AB , AC переносятся от B и C по свойству параллельных прямых. Вместе с углом BAC они заполняют развёрнутый угол при A . Поэтому $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ для любого невырожденного треугольника.

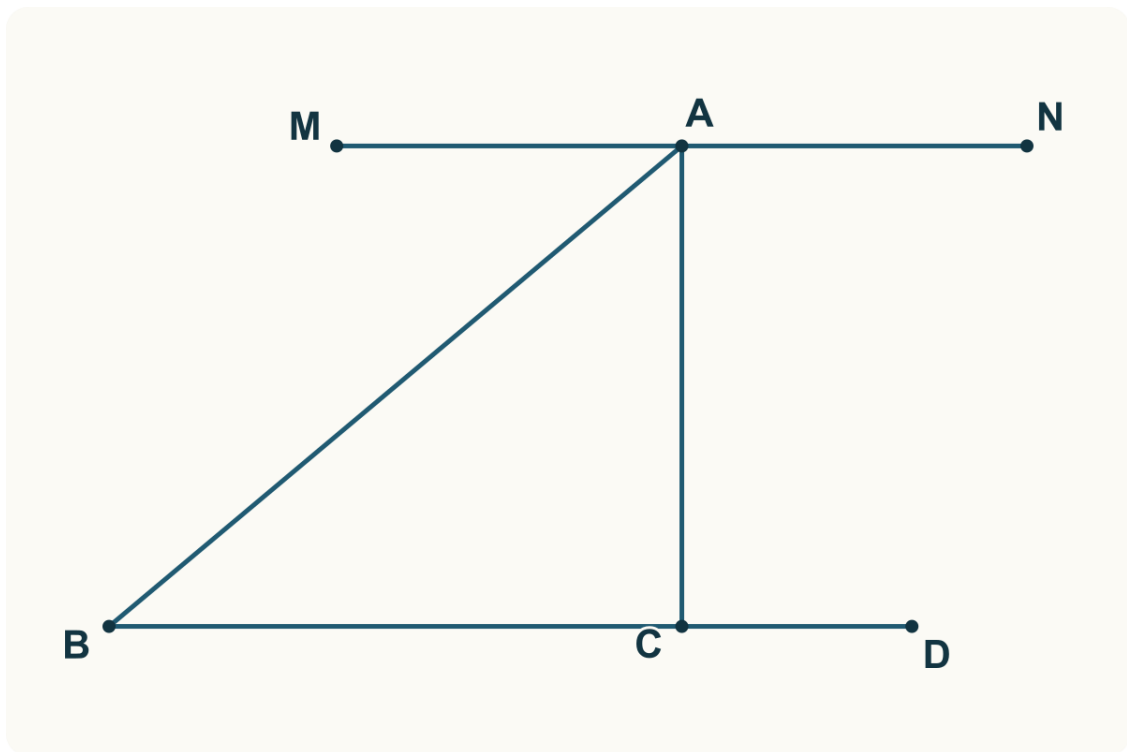
Внешним углом при C здесь называется угол ACD , где B , C , D лежат на одной прямой именно в таком порядке. Его стороны — CA и продолжение BC за C . Углы ACB и ACD смежные. Сопоставив их сумму 180° с суммой углов треугольника, получаем $\angle ACD = \angle BAC + \angle ABC$. Два угла справа — внутренние углы, не смежные с выбранным внешним.

Число в условии не обязано участвовать в вычислении. Длина стороны может задавать масштаб фигуры, но не входит в уравнение для углов. Лишнее данное следует назвать и объяснить его роль, а не придумывать пропорцию только ради использования всех чисел. Если после удаления длины угловое рассуждение остаётся верным, это осознанное сокращение решения.

Разобранная ситуация

ABC — невырожденный треугольник. Точка D лежит на продолжении BC за C , то есть $B-C-D$. Дано $\angle BAC = 2t + 10^\circ$, $\angle ABC = t + 20^\circ$, $\angle ACD = 5t - 10^\circ$ и $AB = 13$. Буква t обозначает число.

Требуется: Найти t и все внутренние углы, доказав используемое свойство внешнего угла. Указать, нужна ли длина AB .



MN — вспомогательная параллельная прямая через A; D находится за C.

Доказательство

1. Через A проведём $MN \parallel BC$. Выберем M и N по разные стороны от A так, чтобы луч AM был направлен как CB, а AN — как BC. Треугольник расположен по одну сторону от прямой BC; стороны AB и AC лежат в одной полуплоскости относительно MN.

2. При секущей AB имеем $\angle MAB = \angle ABC$, а при секущей AC — $\angle CAN = \angle ACB$: это накрест лежащие углы при параллельных прямых.

3. Углы MAB, BAC и CAN последовательно заполняют развёрнутый угол MAN. Подстановка равных углов даёт $\angle ABC + \angle BAC + \angle ACB = 180^\circ$. Доказательство не использовало численные данные.

4. Из порядка B–C–D следует $\angle ACB + \angle ACD = 180^\circ$. Вычитая из этого равенства и из суммы углов треугольника общий угол ACB, получаем $\angle ACD = \angle BAC + \angle ABC$.

5. Подставим выражения: $5t - 10 = (2t + 10) + (t + 20)$. Значит, $2t = 40$ и $t = 20$.

6. Вычислим $\angle A = 50^\circ$, $\angle B = 40^\circ$, $\angle ACD = 90^\circ$. Тогда $\angle C = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$. Все внутренние углы положительны и в сумме дают 180° .

7. Длина $AB = 13$ ни в одно угловое равенство не вошла. Она определяет размер данного треугольника, но не нужна для искомых углов; при подобном изменении масштаба ответ останется тем же.

Вывод: $t = 20$; $\angle A = 50^\circ$, $\angle B = 40^\circ$, $\angle C = 90^\circ$. Длина AB для углового решения избыточна.

В формулах даны два внутренних угла и внешний при третьей вершине. Именно эти три величины связывает доказанное равенство. Поиск длины BC или построение высоты добавили бы неизвестные, не приближая ответ.

Разбираем ошибочный шаг

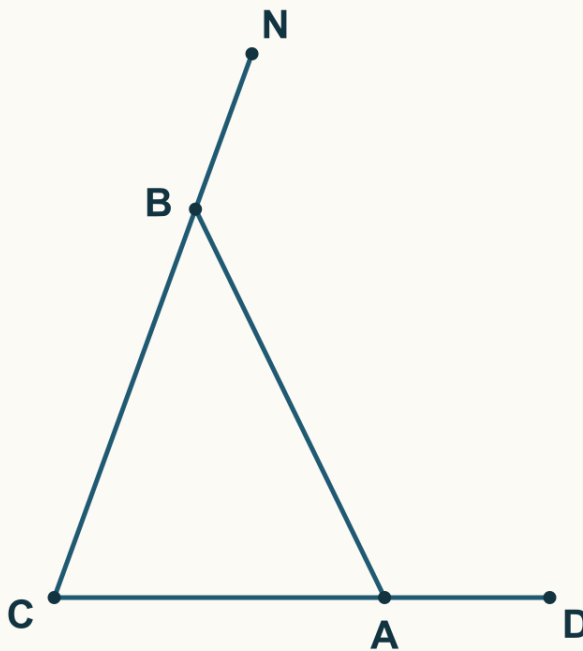
Ошибочное рассуждение: «Внешний угол треугольника равен сумме всех трёх внутренних».

Сумма всех трёх внутренних равна 180° , а выбранный внешний угол меньше 180° : он смежный с положительным внутренним углом. В сумму для внешнего входят только два несмежных внутренних угла.

Как исправить: Назвать вершину внешнего угла и исключить внутренний угол при той же вершине. Проверить порядок точек на продолженной стороне: точка продолжения должна лежать за нужной вершиной.

Упражнение 2.1

В невырожденном треугольнике ABC сторона CA продолжена за A до D , а сторона CB — за B до N . Порядок точек: $C-A-D$ и $C-B-N$. Сумма внешних углов DAB и ABN равна 250° . Требуется: Найти $\angle ACB$, не пытаясь отдельно найти углы A и B .



Продолжены две разные стороны; сумма внешних углов известна целиком.

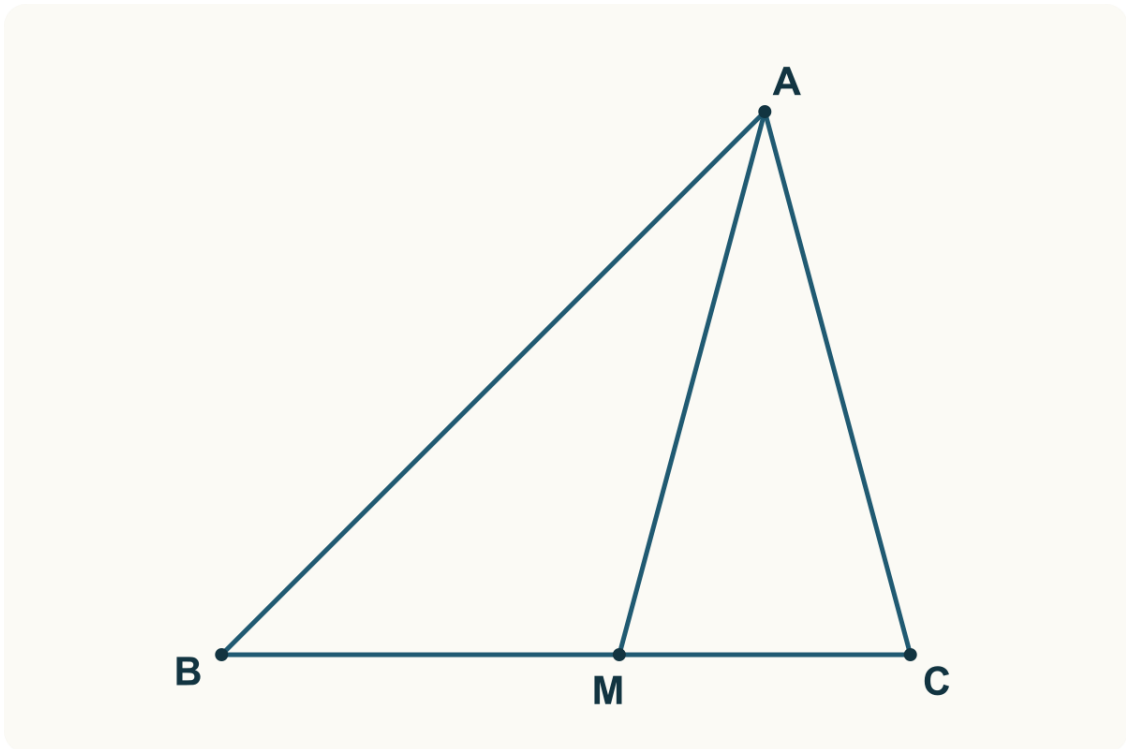
[Подсказка к упражнению 2.1](#)

[Решение упражнения 2.1](#)

Упражнение 2.2

В невырожденном треугольнике ABC углы B и C равны 45° и 75° . Внутренняя биссектриса угла A пересекает отрезок BC в M , причём $B-M-C$.

Требуется: Найти $\angle AMC$ и $\angle AMB$ двумя согласованными угловыми рассуждениями.



AM делит угол A; точка M расположена внутри BC.

[Подсказка к упражнению 2.2](#)

[Решение упражнения 2.2](#)

Что переносится в следующую задачу

Внешний угол — удобный способ заменить вычитание из 180° суммой двух удалённых внутренних углов. Свойство применимо к невырожденному треугольнику и продолжению стороны за соответствующую вершину. Сумма внешних углов может определять только сумму внутренних; не стоит искать отдельные неизвестные, если цель этого не требует.

[К маршруту](#)

Разбор 3. Равные стороны разрешают равные углы

Задача: Доказывать свойства равнобедренного треугольника через равенство треугольников и различать прямое и обратное утверждения.

Исходные факты

Признак равенства треугольников по трём сторонам: равные стороны должны быть сопоставлены попарно.

Признак равенства по стороне и двум прилежащим к ней углам; соответствующие элементы равных треугольников равны.

Сумма углов невырожденного треугольника равна 180° ; у отрезка есть единственная середина.

Внутренняя биссектриса угла треугольника делит угол пополам и встречает противоположную сторону внутри отрезка.

Как выбрать ход

Равнобедренным называется треугольник, у которого две стороны равны. Если $AB = AC$, основание — BC , а угол при вершине — $\angle BAC$. Углы при основании находятся напротив равных сторон: напротив AB лежит угол C , напротив AC — угол B . Сначала установите эту пару букв: фраза «равны два угла» без названий не даёт пригодного для решения факта.

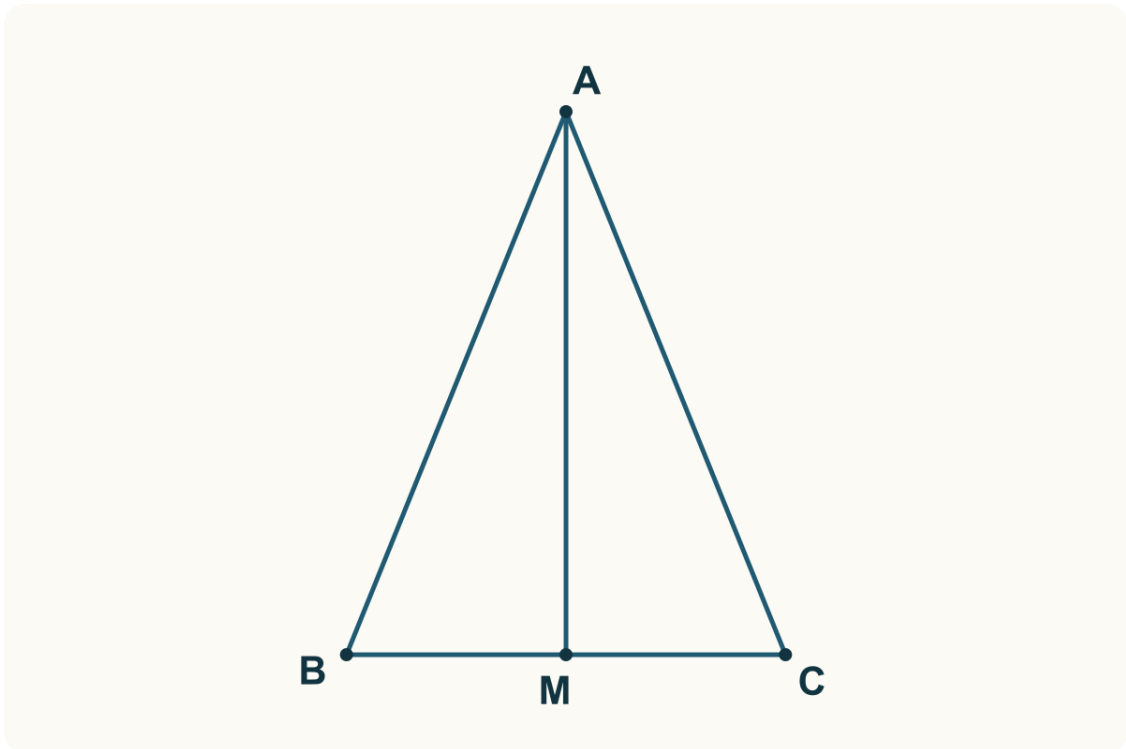
Чтобы перейти от равенства сторон к равенству углов, можно разделить треугольник отрезком к середине основания. Появятся три пары равных сторон: две из условия, две половины основания и общая сторона. Это точный мост к признаку равенства по трём сторонам. Симметричный вид исходного треугольника таким мостом не является.

Обратное утверждение меняет местами условие и вывод: из равенства углов при основании нужно получить равенство противолежащих сторон. Оно не следует из одной лишь формулировки прямого утверждения. В первом упражнении будет отдельное доказательство через внутреннюю биссектрису и признак по стороне и двум углам. После этого обратный переход можно применять как установленный факт.

Разобранная ситуация

ABC — невырожденный треугольник, $AB = AC$ и $\angle BAC = 44^\circ$. Точка M — середина отрезка BC ; следовательно, $B-M-C$ и $BM = MC$.

Требуется: Доказать равенство углов при основании из признака равенства треугольников и вычислить эти углы.



М — середина основания; свойства АМ не предполагаются по виду схемы.

Доказательство

1. Рассмотрим треугольники АВМ и АСМ. Они невырожденные: А не лежит на ВС, а М отличается от В и С. Сопоставление вершин будет $A \leftrightarrow A$, $B \leftrightarrow C$, $M \leftrightarrow M$.

2. По условию $AB = AC$. По определению середины $BM = CM$. Наконец, $AM = AM$, поскольку это один и тот же отрезок в двух треугольниках.

3. Три пары соответствующих сторон равны. Поэтому треугольники АВМ и АСМ равны по трём сторонам. Ни прямой угол при М, ни равенство половин угла А для этого шага не требовались.

4. Из равенства треугольников следует $\angle ABM = \angle ACM$. Поскольку М лежит внутри ВС, луч ВМ совпадает с ВС, а СМ — с СВ. Значит, $\angle ABC = \angle ACB$. До этого места доказательство годится для любого невырожденного треугольника с $AB = AC$.

5. Обозначим оба угла при основании через β . Сумма углов треугольника даёт $44^\circ + 2\beta = 180^\circ$. Отсюда $2\beta = 136^\circ$ и $\beta = 68^\circ$.

Вывод: В любом таком равнобедренном треугольнике $\angle B = \angle C$; при $\angle A = 44^\circ$ оба угла при основании равны 68° .

Условие содержит длины, а цель — углы. Вспомогательная середина создаёт третью пару равных сторон, которой не хватало для признака равенства треугольников. Вычисление углов становится последним коротким шагом, а не догадкой о симметрии.

Разбираем ошибочный шаг

Ошибочное рассуждение: «Раз треугольник равнобедренный, любые два его угла равны».

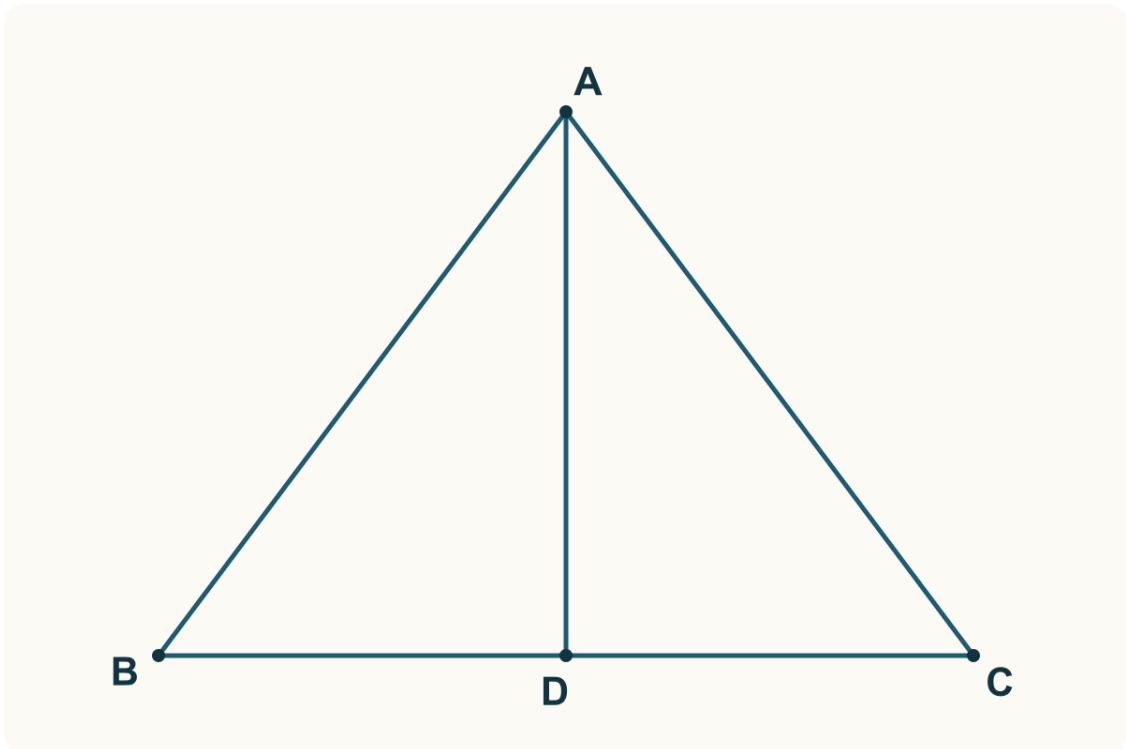
Равны углы напротив выбранной пары равных сторон. При $AB = AC$ это углы В и С, а угол А вообще может иметь другую величину. В разборе 44° не равно 68° .

Как исправить: Записать сначала стороны, затем назвать противоположные вершины. Если нужно доказать равенство сторон из равенства углов, отдельно сослаться на доказанное обратное утверждение, а не менять направление вывода незаметно.

Упражнение 3.1

В невырожденном треугольнике ABC дано $\angle ABC = \angle ACB$. Внутренняя биссектриса угла A встречает BC в D , причём $B-D-C$.

Требуется: Доказать обратное утверждение: $AB = AC$. Не считать его следствием одного только прямого утверждения.



В этой задаче даны равные углы; равенство сторон ещё предстоит доказать.

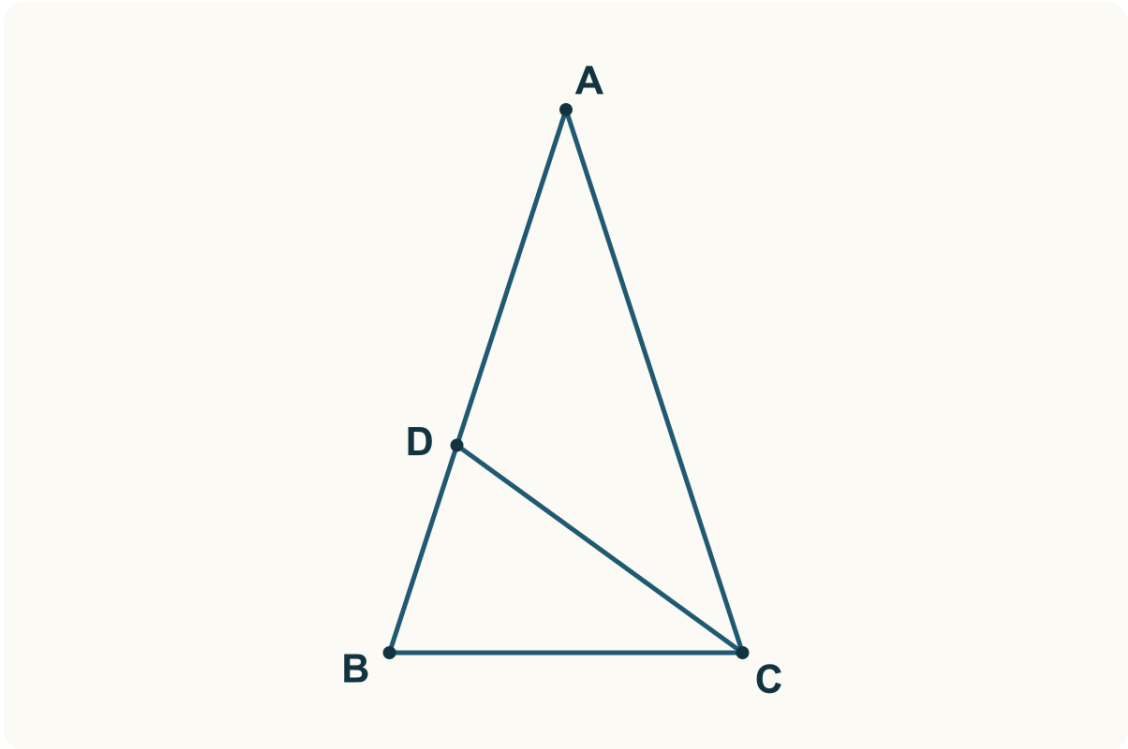
[Подсказка к упражнению 3.1](#)

[Решение упражнения 3.1](#)

Упражнение 3.2

В невырожденном треугольнике ABC даны $AB = AC$ и $\angle BAC = 36^\circ$. На отрезке AB взята точка D строго между A и B , причём $CD = CB$.

Требуется: Найти $\angle ACD$ и $\angle BCD$, затем доказать $AD = CD$.



D находится внутри AB; дополнительное равенство связывает CD и CB.

[Подсказка к упражнению 3.2](#)

[Решение упражнения 3.2](#)

Что переносится в следующую задачу

Равнобедренность позволяет менять язык задачи: равные стороны дают равные противолежащие углы, а доказанное обратное утверждение возвращает от углов к сторонам. В составной фигуре каждый переход относится к конкретному невырожденному треугольнику. Перед применением свойства нужно заново назвать его вершины и равную пару сторон или углов.

[К маршруту](#)

Разбор 4. Когда одного отрезка хватает

Задача: Различать определения медианы, высоты и биссектрисы, доказывать их совпадение и проверять достаточность обратных признаков.

Исходные факты

Признаки равенства треугольников по трём сторонам и по двум сторонам с углом между ними.

Равные смежные углы равны 90° ; вертикальные углы равны.

В невырожденном треугольнике напротив равных углов лежат равные стороны; это обратное утверждение доказано в предыдущем случае.

Теорема Пифагора: в прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.

Как выбрать ход

Медиана соединяет вершину с серединой противоположной стороны. Биссектриса делит угол пополам. Высота проходит через вершину перпендикулярно прямой противоположной стороны. Это три разных определения, и каждое сообщает свой факт. В произвольном треугольнике слова «медиана AM » дают только $BM = MC$ и положение M внутри BC ; они ничего не говорят об углах при A или M .

В равнобедренном треугольнике медиана из вершины между равными сторонами одновременно является высотой и внутренней биссектрисой. Основание — уже знакомое равенство двух половин треугольника по трём сторонам. После него надо сделать два разных вывода: равенство углов при A даёт биссектрису, а равенство смежных углов при M даёт перпендикулярность.

Обратные задачи требуют собственного признака. Если медиана является высотой, равенство исходных сторон следует по двум катетам малых прямоугольных треугольников, то есть по двум сторонам и заключённому между ними прямому углу. Если медиана является биссектрисой, попытка применить тот же признак напрямую не проходит: известный угол не заключён между двумя известными равными сторонами. Ниже для этой задачи используется продолжение медианы и новое равнобедренное соотношение.

Разобранная ситуация

ABC — невырожденный треугольник, $AB = AC$. Отрезок AM — медиана к основанию BC , то есть M строго внутри BC и $BM = MC$.

Требуется: Доказать, что AM — также высота и внутренняя биссектриса угла BAC .

Конец ознакомительного фрагмента.

Текст предоставлен ООО «Литрес».

Прочитайте эту книгу целиком, [купив полную легальную версию](#) на Литрес.

Безопасно оплатить книгу можно банковской картой Visa, MasterCard, Maestro, со счета мобильного телефона, с платежного терминала, в салоне МТС или Связной, через PayPal, WebMoney, Яндекс.Деньги, QIWI Кошелек, бонусными картами или другим удобным Вам способом.