



Сергей Воронов

**Решение 19 задач
21-36 вариантов ЕГЭ,
математика, профиль
ФИПИ, 36 вариантов,
2027**

Сергей Воронов

**Решение 19 задач 21-36 вариантов
ЕГЭ, математика, профиль
ФИПИ, 36 вариантов, 2027**

«Автор»

2026

Воронов С.

Решение 19 задач 21-36 вариантов ЕГЭ, математика, профиль
ФИПИ, 36 вариантов, 2027 / С. Воронов — «Автор», 2026

Подготовьтесь к ЕГЭ-2027 с компактным решебником. Пособие содержит подробные решения 19 задач по профильной математике, соответствующих требованиям ФИПИ. Авторский подход помогает эффективно освоить сложные темы и закрепить материал через практику. Лаконичные примеры и структурированные разделы позволяют быстро находить нужную информацию даже перед экзаменом. Идеальный выбор для самостоятельной подготовки. Сборник создан для школьников, стремящихся достичь высокого результата на ЕГЭ. Подробные комментарии к решениям развивают аналитическое мышление и уверенность в выполнении заданий.

© Воронов С., 2026

© Автор, 2026

Содержание

Глава 1	5
Глава 2	7
Глава 3	9
Глава 4	13
Глава 5	16
Глава 6	18
Конец ознакомительного фрагмента.	19

Сергей Воронов

Решение 19 задач 21-36 вариантов ЕГЭ, математика, профиль ФИПИ, 36 вариантов, 2027

Глава 1

19-21-2027

Найдите все значения a , при каждом из которых площадь фигуры, ограниченной линиями $y = -x + 2a$ и $y = a|x| + |a|$, будет меньше 7, но не меньше 3.

Решение. $y_1 = \frac{a}{2}x + 2a$, $y_2 = a|x| + |a|$, $a = 0 \Rightarrow$ совпадают, найдем точки пересечения:

$$1) a > 0, x \geq 0; y_1 = y_2; \frac{a}{2}x + 2a = ax + a; \frac{ax}{2} = a; x = 2, y = 3a; A(2; 3a).$$

$$2) a < 0, x < 0; y_1 = y_2; \frac{a}{2}x + 2a = -ax + a; \frac{3ax}{2} = -a; x = -\frac{2}{3}, y = \frac{5a}{3}; B(-\frac{2}{3}; \frac{5a}{3}).$$

Пусть точка $F = y_1 \cap y_2$; $F(0; 2a)$, $E(0; a) - \min(y_2)$, делаем чертеж находим $S_{\triangle ABE}$:

$$S_{\triangle ABE} = S_{\triangle EBF} + S_{\triangle AFE} = EF(BN + AM):2 = \frac{a}{2}(\frac{2}{3} + 2) = \frac{4a}{3}.$$

$$3) a < 0, x \geq 0; y_1 = y_2; \frac{a}{2}x + 2a = ax - a; \frac{ax}{2} = 3a, x = 6, y = 5a; C(6; 5a).$$

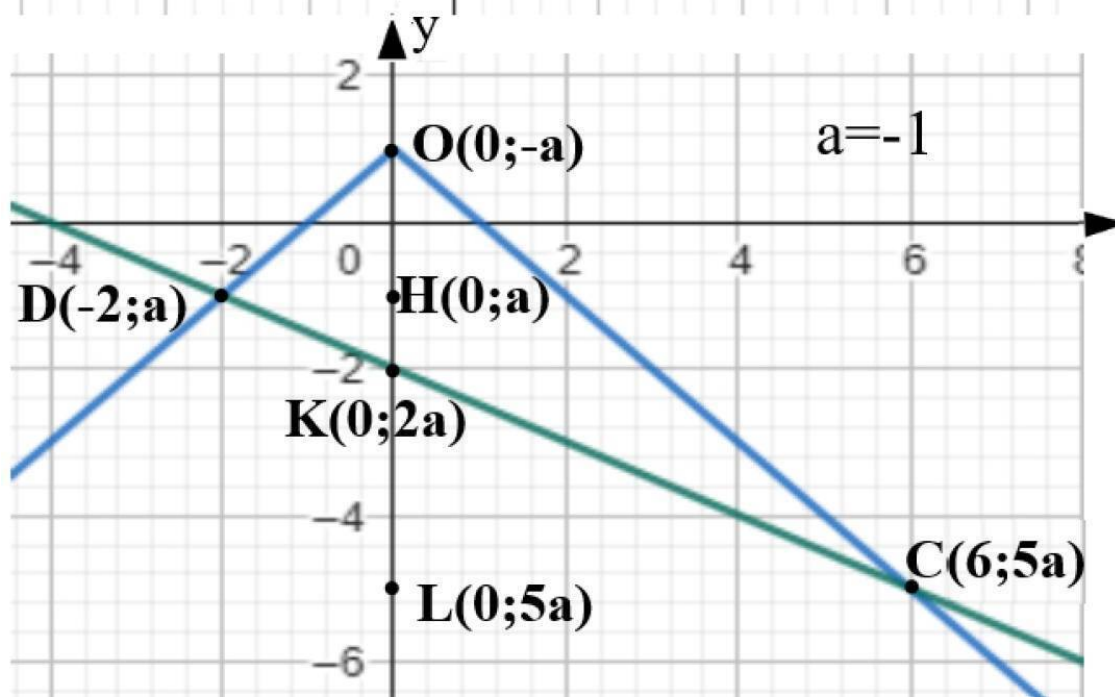
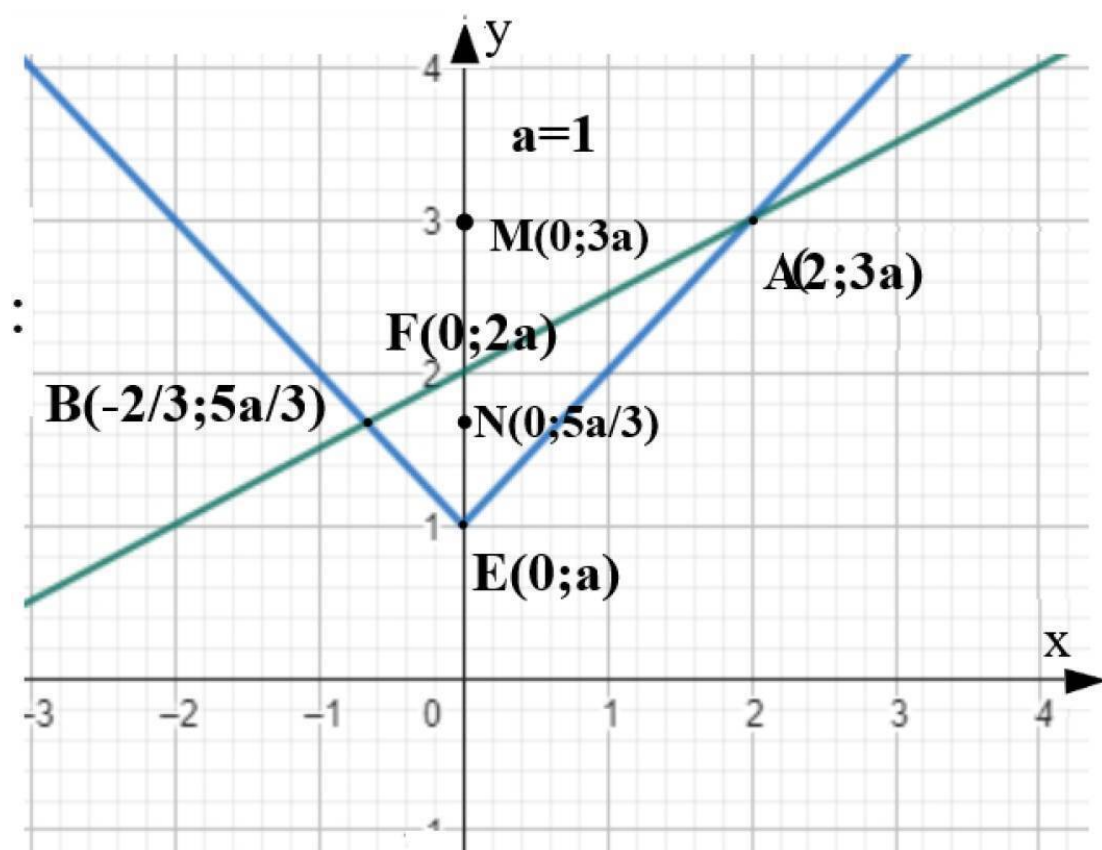
$$4) a < 0, x < 0; \frac{a}{2}x + 2a = -ax - a; \frac{3ax}{2} = -3a, x = -2; y = a; D(-2; a), \text{аналогично}$$

$$O(0; -a), H(0; a), K(0; 2a) \text{ см. чертеж; находим } S_{\triangle DOC} = S_{\triangle KDO} + S_{\triangle CKO} =$$

$$= OK(DH + CL) = -\frac{3a}{2}(2 + 6) = -12a; \text{учитывая условия получаем}$$

$$a > 0: 3 \leq \frac{4a}{3} < 7; \underline{\frac{9}{4} \leq a < \frac{21}{4}}; a < 0: 3 \leq -12a < 7; \underline{-\frac{7}{12} < a \leq -\frac{1}{4}};$$

$$\text{Ответ: } -\frac{7}{12} < a \leq -\frac{1}{4}; \frac{9}{4} \leq a < \frac{21}{4}.$$



Глава 2

19-22-2027

Найдите все значения a , при каждом из которых площадь фигуры, ограниченной линиями

$y = x + a$ и $y = a|x| -$, будет больше 6, но не больше 12.

Решение. Пусть $y_1 = \frac{a}{2}x + a$, $y_2 = a|x| - \frac{|a|}{2}$, $a = 0 \Rightarrow$ совпадают, найдем точки пересечения:

$$1) a > 0, x \geq 0; y_1 = y_2; \frac{a}{2}x + a = ax - \frac{a}{2}; \frac{a}{2}x = \frac{3a}{2}; x = 3, y = 3\frac{a}{2} + a = \frac{5a}{2} \Rightarrow A(3; \frac{5a}{2}).$$

$$2) a > 0, x < 0; y_1 = y_2; \frac{a}{2}x + a = -ax - \frac{a}{2}; \frac{3x}{2} = -\frac{3}{2}; x = -1, y = -\frac{a}{2} + a = \frac{a}{2} \Rightarrow B(-1; \frac{a}{2}).$$

$$\text{Построим чертеж: } S = S_{\triangle EBF} + S_{\triangle AFE} = EF(BN + AM)/2 = \frac{3a}{2} \cdot \frac{1+3}{2} = 3a$$

$$3) a < 0, x \geq 0; y_1 = y_2; \frac{a}{2}x + a = ax + \frac{a}{2}; \frac{a}{2}x = \frac{a}{2}; x = 1, y = 3\frac{a}{2} \Rightarrow C(1; \frac{3a}{2}).$$

$$4) a < 0, x < 0; y_1 = y_2; \frac{a}{2}x + a = -ax + \frac{a}{2}; \frac{3x}{2} = -\frac{1}{2}; x = -\frac{1}{3}, y = \frac{5a}{6} \Rightarrow D(-\frac{1}{3}; \frac{5a}{6}).$$

Построим чертеж:

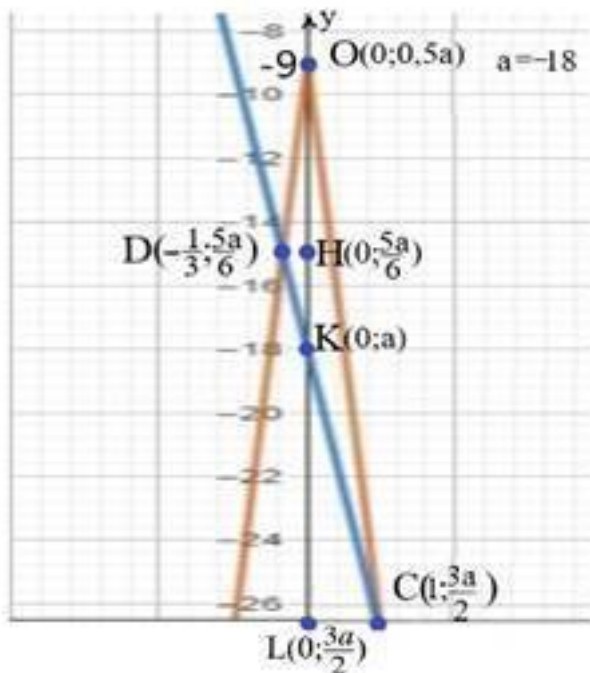
$$S = S_{\triangle ODK} + S_{\triangle OKC} = OK(DH + CL)/2 = -0,5a(4/3)/2 = -a/3.$$

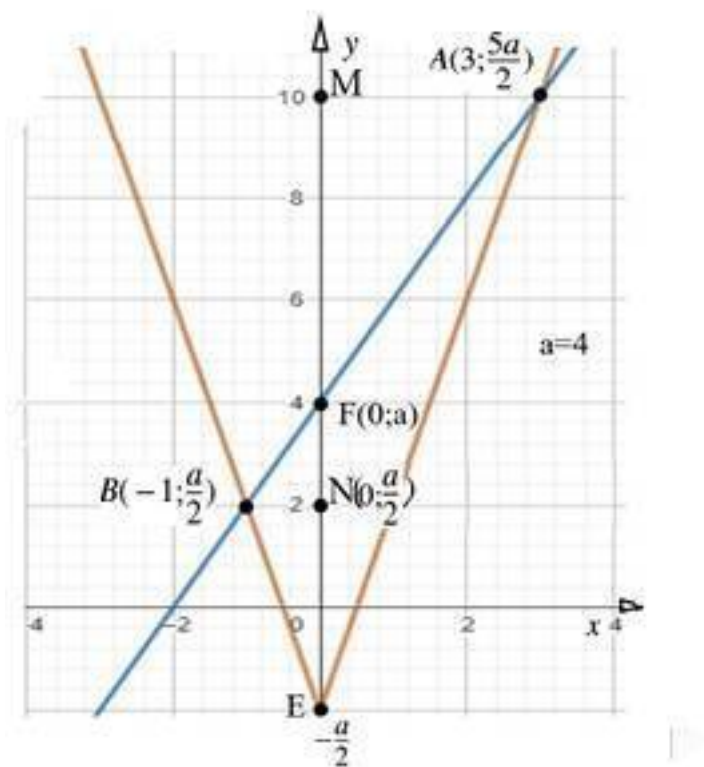
По условию $6 < S \leq 12$, найдем a :

$$a > 0 \Rightarrow 6 < 3a \leq 12; 2 < a \leq 4;$$

$$a < 0 \Rightarrow 6 < -a/3 \leq 12; -36 \leq a < -18.$$

Ответ: $[-36; -18) \cup (2; 4]$.





Глава 3

19-23-2027

Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} |x| - |y| = a \\ x - 1 = \sqrt{y + 4} \end{cases} \text{ имеет ровно 2 различных решения.}$$

Решение. Построим графики сначала при $a > 0$: 1-ая четверть $y = x - a$; 2-ая четверть $y = -x - a$;

3-я четверть $y = x + a$; 4-ая четверть $-y = x - a$, $y = -x + a$, это для первого уравнения системы;

для второго правая половина параболы $y = (x-1)^2 - 4$. Правая половина, так как $x = 1 + \Rightarrow x \geq 1$.

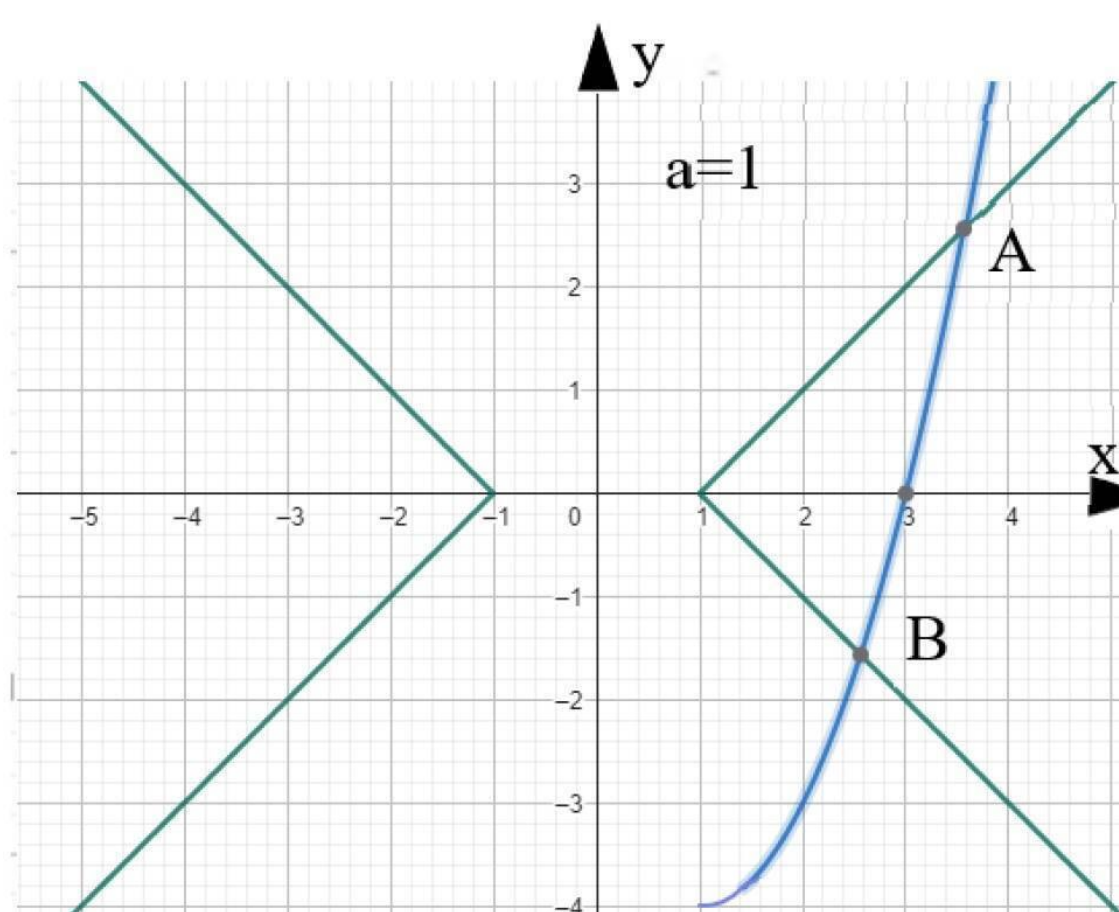
Пересекаются графики ($a = 1$) в двух точках А, В.

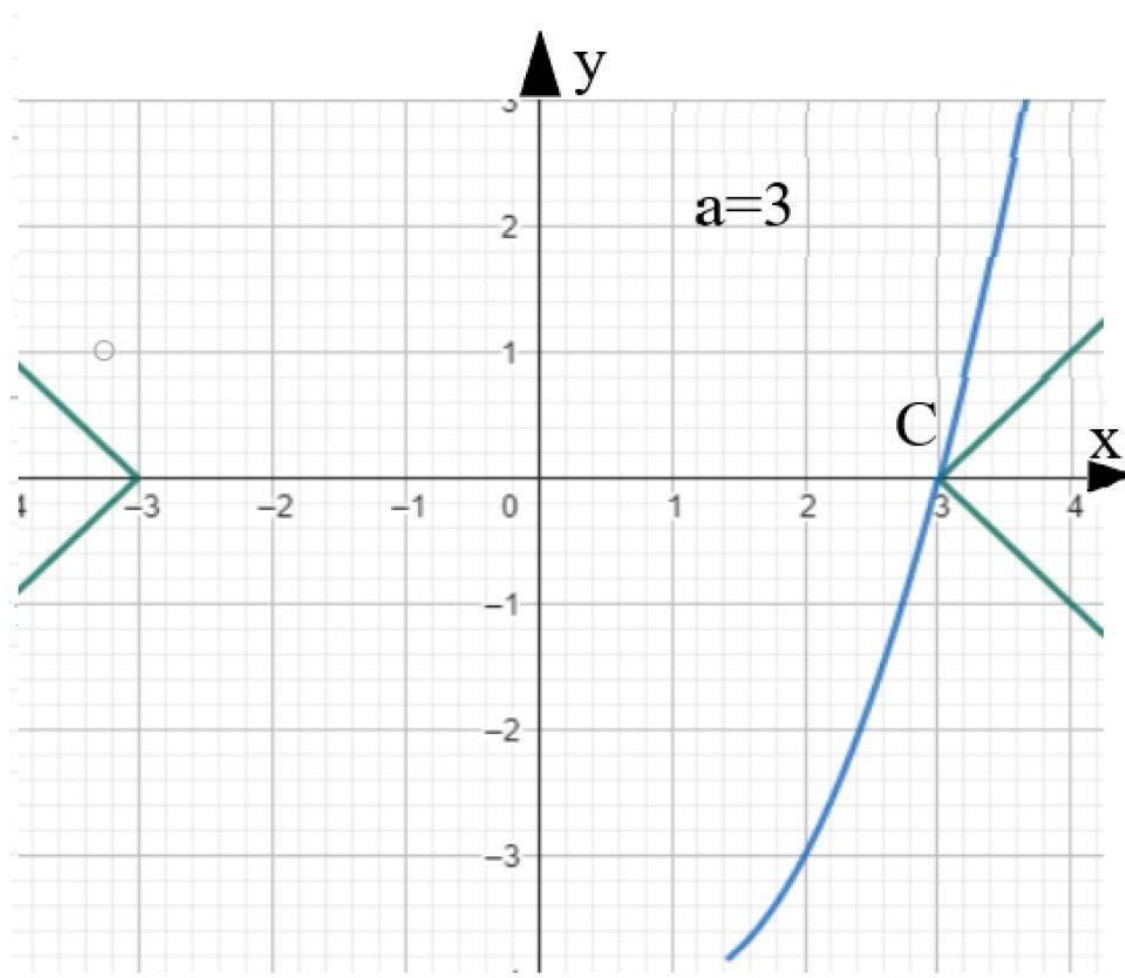
При увеличении a прямые раздвигаются, но наклон остается прежним, парабола остается на месте, при $a = 3$ пересечение будет только одно в точке С.

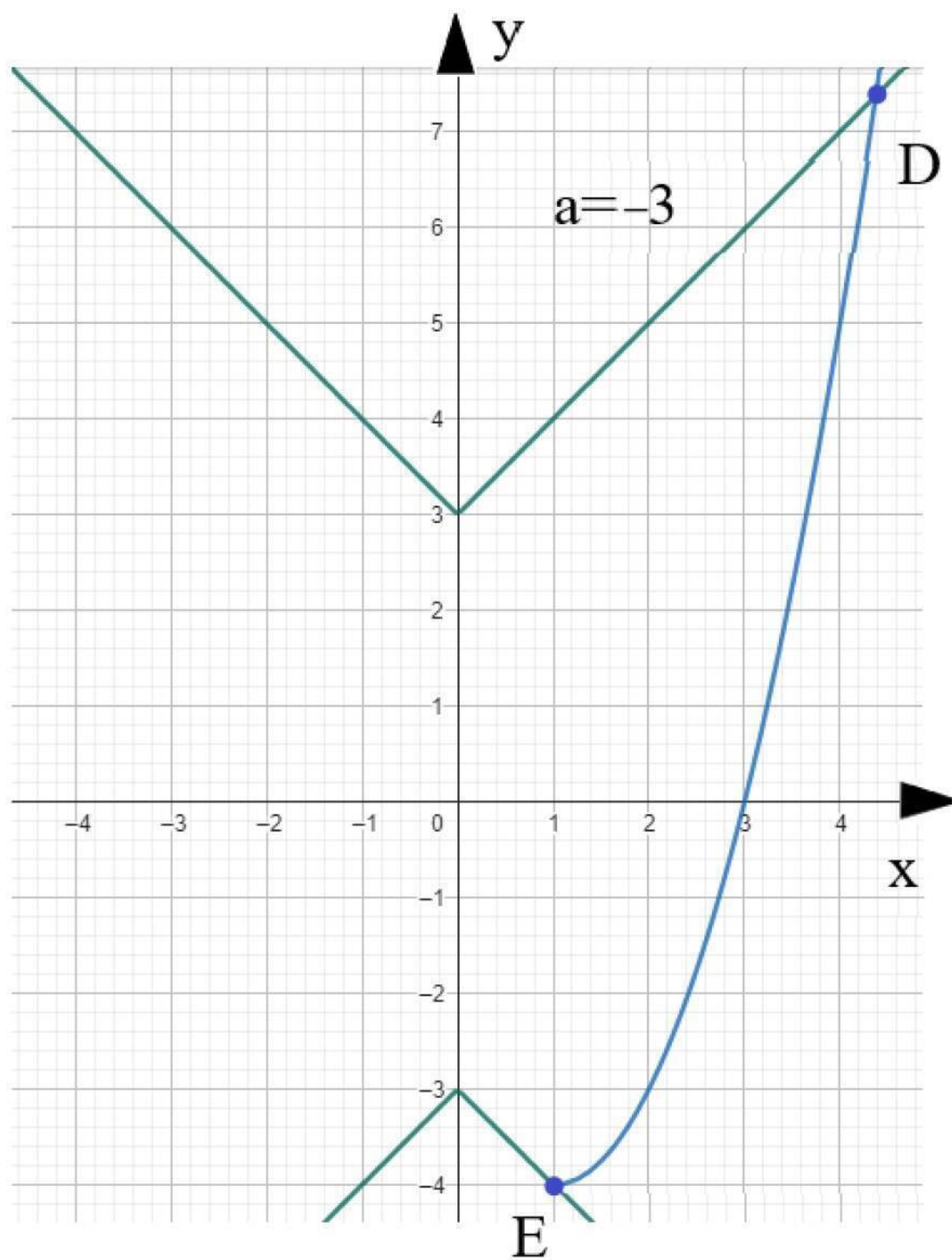
При $a < 0$ прямые пересекают ось y , парабола остается, на рисунке показан случай $a = -3$, пересечения в точках D, E .

При $a < -3$ углы прямых раздвигаются, ветвь параболы на месте , пересечение одно ; при $-3 \leq a \leq 0$ углы прямых сдвигаются к началу координат и углы пересекают правую ветвь параболы дважды; $a \in [-3; 3)$.

Ответ: $[-3; 3)$.







Глава 4

19-24-2027

Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} |y| - |x| = a \\ x - 4 = \sqrt{9 - y} \end{cases}$$

Имеет ровно 2 решения.

Решение. Построим графики сначала при $a > 0$: 1-ая четверть $y = x + a$; 2-ая четверть $y = -x + a$;

3-ая четверть $y = x - a$; 4-ая четверть $-y = x + a$, $y = -x - a$, это для первого уравнения системы;

для второго правая половина параболы $y = 9 - (x - 4)^2$. Правая половина, так как $x = 4 + (9 - y)^{1/2} \Rightarrow x \geq 4$.

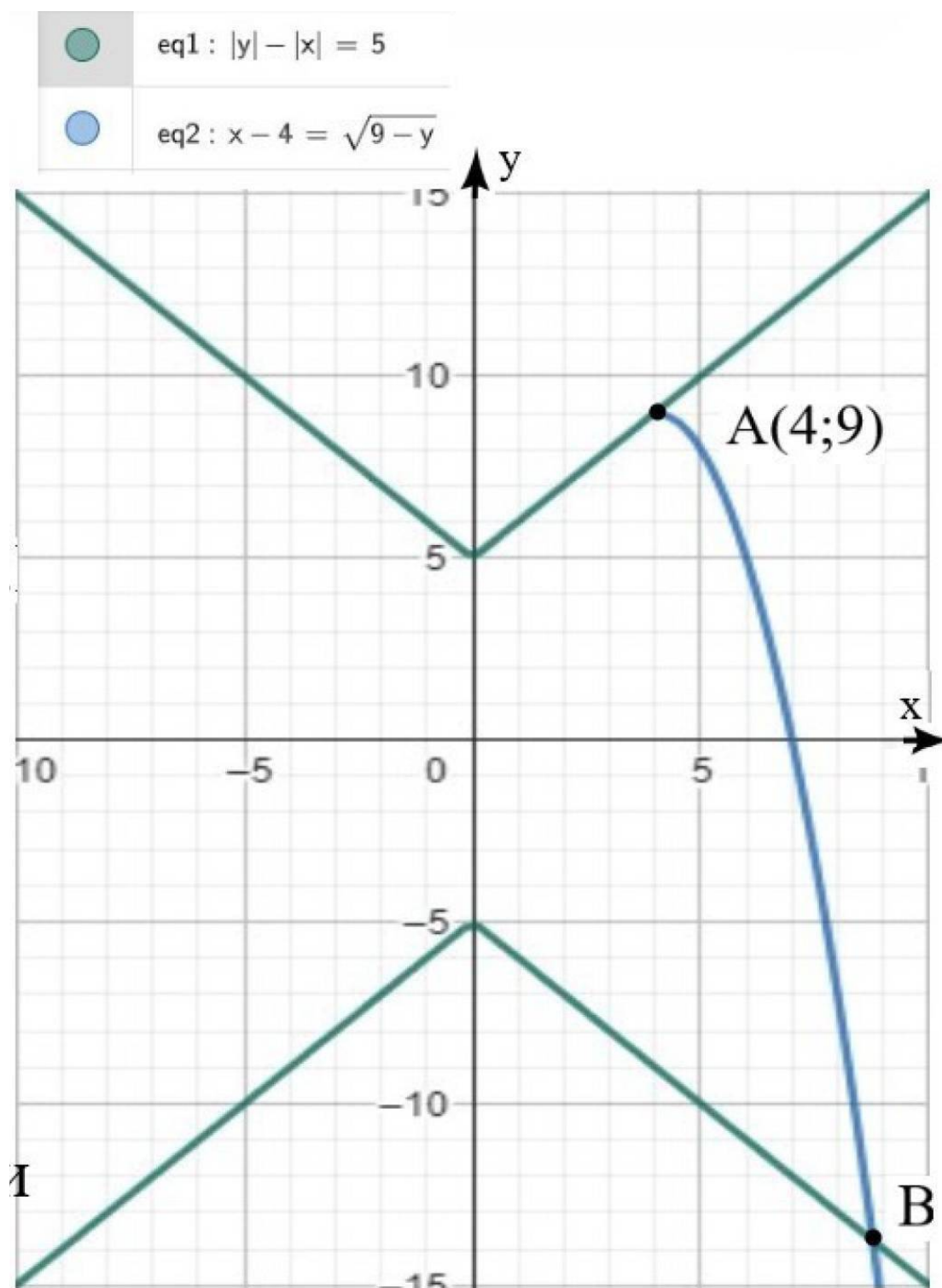
Пересекаются графики ($a = 5$) в двух точках $A(4;9)$, B .

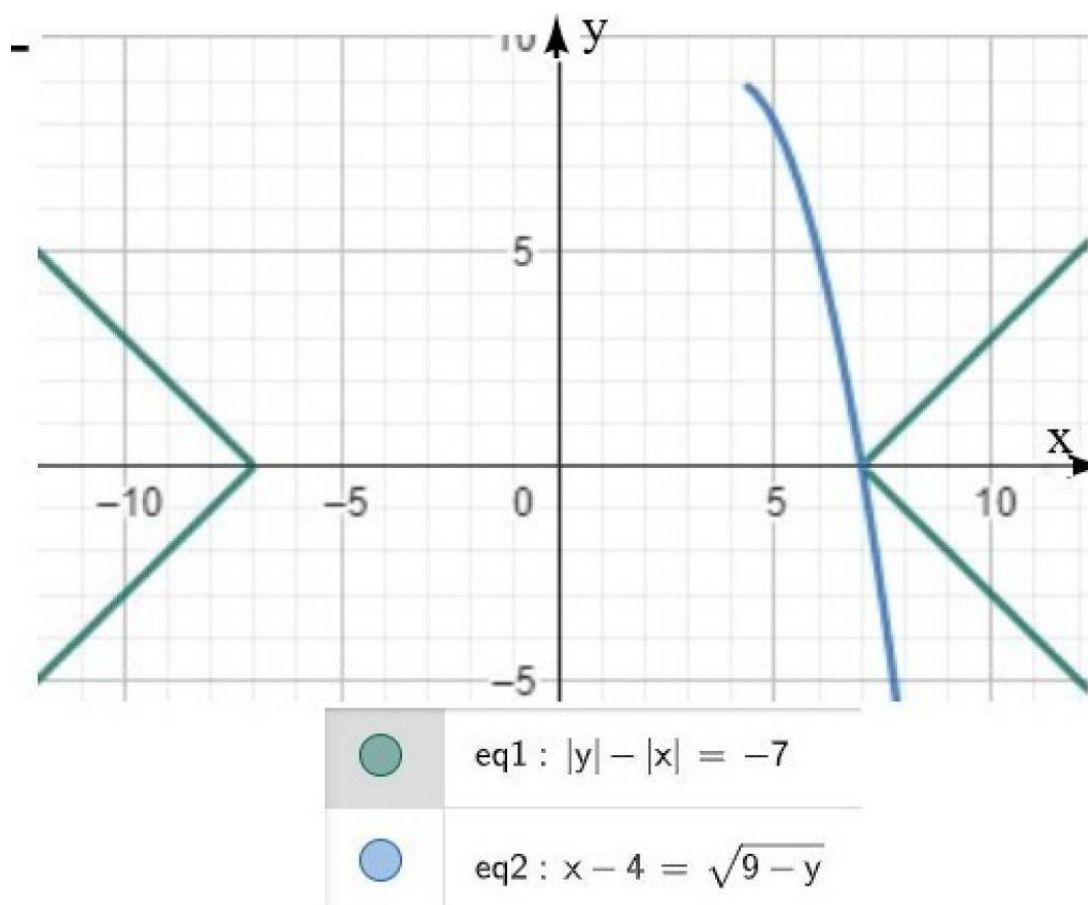
При увеличении a прямые раздвигаются, но наклон остается прежним, парабола остаётся на месте, пересечение будет только одно внизу.

При $a < 0$ прямые пересекают ось x , парабола остается, на рисунке показан случай $a = -7$, пересечение только одно при $x=7$, при $a < -7$ углы прямых раздвигаются, ветвь параболы на месте, пересечений не будет; при $-7 < a < 0$ углы прямых сдвигаются к началу координат и правый угол пересекает правую ветвь параболы дважды;

a принадлежит $(-7; 5]$.

Ответ: $(-7; 5]$.





Глава 5

19-25-2027

Найдите все значения, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (x+4)^2 + (4-y)^2 = 0,1a^2 - 4(x+1) - 4(y+1), \\ |2x-3| - |4-y| = 5 \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

1. $(x+4)^2 + (4-y)^2 = 0,1a^2 - 4(x+1) - 4(y+1)$. Перенесем все слагаемые с x и y в левую часть и выделим полные квадраты:

$$(x^2 + 8x + 16) + (y^2 - 8y + 16) + 4x + 4 + 4y + 4 = 0,1a^2 - 4x - 4 - 4y - 4; (x+6)^2 + (y-2)^2 = 0,1a^2.$$

Это уравнение описывает окружность с центром в точке $C(-6;2)$ и радиусом $R = \sqrt{0,1a^2} = |a|\sqrt{0,1}$. Условие существования окружности: $a \neq 0$.

2. Преобразование второго уравнения: $|2x-3| - |4-y| = 5$. Заметим, что $|4-y| = |y-4|$.

Уравнение принимает вид: $|2x-3| - |y-4| = 5$. Это уравнение задает на плоскости геометрическое место точек, представляющее собой части прямых или «уголки», раскрывающиеся вдоль оси x .

Система уравнений имеет ровно два решения, когда радиус окружности, полученной из первого уравнения, обеспечивает ровно две точки пересечения с графиком модулей

из второго уравнения.

1): Графиком второго уравнения являются четыре луча с вершинами в точках

$V_1(4;4)$ и $V_2(-1;4)$: $L_1: y = 2x - 4, x \geq 4$; $L_2: y = -2x + 12, x \geq 4$;

$L_3: y = -2x + 2, x \leq -1$; $L_4: y = 2x + 6, x \leq -1$.

2): Определение критических значений. Найдём расстояния от центра $C(-6; 2)$

до вершин и прямых: до вершины $V_2(-1;4)$: $d_2^2 = (-1+6)^2 + (4-2)^2 = 29$.

До вершины $V_1(4;4)$: $(4+6)^2 + (4-2)^2 = 104$. До прямой L_4 (касание):

$$R^2 = \frac{|2(-6) - 2 + 6|^2}{2^2 + (-1)^2} = \frac{64}{5} = 12,8.$$

До прямой L_3 (касание): $R^2 = \frac{|-2(-6) + 2 - 2|^2}{(-2)^2 + (-1)^2} = \frac{144}{5} = 28,8.$

3): Система имеет ровно 2 решения в

следующих случаях: Когда окружность пересекает только лучи L_3 и L_4 .

Это происходит, когда радиус больше расстояния касания до L_4 , но меньше расстояния касания до L_3 . $12,8 < R^2 < 28,8$. Умножаем на 10: $128 < R^2 < 288$;

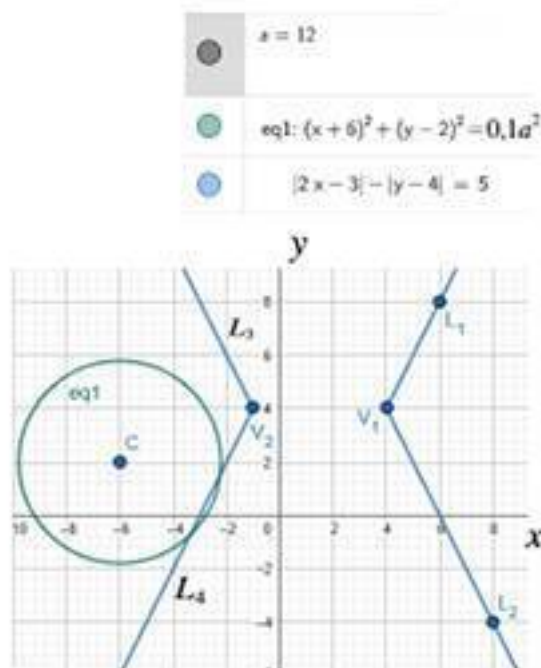
$a \in (-12\sqrt{2}; -8\sqrt{2}) \cup (8\sqrt{2}; 12\sqrt{2})$. Когда вершина V_2

находится внутри окружности, а вершина V_4 снаружи: в этом случае окружность пересекает каждый из лучей L_3 и L_4 по одному разу, а до лучей L_1 и L_2

еще не дотягивается. $29 < R^2 < 104$. Умножаем на 10: $290 < a^2 < 1040 \Rightarrow$

$a \in (-4\sqrt{65}; -\sqrt{290}) \cup (\sqrt{290}; 4\sqrt{65})$.

Ответ: $a \in (-4\sqrt{65}; -\sqrt{290}) \cup (\sqrt{290}; 4\sqrt{65}) \cup (-12\sqrt{2}; -8\sqrt{2}) \cup (8\sqrt{2}; 12\sqrt{2})$.



Глава 6

19 - 26-2027

Найдите все значения a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} (6-x)^2 + (6+y)^2 = (0,5-a)^2 - 2(x+y+1), \\ |x+2| - |1-2y| = 3 \end{cases}$$

имеет ровно четыре решения.

Решение. Система может быть упрощена так:

$$\begin{cases} (x-5)^2 + (y+7)^2 = (0,5-a)^2, & (1) \\ |x+2| - |1-2y| = 3 & (2) \end{cases}$$

Уравнение (1) описывает точку $O(5; -7)$ при $0,5-a=0$; окружность с центром в этой точке O с радиусом $|0,5-a|=r$.

Уравнение (2) описывает фигуру, состоящую из двух углов, образованных частями прямых: $x+2y+4=0$; $x-2y+6=0$; $x-2y=0$; $x+2y-2=0$, уравнения которых получаются при раскрытии модулей в (2).

На чертеже показаны случаи r^2

Конец ознакомительного фрагмента.

Текст предоставлен ООО «Литрес».

Прочитайте эту книгу целиком, [купив полную легальную версию](#) на Литрес.

Безопасно оплатить книгу можно банковской картой Visa, MasterCard, Maestro, со счета мобильного телефона, с платежного терминала, в салоне МТС или Связной, через PayPal, WebMoney, Яндекс.Деньги, QIWI Кошелек, бонусными картами или другим удобным Вам способом.