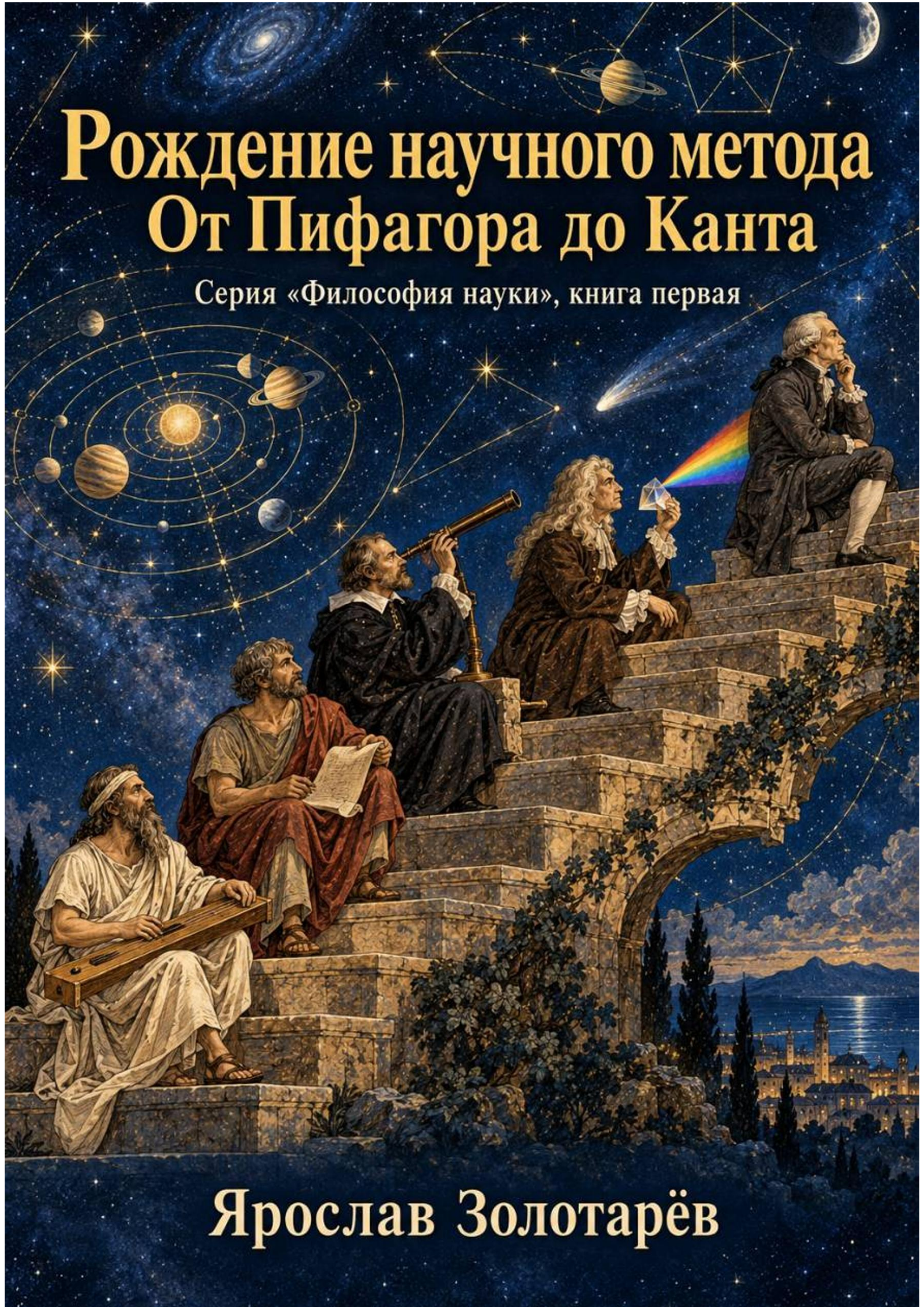




Рождение научного метода От Пифагора до Канта

Серия «Философия науки», книга первая

Ярослав Золотарёв

Ярослав Золотарёв

**Рождение научного метода.
От Пифагора до Канта.**

«Автор»

2026

Золотарёв Я.

Рождение научного метода. От Пифагора до Канта. /
Я. Золотарёв — «Автор», 2026

Почему астрология не наука, хотя у неё есть и наблюдения, и расчёты, и тысячелетняя история? Эта книга о том, как люди две с половиной тысячи лет учились отличать надёжное знание от убедительной выдумки. Путь ведёт от пифагорейцев, скрывавших тайну несоизмеримых отрезков, до Канта, которого разбудил скептицизм Юма. По дороге нас ждут Аристотель и Птолемей, средневековые схоласты, Галилей, Бэкон, Декарт и Ньютон. Каждая глава начинается с живой сцены, а затем разбирает аргументы, возражения оппонентов и то, что из этого осталось в современной науке. Автор с иронией показывает, как старые ошибки мышления живут сегодня в рекламе, политических речах и телешоу экстрасенсов. Это первая книга серии «Философия науки». Она для всех, кто хочет понимать, на чём держится доверие к науке. Здесь нет формул, но нет и упрощений.

© Золотарёв Я., 2026

© Автор, 2026

Содержание

Введение. Зачем философу наука, а науке — философ	5
Простой вопрос, на который нет простого ответа	5
Что такое философия науки — и чем она не является	7
Пять вечных вопросов	8
Зачем начинать с древних	9
Позиция книги: наука, её ошибки и её подделки	10
Как устроена эта книга и вся серия	11
Вместо заключения: вопрос на дорогу	12
Глава 1. Число как начало мира. Пифагорейцы и рождение теоретической математики	13
Утонувший за диагональ	13
Математика без доказательств: Египет и Вавилон	14
Греческий поворот: от «сделай так» к «докажи»	15
Пифагор: человек, которого не было?	16
«Всё есть число»: что это значило	18
Предел, беспредельное и десятое небесное тело	20
Трещина в квадрате: как доказать невозможное	22
Возражения: мистика или наука?	24
Два наследника: от Кеплера до «числа судьбы»	25
Итог и вопрос читателю	26
Глава 2. Скандал бесконечности. Парменид, Зенон и атомисты	28
Движенья нет, сказал мудрец брадатый	28
Парменид: бытие есть, небытия нет	29
Зенон: адвокат неподвижности	30
Что на самом деле доказал Зенон	31
Атомы и пустота: как разрезать бытие	32
Первая научная программа	33
Возражения и судьба: две тысячи лет без доказательств	34
Итог и вопрос читателю	36
Глава 3. Платон: мир идей и математическая программа	37
Да не войдёт не геометр	37
Человек — мера всех вещей? Проблема Платона	38
Мир идей: что знает геометр	39
«Тимей»: мир из треугольников	41
Конец ознакомительного фрагмента.	42

Ярослав Золотарёв

Рождение научного метода.

От Пифагора до Канта.

Введение. Зачем философу наука, а науке — философ

Простой вопрос, на который нет простого ответа

Почему астрология не наука?

Большинство читателей этой книги, вероятно, пожмут плечами: вопрос кажется детским. Астрология — суеверие, наука — это наука, и спорить тут не о чем. Но попробуйте ответить на него точно, так, чтобы ответ нельзя было опровергнуть одним контрпримером, — и вы обнаружите, что стоите на тонком льду.

Скажите, что астрология не опирается на наблюдения? Опирается, и ещё как: вавилонские жрецы веками записывали положения планет и сопоставляли их с урожаями, войнами и судьбами царей. Их таблицы были настолько точны, что ими пользовались греческие астрономы. Скажете, что астрологи не делают проверяемых предсказаний? Делают: «у людей, рождённых под знаком Овна, чаще встречается вспыльчивый характер» — утверждение вполне проверяемое. Его и проверили. В 1985 году физик Шон Карлсон опубликовал в журнале *Nature* результаты двойного слепого эксперимента: астрологи, получив натальные карты добровольцев, должны были выбрать для каждой из трёх психологических характеристик ту, что принадлежит её владельцу. Они угадывали не чаще, чем при случайном выборе. Получается парадокс: астрология оказалась достаточно научной, чтобы её можно было опровергнуть, — и была опровергнута.

Скажите, что астрология противоречит физике, ведь гравитационное влияние Марса на новорождённого меньше, чем влияние акушера? Но физика XVII века тоже «противоречила» многому из того, что потом оказалось верным: современникам Ньютона казалось абсурдным, что тела могут притягивать друг друга через пустоту, без всякого механизма. Противоречие с существующей теорией само по себе ничего не решает — иначе наука никогда не могла бы сменить одну теорию на другую.

Скажите, наконец, что астрологией занимаются шарлатаны, а наукой — учёные? Здесь история преподносит самый неприятный сюрприз. Иоганн Кеплер, открывший законы движения планет, составлял гороскопы — в том числе для полководца Валленштейна — и не считал это пустым делом. Ему приписывают ироничное замечание, что астрология — глупая дочь мудрой матери-астрономии, но без этой дочери мать умерла бы с голоду: гороскопы кормили придворного математика. Тихо Браге, Галилей, многие врачи эпохи Возрождения практиковали астрологию. А про Ньютона до сих пор рассказывают анекдот: когда Галлей однажды посмеялся над астрологией, Ньютон будто бы отрезал: «Я изучал этот предмет, сэр, а вы — нет». Историки не нашли ни одного надёжного свидетельства этого разговора; Ньютон всерьёз занимался алхимией и толкованием пророчеств, но к астрологии, судя по всему, был равнодушен. Однако сама живучесть анекдота показательна: многим хочется верить, что великий учёный стоял на стороне звёзд, и тогда «граница» между наукой и астрологией выглядит просто делом вкуса.

Итак, ни наблюдения, ни предсказания, ни согласие с другими теориями, ни личность исследователя сами по себе не проводят чёткой черты. При этом почти все мы уверены, что

черта существует: никто не станет проектировать мост по гороскопу инженера, а вакцину испытывать по фазам Луны. Мы узнаём псевдонауку, когда её видим, — но затрудняемся сказать, по какому признаку узнаём.

Этот вопрос — что делает знание научным — и есть отправная точка философии науки. Философы называют его **проблемой демаркации** (от латинского *demarcatio* — разграничение). Ему две с половиной тысячи лет, у него десятки решений, и ни одно не стало окончательным. Через всю эту книгу и следующие тома серии он будет проходить как красная нить: мы увидим, как Аристотель отделял подлинное знание от мнения, как Фрэнсис Бэкон изгонял из ума «идолов», как Карл Поппер в Вене 1919 года вдруг понял, чем теория Эйнштейна отличается от психоанализа, и почему в конце XX века одни философы объявили проблему мёртвой, а другие — вернули её к жизни.

Что такое философия науки — и чем она не является

Учёный изучает мир: звёзды, клетки, рынки, языки. Философ науки изучает самого учёного — точнее, то, как устроено его знание. Астроном спрашивает, по какой орбите движется Марс. Философ науки спрашивает, почему мы вообще верим астроному, что означает слово «орбита» для тела, которое никто не видел целиком, и по какому праву закон, проверенный на нескольких тысячах наблюдений, распространяется на всю Вселенную.

Иначе говоря, **философия науки** — это исследование научного познания как такового: его методов, оснований, границ и способов развития. Её иногда называют «знанием второго порядка»: наука говорит о мире, философия науки — о том, как наука говорит о мире.

Чтобы понять, чем она занимается, полезно сначала сказать, чем она не занимается.

Это не сама наука. Философ науки не ставит опытов и не выводит формул. Он не может сказать физику, какая теория гравитации верна. Зато он может спросить, что именно физик имеет в виду, когда говорит «верна».

Это не история науки. Историк расскажет, кто, когда и при каких обстоятельствах открыл кислород. Философа интересует другое: почему теория Лавуазье вытеснила теорию флогистона — потому что была лучше обоснована, потому что предсказывала больше или просто потому что сторонники флогистона со временем вымерли? Это уже вопрос не о фактах, а о рациональности. При этом две дисциплины неразделимы. Имре Лакатос, о котором речь пойдёт в третьем томе, переименовал Канта: философия науки без истории науки пуста, история науки без философии науки слепа.

Это не «философские проблемы естествознания», как назывался курс в советских вузах. Вопросы вроде «что такое время» или «существует ли случайность в квантовом мире» соседствуют с философией науки, и мы не раз к ним обратимся. Но нас будет интересовать прежде всего то, что общее у всех наук: чем физика, биология и экономика похожи друг на друга и чем все вместе отличаются от астрологии, богословия или житейской мудрости.

И это не адвокатура науки. Философы науки часто оказывались её самыми неудобными собеседниками. Именно философ Дэвид Юм задал вопрос, на который до сих пор нет общепринятого ответа: почему то, что случалось тысячу раз, должно случиться и в тысяча первый? Хорошая философия науки не льстит учёным, а проверяет на прочность фундамент, на котором они строят.

Как самостоятельная дисциплина, со своими кафедрами и журналами, философия науки сложилась лишь на рубеже XIX и XX веков. В 1895 году в Венском университете для физика Эрнста Маха учредили кафедру философии индуктивных наук; примерно через четверть века её занял Мориц Шлик, и вокруг него сложился знаменитый Венский кружок. Но вопросы, которыми занимались венские философы, были поставлены задолго до них.

Пять вечных вопросов

Если отбросить частности, философия науки весь свой век крутится вокруг пяти вопросов. Каждый мыслитель в этой книге даёт свой ответ хотя бы на один из них, а самые великие — на все пять сразу. Держите их в голове как карту: она пригодится во всех четырёх томах.

Демаркация: что отличает науку от ненауки? С этим вопросом мы уже познакомились. Заметим только, что «ненаука» бывает разной. Поэзия, математика и этика — не естественные науки, но и не псевдонауки: они не притворяются тем, чем не являются. **Псевдонаука** — это именно притворство: учение, которое выдаёт себя за науку, присваивает её авторитет, термины и лабораторные халаты, но не соблюдает её правил. Гомеопат со своими «клиническими исследованиями» и «информационной памятью воды» опаснее честного знахаря именно тем, что заимствует чужое доверие.

Метод: как получается научное знание? Идём ли мы от фактов к обобщениям — это называется **индукцией**? Или от общих принципов к частным следствиям — это **дедукция**? Или сначала смело выдвигаем догадку, а потом пытаемся её сокрушить? Аристотель, Бэкон, Декарт и Ньютон отвечали по-разному, и каждый из них был уверен, что описывает настоящий метод науки. А есть ли вообще единый метод — или астроном, вирусолог и археолог работают совершенно по-разному?

Объяснение: что значит «объяснить» явление? Когда мы говорим, что небо голубое из-за рассеяния света, что мы, собственно, сделали? Назвали причину? Подвели частный случай под общий закон? Показали механизм? Аристотель считал, что полное объяснение должно указать четыре причины, включая цель. Наука Нового времени цели из природы изгнала — а биология до сих пор спрашивает, «для чего» птице крылья.

Реальность: описывает ли теория мир — или только удобно предсказывает? Древнегреческие астрономы строили модели из сфер и кругов, чтобы «спасти явления» — то есть согласовать расчёт с наблюдаемыми движениями планет. Но вращаются ли эти круги на самом деле? Спор об этом тянется с античности до наших дней. Сегодня его называют спором **реализма и инструментализма**: существуют ли электроны, кварки и тёмная материя так же, как стол, за которым вы сидите, — или это лишь вычислительные орудия, позволяющие предсказать показания приборов?

Развитие: как растёт научное знание? Кирпич за кирпичом, как строится дом? Отбором, как в живой природе, — лучшие гипотезы выживают, худшие вымирают? Или революциями, после которых учёные буквально живут в другом мире? И если старые теории рано или поздно оказываются ложными, не ждёт ли та же участь наши нынешние? И если ждёт, то в каком смысле наука вообще прогрессирует?

Все пять вопросов связаны. Ответ на один почти всегда предreshает ответы на остальные. Если вы считаете, что наука отличается особым методом, то демаркация сводится к проверке метода. Если считаете теории лишь инструментами, то прогресс означает только рост точности предсказаний, а не приближение к истине. Именно поэтому философия науки — не набор отдельных головоломок, а единая и очень напряжённая дискуссия.

Зачем начинать с древних

Можно возразить: если философия науки родилась в Вене полтора столетия назад, зачем тратить целую книгу на пифагорейцев, схоластов и парики семнадцатого века? Разве их наука не устарела безнадежно?

Наука — устарела. Вопросы — нет. Венские философы не изобрели свои проблемы, а унаследовали их, вместе с частью ответов и заблуждений. Историк философии науки Джон Лоузи начинает своё известное введение в предмет с утверждения, которое может удивить: первым философом науки был Аристотель. Именно он первым спросил, что такое научное объяснение, как переходить от наблюдений к принципам и чем знание факта отличается от знания его причины.

Есть три причины начать с древних.

Первая: без предшественников непонятны последователи. Бэкон строил свой «Новый органон» как опровержение «Органона» Аристотеля — и без Аристотеля его пафос непонятен. Айнштейн спорил с Ньютоном о пространстве почти теми же доводами, что и Лейбниц. Карл Поппер отвечал на вызов, брошенный Юмом за два с лишним века до него. А весь философский XIX век — от Конта до Гельмгольца — так или иначе спорил с Кантом или продолжал его.

Вторая: сама наука не всегда была такой, как сейчас. Для Аристотеля наука — это достоверное знание необходимых истин, выведенное из первых начал; эксперимент в нашем смысле ему почти не нужен. Для средневекового мыслителя знание о природе — часть знания о Боге. Для Бэкона оно — сила, способная изменить человеческую жизнь. Следя за тем, как менялось само понятие науки, мы начинаем видеть, что в нашем современном понимании случайно, а что принципиально.

Третья: древние заблуждения живы. Пифагорейцы верили, что числа обладают священной силой, — и сегодня нумеролог за умеренную плату рассчитает ваше «число судьбы». Но есть принципиальная разница. Для Пифагора мистика числа была частью смелой попытки понять мир, из которой выросла теоретическая математика. Для нынешнего нумеролога это попытка не понимать ничего, что поняли за двадцать пять веков после Пифагора. Зная, как и почему человечество избавлялось от ошибок, легче узнать их в новом обличье.

Поэтому мы будем смотреть на древних не свысока. Физика Аристотеля ошибочна, но она была разумным ответом на данные, которые имелись в IV веке до н. э., и держалась почти две тысячи лет не по глупости её приверженцев. Ирония в этой книге достанется другим — тем, кто и сегодня повторяет ошибки, давно разоблачённые.

Позиция книги: наука, её ошибки и её подделки

Автор этой книги не скрывает своей позиции: он на стороне науки. Наука — самый успешный способ познания, который создало человечество. Благодаря ей продолжительность жизни выросла вдвое, оспа исчезла с лица Земли, а слова этой фразы вы читаете, вероятно, на экране устройства, в котором работают квантовая механика и теория относительности. Тем, кто утверждает, что наука «всего лишь одна из традиций, не лучше других», полезно иногда замечать, что они пишут это не на бересте и лечатся не заговорами.

Но быть на стороне науки не значит считать её непогрешимой. Учёные ошибались сотни раз: верили в флогистон и мировой эфир, считали континенты неподвижными, а язву желудка — болезнью от нервов. Особенность науки не в том, что она не ошибается, а в том, что у неё есть механизмы исправления ошибок: проверка, воспроизводимость, открытая критика, готовность отказаться от любимой теории. Астрология за три тысячи лет не отказалась ни от одного своего положения; астрономия за то же время перестроилась несколько раз до основания. Станным образом именно способность признавать ошибки делает науку надёжнее всех учений, которые никогда не ошибаются.

Отсюда важное различие, которое мы будем соблюдать на протяжении всей серии: **критика науки — не то же самое, что её фальсификация**. Когда Юм спрашивает, на чём основана индукция, а Кун показывает, что учёные далеко не всегда ведут себя так, как предписывают учебники методологии, — это критика, и она делает наше понимание науки глубже. Когда продавец «структурированной воды» ссылается на квантовую физику, а целитель — на «исследования учёных», которых никто не видел, — это подделка, и она заслуживает не спора, а разоблачения. Иногда — и улыбки.

Серия посвящена прежде всего тем течениям мысли, для которых наука — основной способ объяснять и преобразовывать мир. Их принято называть **сциентистскими** (от латинского *scientia* — знание, наука). Мы намеренно говорим «философия науки», а не «позитивизм»: позитивизм — лишь одно из таких течений, и далеко не единственное. Критики научной рациональности тоже получают слово, но не центр сцены. А мистики, которые на протяжении веков «опровергали» науку, в этой книге будут появляться разве что в роли наглядных примеров.

Как устроена эта книга и вся серия

Серия состоит из четырёх книг, и каждая охватывает свою эпоху.

«Рождение научного метода. От Аристотеля до Канта» — книга, которую вы держите в руках. От первых греческих математиков до конца XVIII века: как складывались само понятие науки и те вопросы, которыми займётся философия науки.

«Век позитивизма. От Конта до Пуанкаре» — XIX век, когда наука впервые попыталась стать философией самой себе.

«Век великих споров» — XX век: Венский кружок, Поппер, Кун, Лакатос и их оппоненты.

«Наука под вопросом» — современная философия науки, в том числе авторы, которых у нас едва знают и нередко толкуют превратно.

В этой книге двенадцать глав. Первые пять посвящены античности: пифагорейцам и рождению доказательства, спору о бесконечности между Зеноном и атомистами, Платону, Аристотелю, а также Евклиду, Архимеду и Птолемию. Шестая глава — о Средних веках, которые были куда менее «тёмными», чем принято думать. Седьмая — о Возрождении, когда Вселенная вдруг стала бесконечной. Затем идут главные действующие лица научной революции: Галилей, Бэкон, Декарт, Ньютон и Лейбниц. Завершает книгу глава о Юме и Канте — о том, как философия спросила у торжествующей науки, на чём, собственно, держится её уверенность.

Все главы построены по одному принципу. Сначала — сцена или парадокс, с которого всё началось. Затем — проблема, над которой бился мыслитель, и его аргументация, шаг за шагом. Дальше — возражения современников и потомков, а в конце — то, что из всего этого осталось сегодня. Каждая глава заканчивается не вопросами для самопроверки, а одним проблемным вопросом к читателю: таким, на который нет ответа в тексте, но есть смысл подумать.

Термины мы объясняем перед тем, как ими пользоваться, и не вводим их без нужды. Для чтения не нужно специальной подготовки: достаточно школьной математики, любопытства и терпения к аргументам, которые иногда требуют перечитать абзац дважды. Мы не упрощаем там, где упрощение исказило бы суть: в философии науки, как и в самой науке, дьявол обычно сидит в деталях.

Вместо заключения: вопрос на дорогу

Итак, перед нами двадцать пять веков попыток ответить на вопрос, с которого мы начали: что делает знание научным? От того, как на него отвечают, зависит не только судьба астрологии. От него зависит, какие лекарства попадут в аптеки, что будут преподавать в школах и чьим советам последуют правительства во время эпидемии. Философия науки только кажется кабинетной дисциплиной. На деле она отвечает на вопрос, который каждый из нас задаёт себе по несколько раз в день: **кому и почему можно верить?**

Напоследок — небольшое упражнение, которое стоит проделать до того, как перевернуть страницу.

Вы уверены, что завтра взойдёт солнце. Астролог уверен, что завтра у Скорпионов будет удачный день для новых начинаний. Оба утверждения — предсказания о будущем. Оба опираются на прошлый опыт: солнце всходило каждое утро вашей жизни, а астрологическая традиция накапливала «наблюдения» тысячи лет. Ваша уверенность, скорее всего, куда сильнее. Но в чём именно разница? В количестве наблюдений? В том, что у вас есть объяснение — вращение Земли, — а у астролога его нет? Но ведь и в вращении Земли вы уверены лишь потому, что законы физики действовали вчера — кто сказал, что они будут действовать завтра?

Попробуйте сформулировать, чем ваша уверенность в завтрашнем восходе отличается от уверенности астролога — так, чтобы ваш ответ не опирался на то, что нужно доказать.

Если ответ не дастся сразу — не огорчайтесь. Вы в хорошей компании: в последней главе этой книги мы увидим, как над тем же самым вопросом думал Дэвид Юм — и как его размышления разбудили от «догматического сна» Иммануила Канта. А начнём мы с людей, которые первыми поняли, что истину можно не просто узнать, а доказать, — с пифагорейцев.



Глава 1. Число как начало мира. Пифагорейцы и рождение теоретической математики

Утонувший за диагональ

Рассказывают, что среди учеников Пифагора был человек по имени Гиппас из Метапонта. Он узнал тайну, которую союз пифагорейцев хранил от посторонних пуще всего, — и разгласил её. Тайна была не политической и не религиозной в привычном смысле. Она касалась квадрата: его диагональ и сторону нельзя измерить одной и той же меркой. Какую бы маленькую единицу длины вы ни взяли, она уложится в стороне целое число раз, а в диагонали — нет. Всегда останется недобранный или лишний кусочек.

По одной версии предания, Гиппас погиб в море: боги наказали его за нечестие. По другой, богам помогли сами собратья по союзу. По третьей, более мирной, пифагорейцы изгнали его и поставили ему надгробие как умершему. Все эти рассказы записаны через восемьсот лет после событий, в поздней античности, неоплатоником Ямвлихом и его современниками, любившими поучительные истории больше, чем точность. Не даже что именно разгласил Гиппас, источники сходятся не всегда: в одних речь идёт о несоизмеримости, в других — о построении додекаэдра, правильного многогранника из двенадцати пятиугольников. Скорее всего, мы никогда не узнаем, что произошло на самом деле.

Но легенда живуча не случайно. Она фиксирует нечто исторически верное: одно математическое открытие действительно нанесло удар по целой картине мира. Пифагорейцы учили, что «всё есть число», и под числом понимали целое число и отношения целых чисел. Если же в самой простой фигуре, квадрате, нашлось отношение, которое нельзя выразить через целые числа, то число — уже не всё. В здании мироздания, сложенном из аккуратных числовых кирпичей, обнаружилась трещина. Историки математики называют это событие первым кризисом оснований математики.

Однако нас в этой истории интересует не столько кризис, сколько то, что его вообще стало возможным. Вавилонские вычислители за тысячу лет до Пифагора знали корень из двух с точностью до шестого знака после запятой — и никакого кризиса не пережили. Им и в голову не приходило спрашивать, точно ли это число вообще существует как отношение двух целых. Удивиться тому, что дело обстоит не так, как следовало ожидать, можно только тогда, когда у тебя уже есть представление о том, как оно должно обстоять. Для кризиса нужна теория. Как тонко замечает Пиам Гайдено, открытие несоизмеримости могло случиться только там, где уже сложились основные контуры математики как связанной теоретической системы.

Именно здесь, на берегах Южной Италии VI–V веков до н. э., среди людей, которые соблюдали обет молчания, не ели бобов и верили в переселение душ, родилась математика как теория. В этой главе мы попробуем понять странный парадокс: как из мистического почитания чисел выросла самая строгая из наук — и почему из того же почитания выросла и нумерология, не сделавшая за двадцать пять веков ни шага вперёд.

Математика без доказательств: Египет и Вавилон

Чтобы оценить, что именно сделали греки, надо сначала понять, чего они не делали. Они не изобрели счёт, геометрию и даже сложные вычисления. Всё это уже было — и было за много веков до них.

В Британском музее хранится длинный свиток, названный по имени купившего его шотландца **папирусом Ринда**. Его переписал писец Ахмес около 1650 года до н. э., сославшись на ещё более древний оригинал. В нём больше восьмидесяти задач: как разделить девять хлебов на десять человек, как вычислить объём амбара для зерна, как найти площадь круглого поля. Для круга египтяне предлагали такое правило: возьми диаметр, отними от него девятую часть и возведи остаток в квадрат. В пересчёте на наш язык это значит, что число «пи» принималось равным примерно 3,16 — ошибка меньше одного процента. Московский математический папирус, хранящийся в Пушкинском музее, содержит совершенно точное правило для объёма усечённой пирамиды. До него не так просто додуматься и сегодняшнему старшекласснику.

Вавилоняне были ещё искуснее. Они считали в шестидесятеричной позиционной системе — оттого у нас до сих пор шестьдесят минут в часе и триста шестьдесят градусов в окружности. Они решали задачи, которые мы назвали бы квадратными уравнениями. На знаменитой глиняной табличке из Йельской коллекции начерчен квадрат с диагоналями и число, которое передаёт корень из двух с поразительной точностью. А табличка Плимптон 322, составленная около 1800 года до н. э., содержит целый список троек чисел, удовлетворяющих тому самому соотношению, которое мы называем теоремой Пифагора. За тысячу лет до Пифагора.

Так что же тогда оставалось сделать грекам?

Посмотрите, как устроен египетский или вавилонский математический текст. Он всегда построен как **рецепт**: «Возьми такое-то число. Умножь на такое-то. Отними. Вот тебе ответ. Сделай так, и будет верно». Иногда добавлена проверка на конкретном примере. Но нигде нет вопроса «почему?» и нигде нет ответа, который обязал бы согласиться любого, кто следит за рассуждением. Правило хорошо, потому что работает. А работает оно потому, что так делали деды и так записано в древнем свитке.

Египетское правило для круга приближённое, а правило для усечённой пирамиды точное. Но сами египтяне разницы не видели и увидеть не могли: у них не было способа отличить точное знание от хорошего приближения. И то и другое прекрасно годилось для дела: ни один амбар не рухнул из-за ошибки в третьем знаке после запятой.

Есть и ещё одна важная деталь, на которую обращает внимание Гайдено. В древних культурах вся жизнь делилась на сакральную и профанную, священную и бытовую. Математика принадлежала ко второй. Без неё не обходились землемеры, купцы, строители и сборщики налогов, но к мифам и культам она отношения не имела. При этом отдельные числа считались священными: вавилонский эпос полон семерок — семь духов бури, семь злых болезней, семь врат подземного мира. Но священная семёрка жила в заклинаниях, а рабочая семёрка — в налоговых таблицах. И эти два мира не встречались. Никому не приходило в голову исследовать свойства священного числа методами счёта или искать в налоговой арифметике ключ к устройству мира.

Именно эта неожиданная встреча произойдёт у пифагорейцев. Но сначала должно было появиться то, чего не знали ни Египет, ни Вавилон, — доказательство.

Греческий поворот: от «сделай так» к «докажи»

Доказательство — это рассуждение, которое выводит утверждение из уже принятых положений так, что не согласиться с ним нельзя, не вступив в противоречие с самим собой. Рецепт говорит: «Делай так, и получится». Доказательство говорит: «Иначе быть не может, и вот почему». Первое опирается на авторитет традиции, второе — на разум слушателя. В этом и состоит переворот: истина перестаёт быть тайным знанием жрецов и писцов и становится достоянием любого, кто способен следить за рассуждением.

Греческая традиция называет первым математиком, который стал доказывать, **Фалеса Милетского** (около 624–546 годов до н. э.). Поздний комментатор Евклида Прокл, опираясь на несохранившуюся «Историю геометрии» ученика Аристотеля Евдема, приписывает Фалесу несколько теорем. Диаметр делит круг пополам. Углы при основании равнобедренного треугольника равны. Вертикальные углы равны. Угол, опирающийся на диаметр, прямой. Первое почти смешно доказывать: любой землемер знал это на глаз. Но в том-то и дело: интерес смещается с того, *что* верно, на то, *почему* это верно. Очевидное впервые требует обоснования.

Какими были эти первые доказательства? Скорее всего, наглядными. Историк математики Борис Розенфельд замечает, что Фалесу не на что было опереться: ни аксиом, ни других теорем ещё не существовало. Зато во всех его теоремах нужно доказать равенство чего-то чему-то: полукругов, углов, треугольников. Вероятно, Фалес доказывал это наложением: перегибал чертёж и показывал, что одна фигура совпадает с другой. Это ещё не строгий вывод в духе Евклида, но уже и не рецепт. Это показ, который убеждает зрителя без ссылки на авторитет.

Почему это произошло именно в Греции? У историков нет единого ответа, но чаще всего указывают на несколько обстоятельств сразу.

Полис и публичный спор. В греческом городе-государстве важнейшие вопросы решались на собрании и в суде. Успех зависел от умения убедить сограждан, а не от повеления царя или жреца. Культура, где привыкли требовать доводов от оратора, рано или поздно начинает требовать их и от геометра. Британский историк античной науки Джеффри Ллойд считал эту связь между политической дискуссией и рациональным аргументом одной из главных особенностей греческой мысли.

Отсутствие жреческой монополии. В Египте и Вавилоне учёность была делом храмовых и дворцовых писцов, которые хранили и передавали традицию. У греков не было ни священной книги, ни жреческой касты, которая решала бы, что истинно. Любой милетский купец мог заявить, что всё происходит из воды, — и тогда ему приходилось это обосновать, потому что сосед тут же заявлял, что всё происходит из воздуха.

Колонии и перекрёстки. Милет, Самос, Кротон — торговые города на окраинах греческого мира. Их жители сталкивались с египетскими, вавилонскими и финикийскими традициями одновременно. Когда видишь, что разные народы считают площадь круга по-разному, вопрос «а как правильно?» возникает сам собой. А ответить на него ссылкой на дедов уже нельзя: деды у всех разные.

Ни одно из этих объяснений не достаточно само по себе, и пора сделать оговорку: объяснить, почему что-то произошло один раз в истории, всегда труднее, чем объяснить падение яблока. Но результат несомненен. К VI веку до н. э. в греческом мире сложилась привычка спрашивать «почему?» и требовать ответа, который можно проверить. Вскоре эту привычку подхватил человек, который сделал из неё одновременно науку и религию.

Пифагор: человек, которого не было?

О Пифагоре мы знаем одновременно очень много и почти ничего. Много — потому что античные авторы оставили о нём целые жизнеописания. Почти ничего — потому что сам он не написал ни строчки, а подробные жизнеописания составлены лишь в III веке нашей эры неоплатониками Порфирием и Ямвлихом. Для них Пифагор был полубогом. У него было золотое бедро, он одновременно появлялся в двух городах, а река, которую он переходил, приветствовала его человеческим голосом. Историк у остаётся осторожно выбирать из этих рассказов правдоподобное и сверять его с более ранними свидетельствами.

А ранние свидетельства рисуют такую картину. Пифагор родился около 570 года до н. э. на острове Самос, возможно, путешествовал в Египет, а около 530 года перебрался в Кротон на юге Италии. Там он основал союз единомышленников, что-то среднее между философской школой, монашеским орденом и политической партией. Союз приобрёл влияние в городах Великой Греции, как называли греческие колонии в Италии. И как это бывает с влиятельными замкнутыми обществами, нажил себе врагов. В середине V века по городам прокатилась волна антипифагорейских восстаний, дома собраний союза жгли, и уцелевшие пифагорейцы рассеялись по греческому миру. Одним из них был Филолай, чьи сочинения стали первым письменным изложением пифагорейского учения. Именно из уцелевших отрывков Филолая и из сообщений Аристотеля мы и судим о том, чему учили пифагорейцы.

Союз жил по строгим правилам. Новички долго соблюдали обет молчания, имущество членов было в известной мере общим, а учение хранилось в тайне. До нас дошли так называемые **акусмы** (от греческого «услышанное») — наставления, которые полагалось исполнять без объяснений. Не есть бобов. Не поднимать упавшее со стола. Не мешать огонь ножом. Не ходить по большой дороге. Вставая с постели, разгладить отпечаток тела. Комментаторы потом веками искали в этих запретах глубокий иносказательный смысл, но, скорее всего, перед нами обычные для древней религии ритуальные табу.

В центре религиозной стороны учения была вера в бессмертие души и её переселение из тела в тело. Современник Пифагора, поэт и философ Ксенофан, оставил на этот счёт первую в истории насмешку над философом. Однажды Пифагор увидел, как быют щенка, и сказал: «Перестань, не бей! Это душа моего друга — я узнал её по голосу». Другой знаменитый современник, Гераклит, был суровее: Пифагор, по его словам, «составил себе свою мудрость: многознание и обман».

И вот что удивительно. Математика в этом союзе была не светским увлечением рядом с религией, а частью религии. Пифагорейцы верили в **катарсис** — очищение души. Музыка очищает душу, как лекарство очищает тело, а занятия числами очищают её ещё глубже, отвращая от телесного и преходящего. Российский исследователь античной философии Александр Маковельский сформулировал это так: именно вера в религиозно-очистительное действие науки дала Пифагору силы положить основание чистой математики.

Здесь и произошла та встреча, которой не было в Египте и Вавилоне. Число стало священным, но не в том смысле, что его надо произносить в заклинаниях. Его следовало **постигать**. Раз числа божественны, то изучение их свойств и связей — дело благочестивое. А раз изучение благочестиво, оно должно быть бескорыстным, без всякой оглядки на землемера и купца. Так среди обетов и табу родилась идея, без которой не было бы науки, — идея знания ради самого знания.

Кстати, о знаменитой теореме. Поздние авторы рассказывают, что, доказав её, Пифагор принёс в жертву сто быков. Учитывая, что пифагорейцы, по другим свидетельствам, избегали кровавых жертвоприношений, история выглядит сомнительно. Само соотношение сторон прямоугольного треугольника, как мы видели, было известно вавилонянам за тысячу лет до

него. А доказательство, которое дошло до нас в «Началах» Евклида, скорее всего, принадлежит самому Евклиду. Теорема носит имя Пифагора потому, что им вообще было принято подписывать достижения школы. Пифагорейцы ссылались на учителя формулой «Сам сказал», по-латыни *ipse dixit*. Позже это выражение стало насмешливым названием самой антинаучной логики, какая только бывает, — ссылки на авторитет вместо довода. Ирония истории: люди, которые изобрели доказательство, оставили нам и лучшую формулу его отрицания.

«Всё есть число»: что это значило

Формула «всё есть число» звучит как девиз современной физики. Но чтобы понять её правильно, надо забыть привычное нам представление о числе как о значке на бумаге. Для пифагорейцев число было чем-то вроде фигуры из камешков. Один камешек — единица, или **монада**. Два камешка образуют отрезок. Три — треугольник. Число имело форму и занимало место, оно было одновременно арифметическим и геометрическим объектом. Поэтому фраза «вещи состоят из чисел» для них была не метафорой, а почти буквальным утверждением.

Фигурные числа. Раскладывая камешки, пифагорейцы обнаружили закономерности, которые стали первыми теоремами теории чисел. Треугольные числа — 1, 3, 6, 10 — складываются в ровные треугольники. Квадратные — 1, 4, 9, 16 — в квадраты. А вот замечательное наблюдение: если к единице последовательно прибавлять нечётные числа 3, 5, 7, то каждый раз получается квадрат: $1 + 3 = 4$, $4 + 5 = 9$, $9 + 7 = 16$. На камешках это видно сразу: нечётное число ложится уголком вокруг прежнего квадрата и делает его больше, не меняя формы. Такой уголок называли **гномоном** — по имени плотницкого угольника. Если же прибавлять чётные числа, получаются прямоугольники с каждый раз новым соотношением сторон: 2, 6, 12, 20.

Из этого чисто арифметического факта пифагорейцы сделали далеко идущие выводы. Нечётное сохраняет форму — значит, оно связано с пределом, постоянством, добром. Чётное форму теряет — значит, оно связано с беспредельным, изменчивым и дурным. Здесь хорошо видно, как в пифагорейской мысли переплетаются две нити. Первая — настоящее математическое открытие, которое можно проверить и которое верно и сегодня. Вторая — ценностное, почти мифологическое истолкование этого открытия, которое нельзя ни проверить, ни опровергнуть.

Священная четверица. Выше всех чисел пифагорейцы ставили десятку. Десять камешков складываются в треугольник со стороной четыре: $1 + 2 + 3 + 4 = 10$. Эту фигуру, **тетрактиду**, почитали как священную, и пифагорейцы, по преданию, клялись ею. В ней единица обозначала точку, двойка — линию, тройка — плоскость, четвёрка — тело, то есть тетраэдр. Вся структура пространства оказывалась спрятана в первых четырёх числах. Но самое удивительное скрывалось в музыке.

Первый закон природы. Пифагору — или, что вероятнее, его ранним ученикам — приписывают открытие, сделанное на **монохорде**, инструменте с одной струной и подвижной подставкой. Если заставить звучать целую струну, а потом её половину, получится октава. Две трети струны дадут квинту, три четверти — кварту. Отношения $1 : 2$, $2 : 3$ и $3 : 4$ составлены из тех же чисел 1, 2, 3 и 4, что и священная четверица. А неприятные диссонансы возникают тогда, когда отношение длин сложное.

Постарайтесь оценить масштаб этого открытия. Красота звука — вещь, казалось бы, субъективная и неуловимая. И вдруг оказывается, что за ней стоит простое числовое соотношение, которое можно измерить линейкой и воспроизвести на любой струне. Вернер Гейзенберг, один из создателей квантовой механики, назвал это открытие одним из сильнейших импульсов для развития науки вообще: кто хоть раз убедился в творческой силе математических построений, тот будет замечать их действие на каждом шагу. По сути, это первый в истории физический закон, выраженный математически: качество (созвучие) сведено к количеству (отношению длин).

У этой истории есть поучительное продолжение. Поздние античные авторы украсили её легендой. Пифагор якобы проходил мимо кузницы, услышал созвучие молотов и обнаружил, что их веса относятся как простые числа. Затем он подвесил те же грузы к струнам и получил те же интервалы. Красиво, но неверно: тон молота почти не зависит от его веса. А чтобы получить октаву натяжением, груз надо увеличить не вдвое, а вчетверо. Легенду переписывали из книги

в книгу полторы тысячи лет. Лишь в XVI веке музыкант Винченцо Галилей — отец того самого Галилея — взял струну, повесил грузы и проверил. Вот вам кратчайший курс философии науки: историю можно пересказывать веками, а проверка занимает один вечер.

Предел, беспредельное и десятое небесное тело

Открытие на монохорде стало для пифагорейцев ключом ко всему мирозданию. Если число управляет музыкой, то почему бы ему не управлять и движением светил, и строением тел, и душой человека? Аристотель так излагает их ход мысли: пифагорейцы увидели в числах свойства и отношения, присущие гармонии, и поскольку всё остальное уподоблялось числам, они приняли элементы чисел за элементы всех вещей, а всю вселенную — за гармонию и число.

Из чего же состоит само число? Филолай отвечает: из двух начал, **предела** и **беспредельного**. Предел — это то, что даёт вещам форму, границу, определённую. Беспредельное — аморфная, бесформенная стихия, которая эту форму получает. Мир возникает, когда предел втягивает в себя беспредельное. Ранние пифагорейцы представляли это почти физиологически: космос «вдыхает» окружающую его пустоту, и она разделяет вещи, создавая множественность. Соединяет же противоположные начала гармония, которую Филолай определяет как «соединение разнообразной смеси и согласие разногласного». Это определение музыкального созвучия, расширенное до принципа устройства вселенной.

Аристотель сохранил для нас пифагорейский список десяти пар противоположностей: предел и беспредельное, нечётное и чётное, единое и множество, правое и левое, мужское и женское, покоящееся и движущееся, прямое и кривое, свет и тьма, хорошее и дурное, квадрат и параллелограмм. В этом списке, как в геологическом разрезе, видны слои разного возраста. Свет и тьма, добро и зло, мужское и женское — древние мифологические противоположности, которые есть чуть ли не в каждой религии. Но рядом с ними стоят чётное и нечётное, квадрат и параллелограмм — понятия совершенно нового типа, математические. Пифагорейская философия пытается влить новое математическое вино в старые мифологические мехи.

Самое смелое создание этой философии — космология Филолая. В центре мира, по его учению, горит **центральный огонь**, очаг вселенной. Вокруг него вращаются все небесные тела, и Земля в их числе. Земля движется! За два с лишним тысячелетия до Коперника пифагорейцы сняли нашу планету с места в центре мира. Коперник помнил об этом и в своём главном труде ссылаясь на Филолая как на предшественника.

Но посмотрите, как именно пифагорейцы пришли к своей картине. Небесных тел, кружащихся вокруг огня, у них получалось девять: Земля, Луна, Солнце, пять известных планет и сфера неподвижных звёзд. А совершенное число, как мы знаем, — десять. Выход нашёлся: пифагорейцы добавили десятое тело, **Антиземлю**. Она всегда находится по ту сторону центрального огня и потому никогда не видна. Аристотель отметил это с нескрываемой иронией: пифагорейцы, пишет он, ищут объяснения не для наблюдаемого, а подгоняют наблюдаемое к своим теориям.

Запомним эту формулу. Невидимая Антиземля, введённая не для того, чтобы объяснить какое-то явление, а для того, чтобы спасти дорогую сердцу схему, — первый известный нам пример того, что философы науки два с половиной тысячелетия спустя назовут **гипотезой ad hoc** (по-латыни «для этого случая»). Так называют дополнительное предположение, которое ничего нового не предсказывает и нужно только для того, чтобы теория не развалилась. Карл Поппер в третьем томе нашей серии сделает недоверие к таким гипотезам одним из краеугольных камней своей философии. А впервые поймал на ней своих предшественников Аристотель.

Отсюда же ведёт начало знаменитая **гармония сфер**. Раз небесные тела движутся по числовым законам, их движение должно звучать, как звучит струна. Почему же мы не слышим этой музыки? Потому что слышим её с рождения, и наше ухо к ней привыкло, как кузнец привыкает к гроху молота. Объяснение остроумное — и снова неопровержимое: любой неудачей наблюдения оно лишь подтверждается.

И всё же за мистикой проступает мысль, которая станет кардинальной для всего математического естествознания. Филолай формулирует её так: всё познаваемое имеет число, ибо без него невозможно ничего ни понять, ни познать. Другими словами, **точное знание возможно только там, где есть число и мера**. Через две тысячи лет Галилей скажет, что книга природы написана на языке математики, — и будет, сам того не сознавая, повторять пифагорейцев.

Трещина в квадрате: как доказать невозможное

Вернёмся к тайне Гиппаса. Чтобы понять, почему она была так опасна, придётся ненадолго стать математиками. Будьте спокойны: нам понадобится не больше, чем знал сам Гиппас.

Два отрезка называются **соизмеримыми**, если у них есть общая мера: такой маленький отрезочек, который укладывается целое число раз и в одном, и в другом. Отрезки длиной 15 и 21 сантиметр соизмеримы: их общая мера — 3 сантиметра, она уложится в первом пять раз, во втором семь. Отношение соизмеримых отрезков всегда можно выразить отношением двух целых чисел, в нашем примере 5 : 7. Пифагорейцы считали само собой разумеющимся, что так обстоит дело с любыми двумя отрезками. Нужно лишь взять достаточно маленькую меру. В конце концов, если всё состоит из монад-камешков, такой мерой всегда может служить сама монада.

И вот диагональ квадрата. По теореме Пифагора квадрат диагонали равен сумме квадратов двух сторон, то есть удвоенному квадрату стороны. Допустим, что диагональ и сторона соизмеримы. Тогда диагональ содержит общую меру m раз, а сторона — n раз. Мы всегда можем выбрать меру так, чтобы m и n не были оба чётными: если они чётные, просто возьмём меру вдвое крупнее. Далее рассуждение идёт в четыре шага.

Из теоремы Пифагора следует, что $m^2 = 2n^2$. Значит, m^2 — чётное число.

Но квадрат нечётного числа всегда нечётен. Значит, само m чётное, и его можно записать как $2k$.

Подставим: $(2k)^2 = 4k^2 = 2n^2$. Сократим на два: $n^2 = 2k^2$. Значит, и n^2 чётно, а стало быть, чётно и n .

Но мы выбрали меру так, чтобы m и n не были оба чётными. Получилось противоречие. Значит, исходное допущение ложно: общей меры нет.

Аристотель упоминает именно такой ход мысли как хрестоматийный пример доказательства: если допустить, что диагональ соизмерима со стороной, то нечётное окажется равным чётному. Заметьте горькую иронию: пифагорейцев побило их же собственное оружие. Деление чисел на чётные и нечётные было для них главной, почти священной характеристикой числа. Именно оно и показало, что число — не всё.

Теперь самое важное для философии науки. Посмотрите, **что именно** было доказано. Не что нам пока не удалось найти общую меру. А что её **не существует и не может существовать** — никогда, какую бы крошечную долю мы ни взяли. Никакое измерение не могло бы этого установить. Вавилонский вычислитель мог бы тысячу лет уточнять знаки корня из двух и так и не узнать, что их бесконечно много. А четыре строчки рассуждения дают знание о бесконечном множестве случаев, и дают его с абсолютной достоверностью. Разум впервые достал туда, куда в принципе не мог достать опыт.

В этом месте рождается идеал знания, который на два тысячелетия вперёд определит европейскую мысль: настоящее знание — это доказанное знание, необходимое и всеобщее. Платон сделает из него вывод, что истина постигается разумом, а не чувствами. Аристотель построит на нём теорию науки. А в XVIII веке Дэвид Юм спросит, может ли такая достоверность быть у знания о фактах, — и ответит: нет.

Какими были последствия открытия для самой математики? Первое — она **геометризировалась**. Раз не всякую величину можно выразить числом, греки стали изображать величины отрезками и прямоугольниками и выполнять с ними действия геометрически. Историки называют это «геометрической алгеброй». Именно поэтому греческая математика на столетия стала в первую очередь геометрией, а выражение «возвести в квадрат» до сих пор напоминает о квадрате как фигуре. Второе — понадобилась новая теория отношений, которая работала бы и с несоизмеримыми величинами. Её создал в IV веке до н. э. математик и астроном **Евдокс**

Книдский, и она вошла в пятую книгу «Начал» Евклида. Идеи Евдокса настолько опередили своё время, что в XIX веке Рихард Дедекинд, строя строгую теорию вещественных чисел, во многом повторил их ход.

Наконец, третье и, пожалуй, главное последствие. По мысли Гайденко, открытие несоизмеримости впервые заставило рождающуюся науку сознательно задуматься о своих предпосылках. До тех пор число, точка и фигура были понятиями самоочевидными. Камешек-монада был и единицей счёта, и точкой пространства, и крупницей вещества, и никто не спрашивал, как одно связано с другим. Теперь выяснилось, что отрезок нельзя сложить из конечного числа одинаковых «атомов» длины. Иначе любые два отрезка были бы соизмеримы. Значит, что такое непрерывная величина? Из чего она состоит — и состоит ли вообще из чего-нибудь? Вопрос о **континууме**, то есть о непрерывном, встал в полный рост. В следующей главе мы увидим, как Зенон из Элеи обратит его против самой возможности движения.

Возражения: мистика или наука?

У пифагорейской программы были критики уже в древности, а сегодня споры ведут ещё и историки. Рассмотрим три ключевых возражения.

Возражение первое: числа не вещи. Его выдвинул Аристотель, и оно бьёт в самое сердце учения. Если тела состоят из чисел, то откуда у них тяжесть и лёгкость? Единица ничего не весит, а сумма невесомых единиц не может получить вес. Пифагорейцы, по словам Аристотеля, не отделяют чисел от вещей, и в итоге у них получаются не то физические тела, не то арифметические абстракции. Стоит признать: критик прав. Пифагорейцы и не ставили вопроса о том, чем число само по себе отличается от посчитанных предметов. У них царила, как деликатно выражается Гайденко, «некоторая непрояснённость». Но именно вопрос Аристотеля — что такое математический объект и как он связан с физическим миром — стал одним из вечных вопросов философии. Почему формулы, написанные на бумаге, предсказывают поведение планет? Исчерпывающего ответа нет до сих пор.

Возражение второе: теория подгоняет факты под себя. Мы уже видели это на примере Антиземли. Пифагорейцы искали десятку везде — и находили, даже там, где её приходилось достраивать. Список противоположностей тоже не случайно состоит из десяти пар. А если наблюдения не сходились со схемой, страдали наблюдения. Здесь пифагорейская программа показывает свою тёмную сторону. Убежденность, что мир устроен математически, двигает поиск. Но убежденность, что он устроен именно по этой, заранее известной схеме, поиск останавливает. Граница между этими двумя убеждениями — ещё одна версия той самой демаркации, о которой шла речь во введении.

Возражение третье, историческое: был ли Пифагор математиком вообще? В XX веке немецкий историк Вальтер Буркерт в книге «Предание и наука раннего пифагорейства» доказывал: сам Пифагор был скорее религиозным учителем, чем-то вроде шамана. Настоящая математика появилась у пифагорейцев лишь поколения спустя, у Филолая и Архита, а славу математика основателю приписали задним числом платоники. Его оппонент, голландский математик и историк науки Бартель ван дер Варден, напротив, не видел ничего невозможного в том, чтобы музыкальные отношения открыл именно Пифагор. Спор не решён и, вероятно, не будет решён: слишком мало источников.

Позиция Гайденко в этом споре нам представляется самой глубокой. Она считает неправомерным разрывать «мистический» и «научный» пифагореизм. Учение о числе как божественном начале мира было не помехой, а посредником между восточной математикой-рецептурой и греческой математикой-системой. Именно потому, что число считалось священным, его свойства стали исследовать бескорыстно, ради них самих. Именно потому, что числу приписывали власть над вселенной, числовые соотношения стали искать в музыке и на небе.

Проследите здесь важную для философии науки мысль. В XX веке её чётко сформулирует Ганс Рейхенбах, различив **контекст открытия** и **контекст обоснования**. То, как учёный пришёл к идее, — одно. То, почему эта идея верна, — совсем другое. Пифагореец мог изучать чётные и нечётные числа, потому что считал первые женскими, а вторые мужскими. Но доказательство иррациональности корня из двух от этого не становится ни менее строгим, ни более женским. Происхождение идеи не определяет её истинности. И наоборот: никакие достоинства происхождения — древность, священность, авторитет учителя — не делают ложную идею истинной.

История сама расставила точки над «и». Вскоре после разгрома союза пифагорейцы раскололись на две ветви. **Акусматик**и соблюдали запреты и хранили слова учителя. **Математик**и занимались доказательствами. Каждая ветвь считала себя настоящими пифагорейцами. От акусматиков нам остался запрет на бобы. От математиков — вся европейская наука.

Два наследника: от Кеплера до «числа судьбы»

Пифагорейский союз исчез в IV веке до н. э. Но его идея — природа устроена математически — оказалась одной из самых плодотворных в истории человечества. И одной из самых злоупотребляемых.

Линия науки. Первым наследником стал Платон, и следующие главы покажут, как он превратил пифагорейскую интуицию в программу математического естествознания. Но самая поразительная фигура на этой линии — Иоганн Кеплер, тот самый составитель гороскопов из введения. В молодости он был убеждён, что расстояния между планетами заданы пятью правильными многогранниками, вложенными друг в друга. Эту теорию он опубликовал в 1596 году в книге «Тайна мироздания», и пифагорейцы аплодировали бы ей стоя. Теория была неверна. Но Кеплер отличался от пифагорейцев одним качеством: когда его прекрасные схемы расходились с наблюдениями Тихо Браге, он отказывался от схем, а не от наблюдений. Из-за расхождения в восемь угловых минут в орбите Марса он перестроил всю астрономию и заменил священный круг эллипсом. А свой третий закон, связывающий периоды обращения планет с размерами орбит, он открыл в 1618 году, ища — вы догадались — гармонию сфер. Книга, в которой он его опубликовал, называется «Гармония мира».

После Кеплера пифагорейская интуиция перестала быть мистической и стала рабочим методом. Галилей, Ньютон, Максвелл, Эйнштейн следовали ей. И всё же загадка осталась. В 1960 году физик, нобелевский лауреат Юджин Вигнер опубликовал статью с красноречивым названием «Непостижимая эффективность математики в естественных науках». Почему структуры, придуманные математиками из чистого любопытства, вдруг оказываются идеально подходящими для описания атомов и галактик? Ответа Вигнер не дал. А современный космолог Макс Тегмарк и вовсе вернулся к точке отсчёта, заявив, что вселенная не просто описывается математикой, а *является* математической структурой. Большинство физиков и философов относятся к этой гипотезе скептически, но сама её серьёзная дискуссия показывает, что спор, начатый в Кротоне, не закончен. Мы ещё вернёмся к нему в четвёртом томе.

Линия карикатуры. У пифагорейцев был и другой наследник, куда менее достойный. Современный нумеролог складывает цифры вашей даты рождения, пока не получится однозначное «число судьбы». Затем он сообщает, что семёрки склонны к философии, а восьмёрки — к бизнесу. Интернет полон советов о том, что означает, если вы видите на часах 11:11. А любители «золотого сечения» находят его в Парфеноне, в человеческом пупке и в логотипе известной корпорации, стоит лишь достаточно толсто нарисовать линии на фотографии.

Внешне это всё тот же пифагореизм: числа управляют миром. Но теперь вы знаете, что в пифагореизме было две нити, и нумерология унаследовала ровно ту, которая никуда не вела. У неё есть священные числа, но нет доказательств. Есть соответствия, но нет законов, которые можно измерить линейкой на монохорде. А главное — у неё нет своего Гиппаса. За двадцать пять веков нумерология не сделала ни одного открытия, которое заставило бы её пересмотреть свои основы. Она ничего не доказала — а значит, и опровергнуть её нечем. Пифагорейцы, добавившие Антиземлю, по крайней мере объясняли наблюдаемое небо. Нумеролог, вычисляющий вашу судьбу, не объясняет даже этого.

Отсюда первый урок демаркации, который можно извлечь из истории пифагорейцев. Науку от псевдонауки отличает не предмет и не исходная интуиция. И Кеплер, и нумеролог уверены, что мир устроен по числам. Разница в том, что каждый из них делает, когда числа расходятся с миром.

Итог и вопрос читателю

Подведём итог. В Египте и Вавилоне математика была набором надёжных рецептов. Священные числа жили отдельно, в заклинаниях. Пифагорейцы соединили эти два мира. Из религиозного почитания числа выросло бескорыстное исследование его свойств, а из исследования — три идеи, без которых нельзя представить себе науку.

Знание должно быть доказано. Не «так делали деды», а «иначе быть не может, и вот почему».

Природа устроена по числу и мере. Качество можно свести к количеству, как созвучие сводится к отношению длин струн.

Разум способен знать больше, чем видят глаза. Доказательство несоизмеримости говорит о бесконечном множестве случаев, которые никто никогда не проверит измерением.

Но пифагорейцы же показали и обратную сторону этих идей. Математическая картина мира слишком легко превращается в догму, которая достраивает невидимые Антиземли ради красивого числа. И самое важное открытие школы сделал человек, который, если верить легенде, заплатил за него жизнью. Открытие опровергло догму, а школа выбирала, что из них важнее.

Основная проблема главы формулируется так: как соотносятся математические построения и реальный мир? Математика описывает саму природу вещей — или это язык, который мы накладываем на мир, и не всегда удачно? Пифагорейцы отвечали без колебаний: мир *есть* число. Но их же собственное открытие показало, что даже в простейшей фигуре есть что-то, что не вмещается в их числа.

Вопрос читателю. Астрономы вводят «тёмную материю»: её никто не видел, зато она спасает теорию тяготения от расхождения с наблюдениями за вращением галактик. Пифагорейцы ввели Антиземлю: её тоже никто не видел, зато она спасала священную десятку. **Чем одно невидимое тело отличается от другого? И если вы считаете, что отличается, — попробуйте сформулировать, чем именно.**



Глава 2. Скандал бесконечности. Парменид, Зенон и атомисты

Движенья нет, сказал мудрец брадатый

Античная традиция сохранила анекдот, который пересказывают в разных версиях. Перед философом-киником Диогеном кто-то излагал доводы Зенона Элейского о том, что движения не существует. Диоген ничего не возразил. Он просто встал и прошёлся туда и обратно. Пушкин переложил эту историю стихами: «Движенья нет, сказал мудрец брадатый. Другой смолчал и стал пред ним ходить».

Но у анекдота есть продолжение, которое цитируют реже. Гегель в лекциях по истории философии пересказывает его так. Когда один из учеников Диогена остался доволен таким опровержением, философ побил его палкой. Раз спор велся доводами, то и отвечать следовало доводами, а не прогулкой. Заслуживал ли ученик палки, вопрос педагогический. Философски же Диоген был прав.

Зенон, разумеется, прекрасно знал, что люди ходят, стрелы летят, а быстроногий Ахиллес догоняет черепаху в пару прыжков. Он утверждал другое: движение **нельзя помыслить без противоречия**. А если что-то нельзя помыслить без противоречия, то наши глаза нас обманывают. Прогулка Диогена показывает лишь то, что чувства сообщают нам о движении. А этого Зенон не отрицал.

Итак, перед нами столкновение двух источников знания — чувств и разума. И первые философы, которые последовательно встали на сторону разума, пришли к выводу, что мир, который мы видим, — иллюзия. В этой главе речь пойдёт о том, как из этого, на первый взгляд безумного, вывода родилась одна из самых успешных научных теорий в истории — атомизм.

Парменид: бытие есть, небытия нет

Учитель Зенона, **Парменид** из Элеи, жил на рубеже VI и V веков до н. э. в той же Южной Италии, где действовали пифагорейцы. От его поэмы «О природе» сохранились отрывки, и начинается она совсем не по-философски. Юношу везут на колеснице дочери Солнца, перед ним открываются врата Дня и Ночи, и богиня обещает поведать ему истину. Рамка целиком мифологическая. Но то, что говорит богиня, — это первое в истории последовательное логическое доказательство утверждения о том, как устроена реальность. Пифагорейцы доказывали теоремы о фигурах. Парменид взялся доказывать теорему о вселенной.

Ход его мысли настолько прост, что в это трудно поверить. Путей исследования, говорит богиня, всего два: «есть» и «не есть». Второй путь закрыт: о том, чего нет, нельзя ни помыслить, ни сказать, ведь мысль всегда есть мысль *о чём-то*. Отсюда знаменитая формула Парменида: мыслить и быть — одно и то же. А дальше из единственной посылки «небытия нет» вытекают поразительные следствия.

Бытие не возникает и не гибнет. Возникнуть оно могло бы только из небытия, а его нет. Исчезнуть оно могло бы только в небытие — по той же причине некуда.

Бытие едино и непрерывно. Чтобы одна вещь отделялась от другой, между ними должно быть что-то, что не есть бытие, то есть пустота. А пустота — это небытие.

Бытие неподвижно. Двигаться — значит переходить туда, где тебя не было. Но места, где нет бытия, не существует.

Бытие совершенно и закончено, подобно «массе правильного шара».

А как же тогда мир, полный возникновения, гибели, движения и разнообразия? Это, отвечает Парменид, **путь мнения** — то, что сообщают нам обманчивые чувства. Истина же доступна только разуму. Богиня прямо призывает юношу судить не глазами и не ушами, а разумом, и не давать привычке сбить себя с пути.

Сегодня это звучит как последнее, что может посоветовать философ науки: не верь наблюдению, верь чистому рассуждению. Но не спешите смеяться. Парменид сделал нечто исключительно важное для будущей науки. Во-первых, он показал, что мир за явлениями может разительно отличаться от того, что мы видим. Для науки, утверждающей, что твёрдый стол почти целиком состоит из пустоты, а Земля несётся вокруг Солнца со скоростью тридцать километров в секунду, это бесценная идея. Во-вторых, его тезис «ничто не возникает из ничего и не исчезает бесследно» стал далёким предком законов сохранения — массы, энергии, заряда. В-третьих, он предъявил любой будущей теории жёсткое требование: она должна быть свободна от противоречий.

Но цена оказалась чрезмерной. Если разум и чувства противоречат друг другу во всём, то изучать природу бессмысленно: всё, что мы в ней наблюдаем, — всего лишь мнение. Вся греческая философия после Парменида — это по сути попытки найти выход из ловушки, которую он построил: как сохранить строгость логики — и при этом не отказаться от мира, в котором вещи движутся и меняются?

Зенон: адвокат неподвижности

Как и любого смелого мыслителя, Парменида высмеивали. Защищать учителя взялся его ученик **Зенон** (около 490–430 годов до н. э.). В диалоге Платона «Парменид» Зенон сам объясняет свою тактику. Он не стал доказывать тезисы Парменида напрямую. Он показал, что из предположений противников — вещей много и они движутся — следуют нелепости похлеще тех, в которых обвиняют Парменида. Это тот самый приём «от противного», которым доказали несоизмеримость диагонали. Аристотель назовёт Зенона изобретателем диалектики — искусства рассуждать, исходя из положений собеседника.

Рассуждения Зенона называют **апориями**, от греческого «безвыходность, затруднение». Их было несколько десятков, но знаменитыми стали четыре апории о движении. Их пересказал Аристотель в «Физике», с честным признанием, что они «доставляют большие затруднения тем, кто хочет их разрешить».

Дихотомия («деление надвое»). Чтобы пройти от двери до окна, надо сначала пройти половину пути. Чтобы пройти половину, надо сначала пройти четверть. Чтобы пройти четверть, надо пройти восьмую, и так до бесконечности. Получается, что движение не может даже начаться: для первого шага нужно совершить бесконечное число шагов, а самого первого среди них нет.

Ахиллес и черепаха. Черепаха стартует на сто шагов впереди. Пока Ахиллес пробежит эти сто шагов, черепаха проползёт ещё немного. Пока он пробежит это «немного», она проползёт ещё чуть-чуть. Каждый раз, когда Ахиллес достигает места, где была черепаха, она уже чуть дальше. Догнать её невозможно. Апория устроена так же, как дихотомия, только бесконечная последовательность направлена не в прошлое, а в будущее.

Стрела. В каждый момент летящая стрела занимает место, равное ей самой. Занимать место, равное себе, — значит покоиться. Значит, в каждый момент стрела покоится. А время полёта состоит из моментов. Сумма состояний покоя даёт покой, и летящая стрела неподвижна.

Стадион. Самая запутанная и недооценённая апория. Представим три ряда одинаковых брусков на беговой дорожке. Один стоит на месте, два других с одинаковой скоростью движутся навстречу друг другу. За то время, пока брусок движущегося ряда проходит мимо одного неподвижного бруска, он проходит мимо двух брусков встречного ряда. Если бруски — это неделимые единицы пространства, а прохождение одной единицы занимает неделимый момент времени, то один и тот же момент оказывается равен двум моментам. Неделимое пришлось бы разделить.

Есть у Зенона и апория, направленная против множественности вещей. Если вещей много, то каждая состоит из частей. Если части не имеют величины, то и сложенная из них вещь не имеет величины: сколько нулей ни складывай, будет ноль. Если же части имеют хоть какую-то величину, то их можно делить дальше до бесконечности, и вещь, сложенная из бесконечного числа величин, окажется бесконечно большой. Итак, если вещей много, они одновременно бесконечно малы и бесконечно велики.

Что на самом деле доказал Зенон

Апории часто пересказывают как набор остроумных головоломок. Но если посмотреть внимательнее, они складываются в строгую ловушку из двух частей. Это и есть главное достижение Зенона.

Представьте отрезок пути или промежуток времени. Из чего он состоит? Вариантов всего два.

Первый вариант: отрезок делится до бесконечности. В нём нет наименьших частей, любую часть можно разделить снова. Тогда в дело вступают Дихотомия и Ахиллес: чтобы пройти отрезок, надо пройти бесконечное множество частей одну за другой. Завершить бесконечное невозможно — на то оно и бесконечное.

Второй вариант: отрезок состоит из неделимых единиц. Пространство сложено из неделимых «мест», время — из неделимых «теперь», как пифагорейская фигура сложена из камешков. Тогда в дело вступают Стрела и Стадион. В неделимый момент стрела не может двигаться, иначе момент пришлось бы разделить на «до» и «после». А при встречном движении неделимый момент оказывается вдвое больше самого себя.

Итак, как бы мы ни мыслили пространство и время, движение в них приводит к противоречию. Это не четыре случайных парадокса, а **дилемма**: выбор между двумя исчерпывающими вариантами, каждый из которых ведёт к нелепости.

Заметьте, кого бьёт вторая часть дилеммы. Пифагорейская монада была одновременно единицей счёта и точкой пространства, камешком некоего размера. Зенон показал, что такая единица невозможна. Если она неделима, у неё нет величины, и из таких точек нельзя сложить отрезок. Если она имеет величину, она делима. Вместе с открытием несоизмеримости это был второй удар по наивному пифагорейскому миру из камешков.

Итог можно сформулировать так: элейцы впервые поставили перед наукой один из важнейших методологических вопросов, актуальный и по сей день. **Как следует мыслить континуум — как дискретный или как непрерывный?** Состоит ли мир из неделимых кирпичиков или он единое целое, части которого сами по себе не существуют? От того, как отвечаешь на этот вопрос, зависит всё остальное: как измерять, как описывать движение, что считать сущностью вещей. Разные ответы дадут начало разным **научным программам**, которые будут соперничать две тысячи лет.

Здесь впервые встречается понятие, которое станет ключевым для философии науки XX века, и стоит его пояснить. **Научная программа** — это не отдельная теория, а набор исходных убеждений о том, из чего состоит мир и как его правильно изучать. Эти убеждения сами не проверяются напрямую, но из них вырастают конкретные теории, которые проверять уже можно. В третьем томе мы увидим, как Имре Лакатос построит на этой идее целую методологию. А пока посмотрим, как родилась первая из них.

Атомы и пустота: как разрезать бытие

Из ловушки элеатов нашли выход два мыслителя, чьи имена обычно произносят вместе. О первом, **Левкиппе**, мы почти ничего не знаем: он жил в V веке до н. э., возможно, слушал Зенона и основал школу в фракийском городе Абдеры. Второй, его ученик **Демокрит** (около 460–370 годов до н. э.), был одним из самых плодовитых авторов античности. Диоген Лаэртский перечисляет около семидесяти его сочинений — по физике, математике, этике, музыке, медицине. Ни одно целиком не сохранилось. В предании Демокрит остался «смеющимся философом», которого забавляла человеческая суета.

Ход атомистов был великолепен своей простотой. Они приняли почти всё, что сказал Парменид, кроме одного пункта. Парменид утверждал, что небытия нет. Атомисты заявили: небытие есть, и это **пустота**. По знаменитой формуле Демокрита, «нечто» существует ничуть не больше, чем «ничто». Стоило допустить пустоту — и парменидовское бытие распалось на бесчисленное множество крошечных кусочков, разделённых пустым пространством.

Каждый такой кусочек сохраняет все свойства парменидовского бытия. Он не возникает и не гибнет, не меняется изнутри, целиком заполнен и потому **неделим**. По-гречески «неразрезаемый» — *атомос*. Неделим он не потому, что твёрд, а потому, что внутри него нет пустоты, по которой можно было бы разрезать. Атомы вечно движутся в бесконечной пустоте, сталкиваются, сцепляются и расцепляются. Из их сочетаний и складывается всё, что мы видим.

Различаются атомы только формой и величиной, а их сочетания — ещё порядком и положением. Аристотель поясняет это через буквы. «А» отличается от «Н» формой. Слоги «АН» и «НА» состоят из одних и тех же букв и отличаются порядком. А греческие буквы «зета» и «ню» — это один и тот же знак, повернутый на девяносто градусов. Мир подобен тексту, написанному конечным алфавитом: бесконечное разнообразие слов из ограниченного набора знаков. За две с половиной тысячи лет до таблицы Менделеева и генетического кода это сравнение выглядит почти пророческим.

Как это отвечает на дилемму Зенона? Атомисты выбрали второй рог дилеммы — неделимые единицы, но с важной поправкой. Их атом — не математическая точка и не пифагорейская монада, а **физическое тело**. У него есть форма и размер, а значит, мысленно его можно разделить на левую и правую половину. Но физически разделить его нельзя. Историк античного атомизма Дэвид Фёрли называет это различием теоретической и физической делимости. Бесконечное деление в природе останавливается на атоме. А раз так, Дихотомия и Ахиллес теряют силу: в мире нет бесконечного числа шагов.

И ещё одно утверждение атомистов, без которого не было бы науки. От Левкиппа дошла всего одна фраза, но зато какая: «Ни одна вещь не возникает попусту, но всё возникает из основания и в силу необходимости». Это первая известная нам формулировка принципа **причинности**: у всего, что происходит, есть причина, и эта причина — не воля богов и не цель, а движение и столкновение тел. Демокриту приписывают и ещё более сильное высказывание: он предпочёл бы найти одно причинное объяснение, чем получить персидское царство.

Первая научная программа

Атомизм не просто решал философскую головоломку. Он предлагал способ объяснять мир, и этот способ поразительно похож на то, как работает наука Нового времени. У этой программы четыре черты.

Она физическая. Её цель — объяснить явления природы, а не постичь числовую гармонию или спасти душу.

Она механическая. Любое изменение сводится к движению атомов, их соединению и разъединению. Атомы огня шарообразны и потому подвижны. Атомы твёрдых тел снабжены крючками и зацепами, которыми сцепляются друг с другом.

Объясняющее отделено от объясняемого. Атомов никто не видел, их можно только мыслить. Невидимое объясняет видимое.

Модель наглядна. Атомы невидимы только из-за малости, но их легко представить: это крошечные тела, которые движутся и сталкиваются, как бильярдные шары.

Третья черта заслуживает особого внимания. Если мир состоит из атомов, у которых есть только форма, величина и движение, то откуда берутся цвет, вкус, запах и тепло? Демокрит отвечает фразой, которая две тысячи лет спустя станет девизом научной революции: «Лишь в общепринятом мнении существует сладкое, в мнении — горькое, в мнении — тёплое, в мнении — холодное, в мнении — цвет. В действительности же — атомы и пустота». Галилей и Локк потом назовут это различием **первичных** и **вторичных качеств**. Первичные — форма, размер, движение — принадлежат самим вещам. Вторичные — цвет, вкус, запах — возникают лишь в встрече вещей с нашими органами чувств.

Но Демокрит понимал, что такой ход мысли опасен. В другом фрагменте он даёт слово самим чувствам, и те обращаются к разуму: «Жалкий разум! От нас же взяв доказательства, ты нас же и ниспровергаешь? Наша победа — твоё падение». Ведь в атомы мы верим в конечном счёте потому, что они объясняют то, что мы видим и чувствуем. Если чувства целиком лгут, рассуждение об атомах лишается опоры. Замечательно, что Демокрит сам сформулировал сильнейшее возражение против самого себя. В этом диалоге разума и чувств уже содержится весь будущий спор рационалистов и эмпириков, которому мы посвятим последние главы книги. А в XX веке он возродится как спор о том, существуют ли на самом деле ненаблюдаемые теоретические объекты.

Демокрит пытался приложить свой подход и к математике. Плутарх сохранил его задачу про конус. Разрежем конус плоскостью, параллельной основанию. Равны ли два соседних сечения? Если неравны, то поверхность конуса ступенчатая, как лестница. Если равны, то конус оказывается цилиндром. Зенон бы одобрил. Математика атомистов с конечным числом неделимых слоёв оказалась непригодна для строгих доказательств: в ней нельзя даже разделить отрезок пополам. Зато она оказалась удивительно плодотворной как способ *находить* ответы. Архимед спустя два века писал, что теореме об объёме конуса — треть объёма цилиндра — строго доказал Евдокс. Но «немалую долю заслуги» Архимед отдаёт Демокриту, который первым высказал это положение, хоть и без доказательства.

Перед нами снова различие контекста открытия и контекста обоснования, только сформулированное уже в античности. Архимед прямо говорит: механический метод даёт предварительное представление об ответе, но ещё не является доказательством. Атомизм в математике подсказывает, что искать. Доказательство показывает, что найдено именно то.

Возражения и судьба: две тысячи лет без доказательств

У атомизма нашёлся грозный противник — Аристотель. О его собственной программе мы поговорим в четвёртой главе, а пока отметим два его главных аргумента.

Первый — против пустоты. По физике Аристотеля, скорость тела тем больше, чем меньше сопротивление среды. В пустоте сопротивления нет совсем, и тело двигалось бы с бесконечной скоростью, а это нелепо. Кроме того, в пустоте все направления равноценны, и у тела не было бы причины остановиться или свернуть. Ирония в том, что второй довод почти дословно формулирует закон инерции. Аристотель считал его опровержением абсурдом. Галилей и Ньютон примут этот «абсурд» за основу механики.

Второй — решение апорий без атомов. Аристотель предложил различать бесконечность **актуальную**, то есть существующую целиком, и **потенциальную**, то есть лишь возможную. Отрезок можно делить сколько угодно, но он не *разделён* на бесконечное число частей. Ахиллес бежит не через бесконечное множество точек, а просто по непрерывной дорожке. Точки появляются на ней лишь тогда, когда мы их отмечаем. Решение изящное, и на два тысячелетия оно стало господствующим. Греческая математика с тех пор старательно избегала актуальной бесконечности. Евдокс находил площади и объёмы «методом исчерпания» — цепочкой конечных приближений, ни разу не произнося слова «бесконечно малое».

А атомизм ушёл в тень. Его сохранили Эпикур и римский поэт Лукреций, чья поэма «О природе вещей» чудом пережила Средние века. Но у атомизма была дурная слава: мир из слепо сталкивающихся частиц, без цели и замысла, плохо уживался сначала с философией Платона и Аристотеля, а потом с христианской теологией. Возродится он только в XVII веке, у Гассенди и Бойля.

И здесь нас ждёт один из самых поучительных сюжетов в истории науки. Больше двух тысяч лет атомы оставались чистой гипотезой. Их никто не видел, и никакого способа их увидеть не было. В начале XIX века Джон Дальтон показал, что атомная гипотеза объясняет простые весовые отношения в химических реакциях. Но и тогда многие серьёзные учёные считали атомы удобной фикцией. Физик и философ Эрнст Мах ещё в начале XX века на лекциях оборачивал вопрос об их существовании встречным: «А вы их видели?» Спор решился лишь после того, как Эйнштейн в 1905 году объяснил броуновское движение ударами молекул, а Жан Перрен в 1908 году подтвердил это точными измерениями. Химик Вильгельм Оствальд, один из самых упорных противников атомистики, честно признал себя побеждённым.

Для философии науки эта история — настоящая головоломка. Был ли атомизм Демокрита наукой? Проверить его в IV веке до н. э. было невозможно. По строгим критериям, которые мы встретим в следующих томах, это была скорее метафизика. Но эта метафизика оказалась верной и дала столько плодотворных идей, что из неё выросли химия и физика. Карл Поппер придумает для таких случаев особое понятие — **метафизическая исследовательская программа**. Так называется непроверяемая идея, которая направляет поиск и порождает проверяемые теории. А история с Махом напоминает о том, что чрезмерная осторожность тоже бывает ошибкой. Философ, который изгоняет из науки всё ненаблюдаемое, вместе с мистикой рискует выкинуть и атомы.

Ну а сами апории? Сегодня их обычно считают решёнными математически. В XIX веке Коши и Вейерштрасс строго определили понятие предела. Бесконечная сумма $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots$ оказалась равна ровно единице, и Ахиллес настигает черепаху в вполне определённой точке. Георг Кантор построил теорию множеств и вернул в математику актуальную бесконечность, изгнанную Аристотелем. Однако философы до сих пор спорят, всё ли здесь сказано. Математика показывает, что сумма конечна. Но как именно физическое тело «завершает» бесконечную последовательность шагов? И непрерывно ли пространство само по себе, или непре-

рывность — свойство наших моделей? Гегель ещё в начале XIX века считал, что зеноновская диалектика «ещё и поныне не опровергнута». Историк математики Дирк Стройк сказал осторожнее: апории вызвали такое волнение, что и сейчас можно наблюдать некоторую рябь.

Итог и вопрос читателю

Подведём итог. Парменид первым попытался строго доказать, как устроена реальность, и пришёл к выводу, что движение и множественность — иллюзия. Зенон показал, что любая попытка помыслить движение упирается в дилемму: либо бесконечная делимость, либо неделимые единицы, и то и другое ведёт к противоречию. Атомисты нашли выход: они признали существование пустоты и разделили бытие на неделимые физические тела. Так родилась первая научная программа: невидимые частицы, подчинённые необходимости, объясняют всё разнообразие видимого мира.

Из этого сюжета философия науки унаследовала три вечные проблемы.

Разум или чувства? Что делать, когда строгое рассуждение противоречит наблюдению? Парменид выбирал разум, Диоген — ноги. Наука научится слушать обоих.

Непрерывное или дискретное? От ответа зависит, какие методы и какие программы исследования возможны.

Существует ли ненаблюдаемое? Атомы Демокрита были первыми теоретическими объектами, про которые можно было спросить: они реальны или просто удобны?

Основная проблема главы, если свести её к одной фразе, такова: можно ли доверять теории, которая объясняет видимое через невидимое, — и что именно даёт нам право на это доверие?

Вопрос читателю. Демокрит утверждал, что мир состоит из невидимых атомов, и оказался прав — но узнали мы об этом через две с половиной тысячи лет. Современный эзотерик утверждает, что мир пронизан невидимыми «энергетическими полями», и тоже просит подождать, пока наука дорастёт до их открытия. **Что отличает позицию Демокрита от позиции эзотерика — если оценивать их из IV века до н. э., а не с высоты нынешнего знания?**



Глава 3. Платон: мир идей и математическая программа

Да не войдёт не геометр

Около 387 года до н. э. Платон основал в роще героя Академа под Афинами школу, которая просуществовала в том или ином виде почти три века. Именно ей мы обязаны словом «академия». И всякий, кто читал о Платоне хотя бы популярную статью, знает, что над входом в Академию висела надпись: «Да не войдёт сюда не знающий геометрии».

Разочаруем читателя: первые упоминания об этой надписи появляются у комментаторов VI века нашей эры. Это за семьсот с лишним лет после Платона и после того, как Академия давно прекратила существование. Скорее всего, надпись — такая же легенда, как утонувший Гиппас или сто быков Пифагора. Но, как и те легенды, она точно ухватывает суть. Диоген Лаэртский рассказывает, что ученик Платона Ксенократ, впоследствии глава Академии, отказал человеку, не знавшему ни музыки, ни геометрии, ни астрономии: «Иди, у тебя нечем ухватиться за философию». Среди людей, работавших в Академии или рядом с ней, были крупнейшие математики эпохи: Теэтет, построивший теорию правильных многогранников, и Евдокс, создатель теории отношений. С пифагорейцем Архитом Платон был дружен.

Странная картина, если вдуматься. Платон не был математиком и не оставил ни одной теоремы. Он был учеником Сократа, который интересовался справедливостью и добродетелью, а не треугольниками. Да и писал Платон диалоги — литературные произведения с персонажами, шутками и мифами. И всё же именно он сделал математику образцом истинного знания и входным билетом в философию. Почему философ, думавший о справедливости, поставил на входе геометрию?

Человек — мера всех вещей? Проблема Платона

Чтобы понять Платона, нужно знать, с кем он спорил. В V веке до н. э. по греческим городам разъезжали **софисты** — платные учителя красноречия и мудрости. В демократических Афинах, где всё решалось в спорах на собраниях и в суде, их услуги стоили дорого. Самый знаменитый из них, Протагор, сформулировал тезис, который и сегодня звучит на удивление современно: «Человек есть мера всех вещей».

Пример, который приводит сам Платон, прост. Дует ветер. Одному человеку холодно, другому тепло. Так каков ветер на самом деле? Протагор отвечает: никаков. Для первого он холодный, для второго тёплый, и оба правы. А затем то же самое переносится на прекрасное и безобразное, справедливое и несправедливое, истинное и ложное. Другие софисты шли дальше. Справедливость, утверждает Фрасимах в «Государстве», есть всего лишь выгода сильнейшего.

Итак, если знание — это то, что мне кажется, то знание у каждого своё. Спор об истине тогда бессмысленен, остаётся лишь искусство убедить собеседника. Эта позиция называется **релятивизмом** (от латинского *relativus* — относительный), и читатель ещё встретит её в последних томах нашей серии. Сегодня она живёт в формулах вроде «у каждого своя правда» и «наука — лишь одно из мнений», а её самые верные поклонники — продавцы чудо-средств, которым нечего предьявить, кроме уверенности в себе.

Учитель Платона Сократ боролся с релятивизмом на свой лад. Он приставал к согражданам с вопросами: что такое мужество, что такое справедливость, что такое прекрасное? Собеседники приводили примеры, а Сократ настаивал: мне нужен не пример, а то общее, что есть во всех примерах. Обычно разговор заканчивался ничем: никто, включая Сократа, не мог дать определения. В 399 году афиняне, уставшие от его вопросов, приговорили его к смерти.

Платон унаследовал вопрос учителя и перевёл его в другую плоскость. Не «что такое справедливость?», а **«как вообще возможно знание?»** Если всё, что мы воспринимаем, изменчиво и относительно, то что же мы можем знать наверняка? Ответ подсказала геометрия. Треугольник, начерченный на песке, кривой, и сумма его углов в точности не равна двум прямым. А теорема о сумме углов треугольника верна абсолютно, для всех и навсегда, и никакой Протагор не возразит: «Для тебя два прямых, а для меня три». Значит, есть такое знание, которое не зависит от мнения. Остаётся понять, о чём оно.

Здесь Платон вводит различие, без которого нельзя представить себе философию науки: **знание** (по-гречески *эпистеме*) и **мнение** (*докса*). Мнение может быть истинным или ложным, но даже истинное мнение — ещё не знание. В диалоге «Теэтет» обсуждается определение: знание — это истинное мнение с обоснованием. Человек, который угадал правильный ответ, не знает его. Знает тот, кто может объяснить, почему ответ верен. Сам Платон в конце диалога и этим определением недоволен. А в 1963 году американский философ Эдмунд Геттиер опубликовал статью на три страницы, в которой показал, что и обоснованное истинное мнение иногда знанием не является. Философы спорят об этой статье до сих пор. Так что недовольство Платона было вполне обоснованным.

Мир идей: что знает геометр

Если теорема говорит не о кривом треугольнике на песке, то о чём же? О треугольнике как таковом, отвечает Платон, об **идее** треугольника. Идея в его понимании — не мысль в голове, а вечный, неизменный образец, которому все видимые треугольники лишь приближённо подражают. То же самое относится к справедливости, прекрасному, равенству. Справедливые поступки людей несовершенны и спорны, а идея справедливости совершенна и неизменна. Идеи существуют на самом деле, даже более настоящим образом, чем вещи. Именно они и есть предмет знания. А вещи, вечно текущие и несовершенные, — предмет мнения.

Но как мы познаём идеи, если их нельзя увидеть? Ответ Платон даёт в одной из самых знаменитых сцен античной литературы. В диалоге «Менон» Сократ подзывает мальчика-раба, который никогда не учился геометрии, и чертит на песке квадрат со стороной в два фута. Его площадь — четыре квадратных фута. Как построить квадрат вдвое большей площади? Мальчик уверенно отвечает: надо удвоить сторону. Сократ чертит — выходит шестнадцать, вчетверо больше. Тогда сторона в три фута? Выходит девять, тоже не восемь. Мальчик в тупике, и Сократ замечает, что это хорошо: теперь он хотя бы знает, что не знает. Затем Сократ проводит диагональ, и наводящими вопросами мальчик сам приходит к ответу: квадрат, построенный на диагонали, вдвое больше исходного.

Заметьте, на каком примере Платон показывает силу разума. Сторона нового квадрата — та самая диагональ, длину которой нельзя выразить никаким числом. Мальчик не может её измерить, но может её *построить* и точно знает, что квадрат на ней равен восьми. Там, где пифагорейская арифметика споткнулась, геометрия прошла.

Сам Платон делает из этой сцены вывод, который сегодня звучит странно. Раз мальчика никто не учил, а он нашёл истину, значит, он её **вспомнил**. Душа бессмертна, до рождения она созерцала идеи, а познание — это припоминание забытого. Нас тут интересует не столько миф о переселении душ, сколько задача, которую он решает. Платон заметил факт, над которым философы будут думать две тысячи лет: есть знание, которое не берётся из опыта. Никакое число нарисованных квадратов не даст уверенности, что так будет с любым квадратом. А рассуждение даёт. В XVII веке Декарт назовёт такое знание врождёнными идеями, в XVIII веке Кант — априорным.

Где же место математики в этой картине? В «Государстве» Платон строит наглядную схему — **разделённую линию**. Всё существующее выстраивается по ступеням, от менее настоящего к более настоящему.

Тени и отражения вещей. О них бывают лишь смутные догадки.

Сами вещи — животные, растения, изделия. О них бывает вера или мнение.

Математические объекты. Их постигает рассудок, опираясь на чертежи и исходные допущения.

Идеи. Их постигает чистый разум без всяких чертежей, восходя к первоначалу, которое уже ни на что не опирается.

Математика, таким образом, — предпоследняя ступень лестницы. У неё есть два недостатка. Она пользуется видимыми чертежами, хотя рассуждает о невидимом. И она принимает свои исходные положения без обоснования, как данность. Выше неё стоит только философия — **диалектика**, которая проверяет сами начала. Знаменитая аллегория пещеры, в которой люди принимают тени на стене за настоящие вещи, изображает именно этот путь. От теней к вещам, от вещей к математическим формам, от форм к солнцу истины.

Отсюда и программа образования, которую Платон предлагает для будущих правителей своего идеального государства: арифметика, геометрия, стереометрия, астрономия, гармоника и лишь затем диалектика. Через средневековые школы четыре математические науки этого

списка дошли до европейских университетов как «квадривиум» — арифметика, геометрия, астрономия и музыка.

«Тимей»: мир из треугольников

Если истинное знание возможно только об идеях, то наука о природе вроде бы невозможна. Но в одном из поздних диалогов, «Тимее», Платон всё же предлагает целую картину мира. Строит её с особой оговоркой. О природе, которая всегда меняется, точного знания быть не может, поэтому всё сказанное дальше — лишь **«правдоподобное сказание»**. Запомним эту оговорку. Платон, сам того не зная, первым признал, что естественная наука даёт не достоверное, а вероятное знание.

История такова. Божественный мастер, **демиург**, создаёт космос, глядя на вечный образец — мир идей. Материалом ему служит неоформленное пространство, «восприимчив» всего, что возникает. И чтобы внести порядок в хаос, демиург придаёт ему образы и числа. Самая смелая часть этого замысла — учение об элементах.

Греки считали, что все тела состоят из четырёх стихий: огня, воздуха, воды и земли. Но что такое сами стихии? Платон отвечает: мелчайшие частицы каждой из них имеют форму правильных многогранников. Незадолго до этого Теэтет доказал, что правильных многогранников существует ровно пять, и Платон нашёл каждому применение.

Огонь — тетраэдр, самая острая и лёгкая фигура. Оттого огонь и жжёт: он режет тела своими острями.

Воздух — октаэдр.

Вода — икосаэдр, самый округлый и подвижный из трёх.

Земля — куб, самая устойчивая фигура.

Пятый многогранник, **додекаэдр**, демиург использовал для вселенной в целом.

Но и это не последний уровень. Грани многогранников сложены из двух видов прямоугольных треугольников: равнобедренного и половины равностороннего. Из первых складываются квадратные грани куба, из вторых — треугольные грани остальных трёх тел. Отсюда следует поразительный вывод. Огонь, воздух и вода могут превращаться друг в друга: их частицы распадаются на треугольники и собираются заново. Платон даже подсчитывает баланс. У икосаэдра двадцать граней, у тетраэдра четыре, у октаэдра восемь. Значит, одна частица воды может превратиться в одну частицу огня и две частицы воздуха: $20 = 4 + 8 + 8$. А земля, сложенная из других треугольников, в другие стихии не превращается никогда.

Перед нами настоящая химическая реакция, записанная с соблюдением баланса — за две тысячи лет до Лавуазье. Конечно, она фантастична. Но посмотрите на сам тип объяснения. Свойства вещества выводятся из структуры его частиц, а структура частиц задана математически. В этом Платон радикально расходится с Демокритом. У атомистов формы атомов бесчисленны и случайны — крючки, якоря, зацепы. У Платона их ровно столько, сколько допускает геометрия, и каждая совершенна. Мир Демокрита — куча камней. Мир Платона — архитектурный проект.

Конец ознакомительного фрагмента.

Текст предоставлен ООО «Литрес».

Прочитайте эту книгу целиком, [купив полную легальную версию](#) на Литрес.

Безопасно оплатить книгу можно банковской картой Visa, MasterCard, Maestro, со счета мобильного телефона, с платежного терминала, в салоне МТС или Связной, через PayPal, WebMoney, Яндекс.Деньги, QIWI Кошелек, бонусными картами или другим удобным Вам способом.