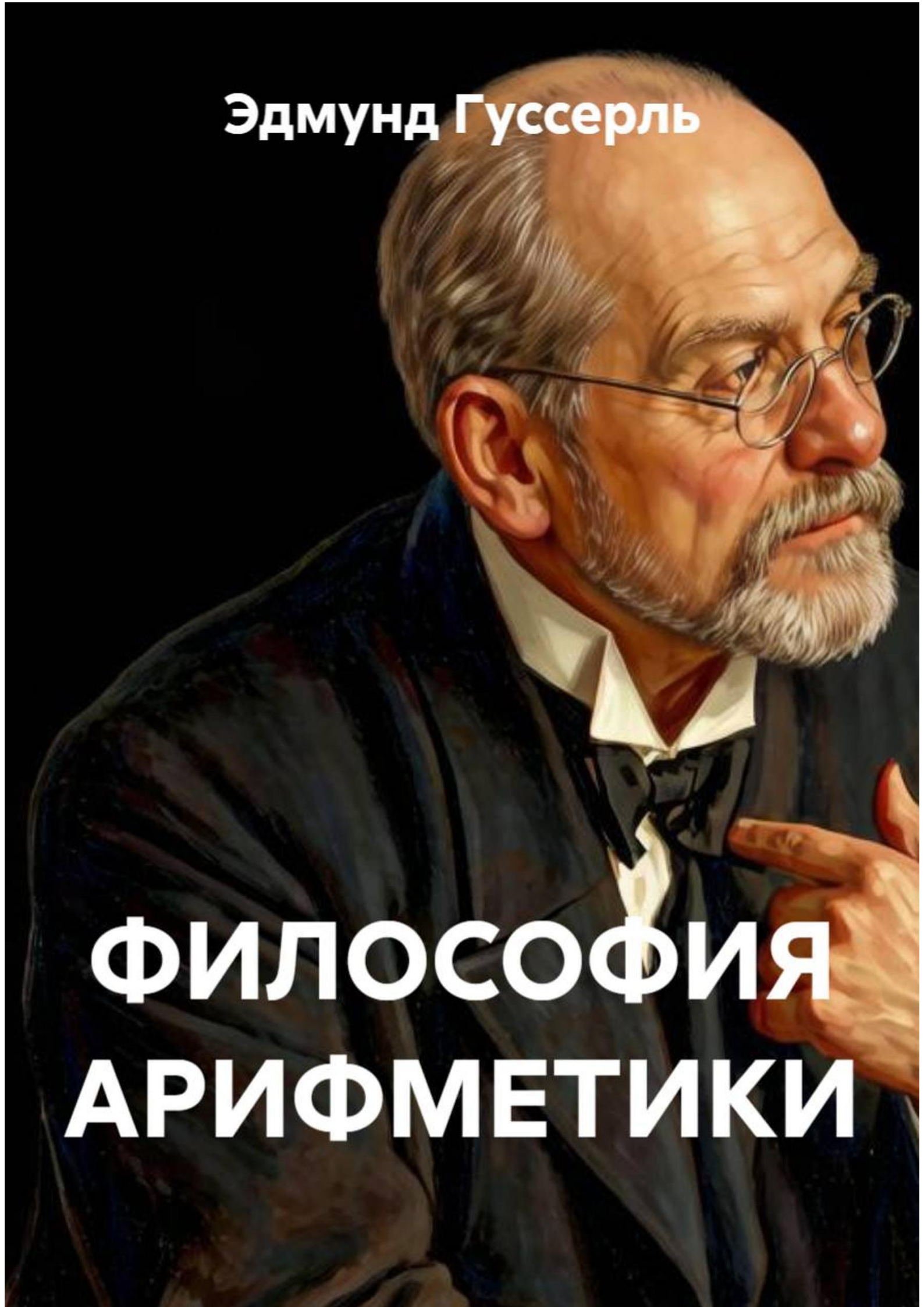
Эдмунд Гуссерль



ФИЛОСОФИЯ АРИФМЕТИКИ

Эдмунд Гуссерль

ФИЛОСОФИЯ АРИФМЕТИКИ

«Автор»
2026

Гуссерль Э.

ФИЛОСОФИЯ АРИФМЕТИКИ / Э. Гуссерль — «Автор», 2026

Настоящее издание представляет собой перевод «Философии арифметики» Э. Гуссерля (Галле, 1891) — первого крупного труда философа, чья репутация сложилась преимущественно под влиянием уничтожающей рецензии Фреге, а не собственного содержания. Перевод выполнен по самому раннему изданию, но сверен по последним. Книга реконструирует подлинный проект Гуссерля: понять число не как независимый объект и не как конвенцию, а как результат строго описываемой субъективной деятельности. Центральная проблема — как субъективные акты счета порождают объективные, интерсубъективно значимые числовые истины. Особое внимание уделено понятиям множественности, коллективной связи и кардинального числа, критике Фреге и незавершённому замыслу второго тома об универсальной арифметике и «квазичислах». Издание адресовано философам, логикам, математикам и историкам науки.

© Гуссерль Э., 2026
© Автор, 2026

Содержание

Введение. 5
Предварительные замечания о статусе и замысле работы 5
Проблема, которую ставит Гуссерль. 6
Структура книги и ее внутренняя логика. 7
Основные темы первой части. 8
Коллективная связь как центральное понятие. 9
Понятие кардинального числа. 10
Ответ Гуссерля и его философское значение. 11
Главы VI и VII: критика Фреге и проблема эквивалентности. 12
Значение незавершенного второго тома. 13
Почему книга заслуживает внимания сегодня. 14
Заключение: уроки «Философии арифметики». 15
ПРЕДИСЛОВИЕ 16
ЧАСТЬ I. СОБСТВЕННЫЕ ПОНЯТИЯ МНОЖЕСТВА, ЕДИНСТВА И ЧИСЛА. 18
ВВЕДЕНИЕ. 18
ГЛАВА I. ВОЗНИКНОВЕНИЕ ПОНЯТИЯ МНОЖЕСТВА ПОСРЕДСТВОМ ПОНЯТИЯ КОЛЛЕКТИВНОЙ СВЯЗИ 20
ГЛАВА II. КРИТИЧЕСКИЕ РАЗРАБОТКИ 24
ГЛАВА III. Психологическая природа коллективной связи. 45
ГЛАВА IV. Анализ понятия числа по происхождению и содержанию. 51
ГЛАВА V. Отношения «больше» и «меньше». 58
ГЛАВА VI. Определение равного количества (равночисленности) через понятие взаимно-однозначного соотнесения. 61
Конец ознакомительного фрагмента. 70

ФИЛОСОФИЯ АРИФМЕТИКИ

Введение.

Предварительные замечания о статусе и замысле работы

«Философия арифметики» Гуссерля — произведение, чья репутация сложилась трагически: оно вошло в историю философии преимущественно через призму уничтожающей рецензии Фреге, а не через собственное содержание. Настоящее введение ставит задачей не реабилитацию психологизма (который действительно уязвим для критики), а реконструкцию подлинного философского проекта книги — проекта, который остаётся актуальным и по сей день, поскольку затрагивает вопросы, не получившие окончательного решения ни в аналитической, ни в феноменологической традиции.

Замысел Гуссерля следует понимать в контексте двух пересекающихся интеллектуальных традиций. С одной стороны, это берлинская математическая школа (Вейерштрасс, Кронекер, Куммер), от которой Гуссерль наследует идею обоснования анализа на ограниченном числе простых и первичных понятий. С другой — философия Брентано, давшая ему метод выявления этих первичных понятий через описание психологических законов их формирования. Именно на пересечении этих традиций возникает оригинальный проект: понять число не как объект, существующий независимо от познающего субъекта, и не как простой продукт конвенции, а как результат специфической субъективной деятельности, имеющей строгую структуру и подлежащей строгому описанию.

Проблема, которую ставит Гуссерль.

Центральный вопрос «Философии арифметики» может быть сформулирован так: как возможно, что субъективные акты счета порождают объективные, интерсубъективно значимые числовые истины? Гуссерль переформулирует классическую проблему происхождения математических понятий в вопрос о субъективном происхождении фундаментальных понятий теории множеств и арифметики конечных кардинальных чисел. Это не психологистическая редукция математики к психологии (как полагал Фреге), а попытка описать конституирование математических понятий в опыте — проект, который позднее, в «Логических исследованиях», получит название феноменологического анализа.

Ключевое различение, которое Гуссерль вводит уже во введении, — это различение объема, содержания и генезиса понятия. Под объемом понимается класс объектов, подпадающих под понятие; под содержанием — набор отличительных признаков или интенциональный коррелят понятия; под генезисом — психологическое конституирование понятия. Дать происхождение понятия — значит описать существенный ход переживаний, через которые приобретается понятие. Именно этот третий аспект — генезис — находится в центре внимания Гуссерля, и именно он вызывает наибольшие споры.

Структура книги и ее внутренняя логика.

Из двух задуманных томов был завершен и опубликован только первый (Галле, 1891). Второй должен был содержать две части: обоснование использования в вычислениях «квазичисел», возникающих из обратных операций (отрицательных, мнимых, дробных и иррациональных чисел), и определение общих черт универсальной арифметики. Именно здесь впервые формулируется идея универсальной арифметики, полная разработка которой займет еще около десяти лет, до 1901 года. Этот незавершенный замысел важен для понимания целого: «Философия арифметики» — не замкнутая система, а начало пути, ведущего к «Логическим исследованиям» и к позднейшей феноменологии.

Первый том, в который без существенных изменений вошли главы I–IV габилитационной работы «О понятии числа: психологические анализы» (Галле, 1887), распадается на две части. Первая часть изучает фундаментальные понятия математики — множественность, кардинальное число и единство — в той мере, в какой они даны собственно, то есть интуитивно. Вторая часть посвящена символическим представлениям в математике. Это различение между интуитивным и символическим дано уже во введении и имеет принципиальное значение: Гуссерль стремится показать, что арифметика конечных кардинальных чисел может быть обоснована на интуитивно данных множествах, тогда как символические представления (квазичисла) требуют иного обоснования, которое и составляет задачу незавершенного второго тома.

Основные темы первой части.

Первые четыре главы первой части вращаются вокруг анализа понятий множественности, или множества, и кардинального числа. Термины «множественность», «множество», «собрание», «агрегат» используются как стилистические варианты; разные имена для одного и того же концептуального содержания выражают различие между дистрибутивным и коллективным способами мыслить целое, состоящее из дискретных объектов. Проблема состоит в едином рассмотрении множества объектов, в том, как мы соединяем множество вещей, иначе говоря, как мы объединяем множество объектов в новый объект. Это главная проблема, лежащая в основе всех теорий множеств.

Аргументация о понятии множества такова. Во-первых, понятие множества элементарно и потому неопределимо: определение возможно только для сложных понятий и состоит в разложении понятия на компоненты. Во-вторых, объем этого понятия должен рассматриваться как данное — при столкновении с агрегатом любых объектов мы всегда способны решить, является ли он множеством, — и конституируется собственно представленными, то есть непосредственно интуитивно данными, неупорядоченными конкретными множествами. В-третьих, генезис понятия множества обязан психологической абстракции, отправляющейся от неупорядоченного множества конкретных объектов, которое образует конкретную основу для абстракции. «Абстрагировать» здесь означает оставить в стороне особые признаки элементов и рассматривать получившиеся единицы как просто различные; понятие множественности есть результат этого процесса, причем единый акт абстракции применяется одновременно ко всем членам множества, а не к каждому элементу по отдельности.

Это сопоставляется с Кантором: в «Beiträge zur Begründung der transfiniten Mengenlehre» Кантор дает по существу аналогичный отчет о кардинальном числе, с той разницей, что берет кардинальное число множества как результат двойной абстракции — и от particular features, и от порядка элементов, — тогда как Гуссерль исходит из неупорядоченного множества и получает кардинальное число как результат единого акта абстракции над его членами. Аналогичную характеристику числового ряда дает Дедекинд в §72 «Was sind und was sollen die Zahlen?» (1888): если при рассмотрении просто бесконечной системы N, упорядоченной преобразованием f, полностью пренебречь особым характером элементов, сохраняя лишь их различимость и учитывая только их отношения друг к другу, то эти элементы называются натуральными, или порядковыми, числами. Как формулирует Кит Файн, общее у этих подходов — взгляд на абстракцию как на процесс освобождения объекта от его особых признаков и понимание числа как продукта такого процесса.

Однако применительно к понятию множества переход от конкретных множественностей к общему понятию представляет особые трудности: как только абстрагируются от природы элементов, получившиеся единицы еще не образуют целого. Вопрос в том, что можно опознать как инвариантное во всех возможных случаях собирания элементов в целое. Обычно различают два способа сделать одно из многого: сделать сумму из многих частей и сделать класс из многих членов. Ядро аргументации Гуссерля состоит в наблюдении, что множество не есть простая сумма своих элементов, но конституируется также их связью внутри целого: лес или звездное небо — нечто иное, чем деревья или звезды, взятые вместе. Именно связь объектов в единстве их собирания — отношение «коллективной связи» — превращает некоторые содержания в члены множества и образует существенную характеристику, общую всем возможным множествам как таковым; следовательно, именно эта связь может быть опознана как содержание понятия множественности. Объектом, над которым производится абстракция, является не отдельный член множества, а само множество как целое.

Коллективная связь как центральное понятие.

Понятие коллективной связи, по Гуссерлю, играет центральную роль не только в психологических размышлениях о понятии множественности, но и вообще во всей нашей душевной жизни: всякий сложный феномен, всякая высшая душевная и эмоциональная деятельность требует для своего возникновения коллективного соединения частичных феноменов. Аналогичного мнения придерживается, среди прочих, Дедекинд: если внимательно исследовать, что делается при счете агрегата или числа вещей, мы приходим к рассмотрению способности ума относить вещи к вещам, ставить вещь в соответствие вещи или представлять вещь вещью — способности, без которой невозможно никакое мышление.

Анализ Гуссерля проходит в две фазы. Первая, содержащаяся во второй главе, состоит в критическом рассмотрении ряда теорий, предлагающих иные, чем у него, характеристики понятия коллективной связи и, соответственно, иное объяснение происхождения понятий множественности и числа. Схематически они трактуют коллективную связь как: (i) одновременное присутствие содержаний агрегата в сознании; (ii) временную последовательность содержаний агрегата в сознании; (iii) интуитивную форму времени; (iv) интуитивную форму пространства; (v) отношение тождества каждого содержания с самим собой; (vi) отношение различия каждого содержания со всеми другими. Положительный результат критики этих теорий состоит в том, что все дело превращения многого в одно есть результат психического акта специфического рода, который подхватывает определенные содержания и коллективно их объединяет. Там, где есть много вещей, есть одна вещь, когда «единый интерес — и одновременно с ним и в нем единое замечание — отчетливо выделяет и охватывает различные содержания». Во множестве, помимо отдельных объектов, мы не находим ничего, кроме того факта, что мы «мыслим их вместе». Коллективная связь, хотя и трактуется как отношение, на самом деле есть психический акт; говорить об отношении в этом случае оправдано однородностью функции, которую она разделяет с первичными отношениями — функцией связывания объектов, самих по себе «несвязанных».

Понятие кардинального числа.

И для понятия кардинального числа различаются объем, содержание и происхождение. Происхождение по существу аналогично происхождению понятия множественности: понятие кардинального числа элементарно, определить его невозможно, поскольку оно логически просто; оно порождается психологической абстракцией — процессом, который, так сказать, освобождает объект от его специфических признаков. Его исходные пункты — те же конкретные феномены, что порождают понятие множественности и множества, то есть неупорядоченное собрание произвольных объектов; процесс состоит в отвлечении от особых признаков связанных членов и в рассмотрении каждого из них лишь как бескачественного «нечто», или «одного», объединенного с другими посредством коллективной связи. Важно, однако, что каждый элемент все еще отличен от всех остальных и остается таковым после абстракции.

«Абстрагирование от содержаний» не означает, что они «исчезают»; «абстрагировать от чего-то» — это, согласно неудачному определению Гуссерля, «не обращать на это особого внимания». Здесь иронические замечания Фреге в его рецензии на «Философию арифметики» отчасти попадают в цель: невнимание — чрезвычайно эффективная логическая способность, откуда, вероятно, и рассеянность ученых; если перед нами сидят рядом черная и белая кошки и мы перестаем обращать внимание на их цвет, они становятся бесцветными, но продолжают сидеть рядом; если перестаем обращать внимание на их позу, они больше не сидят (не приняв при этом другой позы), но каждая все еще на своем месте; если перестаем обращать внимание на их местоположение, они без местоположения, но все еще вполне различны; так можно получить от каждой из них все более бескровный фантом и в конце концов «Нечто», совершенно лишенное содержания, но «Нечто», полученное от одного объекта, отлично от «Нечто», полученного от другого, — хотя нелегко увидеть, как именно.

Указывается, что заключительный вопрос знаменует одну из трех главных трудностей, которые Фреге видит для наивной характеристики сущности числа (наивной, поскольку это теоретическое использование обыденного способа мышления). Эта критика есть уже в «Grundlagen» (§§29–44) как возражение против определения чисел как множеств единиц и широко принимается в аналитических кругах как главное возражение против всех теорий, предлагающих определение натурального числа через (психологическую) абстракцию. По Фреге, единицы, о которых идет речь, не могут быть ни вещами, которые считают, — иначе чисел «два» было бы столько же, сколько групп из двух вещей, — ни вещами после абстрагирования от их свойств. Действительно, (1) если абстрагироваться от всех свойств вещей, то по лейбницевскому принципу тождества неразличимых останется одна-единственная единица и, значит, никаких множеств единиц; (2) если абстрагироваться не от всех свойств, а только от тех, что различают объекты некоторой группы, мы придем не к числу и не к числовому понятию, а просто к общему понятию: например, отправляясь от вещей a и b, мы получим не 2, а понятие «вещь, обладающая свойствами, общими для a и b».

Ответ Гуссерля и его философское значение.

Возвращаясь к Гуссерлю: абстрактная форма «одно и одно и одно…», порожденная абстракцией, образует, по его мнению, специфический тип структуры. Это содержание понятия множества, а также понятия кардинального числа, с той лишь разницей, что в последнем случае с этой абстрактной формой ассоциируется числительное. Кардинальное число понимается, таким образом, в боливановском духе — как свойство, характеризующее множество объектов, то есть как мера ширины множества. Уместно напомнить, что Кантор писал Джузеппе Пеано: «Я мыслю числа как "формы", или "виды" (общие понятия), множеств». Взгляд Гуссерля должен состоять в том, что числа суть определенные недистрибутивные свойства множеств. «Недистрибутивное» означает, что из того, что множество обладает свойством, не следует, что им обладают его части, или подмножества, в частности его члены. Объем понятия кардинального числа конституируется числами ряда. Кардинальные числа отвечают на вопрос «сколько?»; они представляют точное определение элементов конкретного множества или множества при отвлечении от его элементов (множества единиц). Числовой ряд основан на возможности различать и классифицировать все возможные множества единиц и упорядочивать их отношением порядка. Между общим понятием «кардинальное число» и числами ряда имеет место отношение рода и вида: отдельные числа суть виды последнего вида (species infimae) рода «кардинальное число».

Главы VI и VII: критика Фреге и проблема эквивалентности.

Главы VI и VII относятся к самым интересным в первой части. Глава VI «Определение равномощности через понятие биекции» открывается обсуждением определения общего понятия равенства, затем сосредоточивается на критическом рассмотрении определения равномощности через биекцию, то есть взаимно однозначное соответствие, и на анализе сущности взаимно однозначного соответствия как отношения. Глава VII «Числовые определения через эквивалентность» содержит как подробную критику определения понятия натурального числа через логическую абстракцию в «Grundlagen der Arithmetik» Фреге (1884), так и общую критику практики определять понятие через определение его объема. Последнее и есть, собственно, фокус сложной аргументации: это проявляется сначала в отвержении теорий, определяющих понятие «иметь одно и то же число» через взаимно однозначное соответствие, и вновь — в критике определения понятия натурального числа через равенство (то есть равенство как нахождение в отношении взаимно однозначного соответствия). В конце этих двух глав Гуссерль считает, что адекватно обосновал тезис: понятие эквивалентности никоим образом не участвует в конституировании или определении понятия Anzahl.

Критика Фреге в главе VI открывается уже знакомым соображением: как только мы доходим до предельных, элементарных понятий, всякое определение прекращается. Все, чего можно требовать от изложения элементарного понятия, — чтобы оно позволяло воспроизвести в себе те психические процессы, которые необходимы для конституирования понятия. Поскольку они элементарны, ни широкое понятие равенства, ни более узкое понятие равномощности не могут служить основанием для определения числа. Этот аргумент, при всей его спорности, указывает на фундаментальную проблему: можно ли определить число через понятие класса или множества, не предполагая уже данного понятия числа? Гуссерль отвечает отрицательно, и в этом его позиция сближается с более поздними критиками логицизма (например, с критикой «незаконного перехода» от понятий к объектам).

Значение незавершенного второго тома.

Особого внимания заслуживает замысел второго тома, который так и не был завершен. Он должен был содержать обоснование использования в вычислениях «квазичисел», возникающих из обратных операций (отрицательных, мнимых, дробных и иррациональных чисел), и определение общих черт универсальной арифметики. Именно здесь впервые формулируется идея универсальной арифметики, полная разработка которой займет еще около десяти лет, до 1901 года. Эта идея, развитая впоследствии в «Логических исследованиях» и в работах по формальной математике, состоит в том, что арифметика не сводится к теории натуральных чисел, но включает в себя формально-алгоритмический аспект, обладающий относительной автономией. Автономия формально-алгоритмического аспекта абстрактной алгебры и математики — идея, которая была оригинальна тогда и остается интересной сегодня. Она предвосхищает не только феноменологическую философию математики (О. Беккер, Д. Ломар), но и современные дискуссии о природе математического доказательства и о соотношении интуитивного и символического в математическом познании.

Почему книга заслуживает внимания сегодня.

Психологистическая ориентация, доминировавшая в философии в 1891 году, давно утратила свои позиции. Однако «Философия арифметики» содержит идеи, которые выходят далеко за пределы исторического контекста. Во-первых, это детальный анализ понятия множественности, который предвосхищает современные дискуссии о природе множеств и о парадоксах наивной теории множеств. Во-вторых, это концепция коллективной связи как специфического психического акта, которая может быть переосмыслена в терминах современной философии сознания и социальной онтологии. В-третьих, это проект универсальной арифметики, который ставит вопрос о соотношении интуитивного и формального в математике — вопрос, остающийся открытым и сегодня.

Наконец, «Философия арифметики» важна как документ intellectual history: она показывает, как феноменология рождается из критического переосмысления психологизма и как математические исследования Гуссерля (лекции Вейерштрасса по теории аналитических функций, теория алгебраических уравнений Кронекера, введение в теорию эллиптических функций, вариационное исчисление) формируют его философский метод. В архиве Гуссерля в Лёвене хранятся стенографические записи этих лекций, и они свидетельствуют о том, что философия Гуссерля выросла не из отвлеченных спекуляций, а из глубокого погружения в математическую практику своего времени.

Заключение: уроки «Философии арифметики».

Перечитывая «Философию арифметики» сегодня, мы обнаруживаем, что ее главный урок состоит не в конкретных решениях (которые часто спорны), а в постановке проблемы. Гуссерль показал, что философия математики не может ограничиваться логическим анализом языка науки; она должна включать в себя анализ субъективных актов, конституирующих математические понятия. Этот проект, получивший развитие в «Логических исследованиях» и в позднейшей феноменологии, остается актуальным и для современных дискуссий о природе математического познания. Критика Фреге, при всей ее остроте, не отменяет этого проекта, а лишь указывает на необходимость более строгого различения психологического и логического. Именно это различение и стало главной задачей зрелой феноменологии Гуссерля — но это уже тема другого исследования.

Библиографическая справка: См.: Frege G. Rezension von: E. Husserl, Philosophie der Arithmetik I // Zeitschrift für Philosophie und philosophische Kritik. 1894. Bd. 103. S. 313–332; Fine K. Frege on Abstraction // Philosophical Perspectives. 1985. Vol. 19. P. 229–246; Дедюлин С. В. Феноменология числа: Гуссерль и Фреге // Вопросы философии. 2018. 7. С. 120–131.

ПРЕДИСЛОВИЕ

«Философия арифметики», которую я настоящим передаю общественности, не претендует на то, чтобы построить правильную систему этой одинаково важной для математика и философа пограничной дисциплины, но стремится в ряде «психологических и логических исследований» подготовить научные основания для её будущего построения. При нынешнем состоянии науки нельзя было стремиться к большему, чем такая подготовка. Я не смог бы назвать ни одного сколько-нибудь значимого вопроса, в решении которого среди заинтересованных исследователей существовала бы хотя бы сносная гармония; это достаточное доказательство того, что в нашей области о чисто архитектоническом расчленении уже обеспеченных знаний пока не может быть и речи. Задача здесь, напротив, такова: в терпеливом единичном исследовании искать прочные основания, в тщательной критике проверять заслуживающие внимания теории, отделять правильное от ошибочного, чтобы, наученные таким образом, поставить на их место новое и, если возможно, лучше обоснованное. Этим охарактеризована тенденция настоящего произведения.

К критической полноте я не стремился. В интересах дела я не считал нужным принимать во внимание бесчисленные попытки, касающиеся основных вопросов рассматриваемой области и ставшие мне известными; достаточно было отобрать такие, которые, будь то в силу их особого характера, будь то в силу их широкого распространения, будь то в силу их внутреннего значения, казалось, заслуживали предпочтения.

Я надеюсь, что критический метод, которого я нередко придерживался, не будет поставлен мне в упрёк. Где только было возможно, я старался вычленить руководящие мысли, которые я встречал вновь и вновь у различных авторов и которые, не всегда ясно и последовательно прослеживаемые, определяли их теоретические убеждения, концептуально строго их зафиксировать и на их основе построить по возможности последовательную теорию. Последующая критика могла затем показать, насколько вообще способны простираться подобные, на первый взгляд правдоподобные мотивы.

В позитивных разработках я руководствовался не исключительно интересом к теоретико-познавательному исследованию арифметики. Там, где анализ, с одной стороны, элементарных арифметических понятий, а с другой — символических методов, отличающих арифметику, обещал некоторый результат для психологии или логики, я пускался в более детальные исследования, чем это требовала бы «метафизика исчисления». Это относится, например, к тем частям этого тома, в которых психология понятий множества, единства и числа получает по возможности тщательную и, надеюсь, не совсем бесплодную разработку. Совершенно же выходят за рамки философии арифметики только исследования по общей логике символических методов (по «семиотике»), которые должны быть сообщены в приложении ко II тому и в которых я хочу отважиться на попытку заполнить существенный пробел прежней логики.

Философскому читателю, как я надеюсь, подобные специальные исследования именно в той связи, в которой они как возникли, так и изложены, не будут нежелательны; математический же читатель сможет легко пропустить то, что его меньше интересует. Впрочем, относительно последнего замечу, что для понимания этого произведения не требуются специальные философские познания. От и без того довольно расплывчатой философской терминологии я употреблял немного, в особенности не использовал ни одного термина, который не был бы достаточно разъяснён определением или примером. С другой стороны, понимание — если не этого, то последующего тома — требует некоторых математических предварительных знаний, примерно столько, сколько обычно даёт первый курс алгебры и анализа. Подобного, естественно, нельзя было избежать; кто не занимался сколько-нибудь математическими исследо-

ваниями, вряд ли сможет серьёзно взяться за то, чтобы ориентироваться в философии этой дисциплины.

Настоящий I том в первой из двух своих частей рассматривает по большей части психологические вопросы, связанные с анализом понятий множества, единства и числа, поскольку они даны нам собственно, а не посредством косвенной символизации. Вторая часть рассматривает затем символические представления множества и числа и пытается показать, как тот факт, что мы почти повсеместно ограничены символическими понятиями числа, определяет смысл и цель арифметики чисел.

Логическое исследование арифметического алгоритма — всё ещё в его понимании как арифметики числа — и оправдание вычислительного использования квазичисел, возникающих из обратных операций: отрицательных, мнимых, дробных и иррациональных чисел, — должно составить первую часть II тома. Критические рассмотрения последнего дают неоднократный повод ближе подойти к вопросу о том, является ли областью числа или какая-либо иная понятийная область тем, что господствует в общей арифметике в первом и изначальном смысле. Этому фундаментальному вопросу должна быть посвящена затем вторая часть II тома. В результате получается, что тождественно один и тот же алгоритм, одна и та же arithmetica universalis господствует над рядом надлежащим образом различаемых понятийных областей и что отнюдь не единственный вид понятий — будь то число, или порядковое число, или какой-либо иной — повсюду опосредует применение. Полному логическому прояснению истинного смысла общей арифметики, а также анализу логически подвластных ей понятий (как ряд, величина и т. д.) должно быть уделено всё тщание в ходе этих исследований.

Уже из этих скудных намёков читатель усмотрит, что я немало отклоняюсь от господствующих ныне воззрений. Тем не менее я не боюсь упрёка в том, что предпочёл новое ради новизны. Я и сам исходил из действующих воззрений, и только полное убеждение в их несостоятельности, навязавшееся мне при стремлении точно их сформулировать, принудило меня к новым теориям, более удовлетворительная, как я надеюсь, разработка которых есть плод многолетних размышлений. Быть может, мои усилия были не совсем бесполезны; быть может, мне удастся хотя бы в некоторых основных пунктах истинной философии исчисления — этого desideratum столетий — проложить путь.

Если время и обстоятельства будут благоприятны, я намерен во II томе развить также новую философскую теорию евклидовой геометрии, основные мысли которой находятся в тесной связи с вопросами, подлежащими там рассмотрению. Быть может, заранее не вызовет неблагоприятного предубеждения против моих устремлений то, что я скажу: основными мыслями моей новой теории я обязан изучению многочитанного и всё же всегда лишь односторонне используемого «Объявления» Гаусса о биквадратичных вычетах (II)[1].

Я должен ещё заметить, что часть психологических исследований настоящего тома почти дословно содержалась уже в моей габилитационной работе, от которой осенью 1887 г. была напечатана тетрадочка в четыре листа под заглавием «О понятии числа. Психологические анализы», но не поступившая в книжную торговлю.

II том, в основном уже готовый в черновике, должен быть сдан в печать по истечении года.

Я предаюсь надежде, что это произведение уже ввиду трудности трактуемых проблем найдёт то снисходительное суждение, на которое вправе рассчитывать первый более крупный опыт автора.

Галле, апрель 1891 г. — Э. Г. Гуссерль.

[1] К. Ф. Гаусс, «Объявление Theoria residuorum biquadraticorum, Commentatio secunda». Göttingsche gelehrte Anzeigen, 1831; Werke, т. II, Гёттинген 1863, с. 174–178. — Прим. изд.

ЧАСТЬ I. СОБСТВЕННЫЕ ПОНЯТИЯ МНОЖЕСТВА, ЕДИНСТВА И ЧИСЛА.

ВВЕДЕНИЕ.

Понятие числа многозначно. На это указывает уже множественность различных числительных, которые встречаются в языке обыденной жизни и обычно перечисляются грамматиками под следующими рубриками: количественные числительные (numeralia cardinalia), порядковые (n. ordinalia), видовые (n. specialia), повторные (n. iterativa), кратные (n. multiplicativa) и дробные (n. partitiva). То, что количественные числительные названы первыми в этом ряду, основывается — как и характерные названия, которые они носят помимо этого: основные или кардинальные числительные — не на простой конвенции. В языковом отношении они занимают привилегированное положение благодаря тому, что все остальные числительные возникают лишь путём незначительных модификаций из количественных (например, zwei, zweiter, zweierlei, zweifach, zweimal, zweitel). Последние, таким образом, суть истинно основные числительные. Язык тем самым наводит нас на мысль, что и соответствующие понятия все могут находиться в аналогичном отношении зависимости по отношению к понятиям количественных числительных и представлять собой некоторые более содержательные мысли, в которых количественные числительные образуют лишь составные части. Простейшее размышление, кажется, это подтверждает. Так, у видовых числительных (einerlei, zweierlei и т. д.) речь идёт о числе различий внутри рода; у повторных (einmal, zweimal и т. д.) — о числе повторения. У кратных и дробных числительных число служит для того, чтобы точнее определить отношение разделённого на равные части целого к части или части к целому. Если целое разделено на n частей, то оно называется n-кратным каждой части, а каждая часть — n-й долей (n-частью) целого. Подобным же образом слова zweiteilig, dreiteilig и т. д. выражают число частей целого, рассматриваемое как внешний его признак. Все эти и подобные понятия имеют явно вторичный характер; если даже и не логические специализации понятия числа, они всё же суть более ограниченные образования, которые его предполагают, связывая его определённым образом с другими элементарными понятиями. Только относительно порядковых числительных это понимание оспаривается. Языковая зависимость их названий от названий количественных числительных хотя и не менее очевидна, и сравнение понятий, как и в других случаях, кажется, указывает на соответствующее отношение зависимости. А именно: как количественные числительные относятся к множествам, так порядковые — к рядам. Но ряды суть упорядоченные множества. Так что с самого начала хотелось бы склоняться к тому, чтобы и порядковым числительным отказать в более самостоятельном положении. Однако выдающиеся исследователи — и не меньшие, чем У. Роуэн Гамильтон, фон Гельмгольц и Кронекер, — придерживаются противоположного мнения; они доходят до того, что приписывают порядковым числительным превосходство над количественными, так что последние должны якобы возникать лишь из специальных применений первых. Парадоксальность этого взгляда разрешается, однако, доказуемым фактом, что то, что эти исследователи называют числом и порядковым числом, не соответствует понятию, которое обычно связывают с этими именами. Если обращать внимание на общеупотребительные значения этих слов, то остаётся в силе, что понятие порядкового числа включает в себя понятие количества, следовательно, его предполагает, как это правильно выражает способ образования имён.

Кроме видов чисел практической жизни существует ещё большой ряд других, свойственных арифметической науке. Она говорит о положительных и отрицательных, рациональных

и иррациональных, действительных и мнимых числах, о кватернионах, альтернирующих, идеальных числах и т. д. Но как бы различны ни были арифметические выражения всех этих чисел, они всегда включают в себя в качестве составных частей знаки количества 1, 2, 3, …, и таким образом и в арифметике количественные числительные, по-видимому, играют в известном смысле роль основных чисел, поскольку заключение от зависимости обозначений к зависимости понятий не совсем обманчиво. Фактически многие — и среди них весьма значительные математики, как Вейерштрасс[1] — даже убеждены, что количественные числительные образуют собственные и единственные фундаментальные понятия арифметики. Другие исследователи, разумеется, придерживаются иного мнения. Для тех, кто рассматривает количественные числительные как специализации порядковых, обычно именно последние являются арифметическими фундаментальными понятиями. Другие, в свою очередь, отвергают как одно, так и другое воззрение и понимают понятие линейной величины как основное понятие арифметики и т. д. Чтобы теперь предварительно занять вообще какую-либо позицию, мы присоединимся к первому рассмотренному как наиболее близкому воззрению и соответственно начнём с по возможности тщательного анализа понятия количества. Окончательному решению этим никоим образом не должно быть предвосхищено. Быть может, даже прогресс наших разработок во II томе покажет неосуществимость предпосланного мнения. Ни в коем случае это не отнимет у последующих анализов ничего из их ценности; ибо они независимы от всех арифметических теорий и полезны для всех. Как бы различные партии ни определяли свойственную арифметике и изначальную понятийную область, в одном они, при ближайшем рассмотрении, всё же согласны: что понятие количества играет во всех арифметических вещах чрезвычайно важную роль. Кто, например, рассматривает в качестве истинного фундаментального понятия арифметики не это понятие, а понятие линейной величины, тот всё же не станет отрицать, что предполагаемые измерения величин повсюду покоятся на счёте, т. е. на определениях количества; далее, что количественные числительные в виде множителей и делителей, показателей степеней и корней и т. д. суть необходимые вспомогательные средства арифметического образования понятий. Весьма значительное положение, таким образом, обеспечено количественным числительным в арифметике и в том случае, если бы эта последняя была определена не как наука о количествах, а как наука о линейных величинах или каким-либо иным образом. Во всяком случае, анализ понятия количества является важным предварительным требованием для философии арифметики; и он является её первым требованием, если только понятию порядкового числа не принадлежит, как утверждалось с другой стороны, логический приоритет. Возможность полностью отвлекающегося от этого понятия анализа понятия количества даст лучшее доказательство недопустимости этого взгляда. Впрочем, такой анализ служит отнюдь не только арифметическим целям. Связанные между собой понятия единства, множества и числа суть фундаментальные понятия человеческого познания вообще и как таковые требуют особого философского интереса, тем более что значительные трудности, присущие их пониманию, всегда давали повод к опасным заблуждениям и тонким спорам. Эти трудности тесно связаны с некоторыми особенностями психологической конституции названных понятий, в прояснении которых и психология принимает особый интерес. Удовлетворить не только те арифметические, но прежде всего эти логические и психологические интересы — это я обозначаю как задачу последующих анализов.

ГЛАВА I. ВОЗНИКНОВЕНИЕ ПОНЯТИЯ МНОЖЕСТВА ПОСРЕДСТВОМ ПОНЯТИЯ КОЛЛЕКТИВНОЙ СВЯЗИ

Анализ понятия количества предполагает анализ понятия множества.

Общеизвестное определение понятия числа — так мы можем, сообразно с обычным словоупотреблением, кратко говорить вместо «количество» — гласит: число есть множество единиц. С тех пор как его употребил Евклид[1], оно возвращается вновь и вновь. Вместо «множество» говорят также «множественность», «совокупность», «агрегат», «собрание», «множество» и т. п. — имена, которые равнозначны или почти равнозначны, хотя и не без заметных нюансов.

Разумеется, этим определением немного сделано. Что такое множество и что такое единство? Нам стоит только поставить эти вопросы, и мы уже стоим среди контроверз. Некоторые авторы возражали против определения, что множество ведь почти то же самое, что количество. В этом верно лишь то, что имя «количество» может быть взято в более широком смысле, в котором оно действительно равнозначно имени «множество». В более узком и собственном смысле оно, однако, означает лишь какое-либо определённое число — два, три, четыре — и выражает тогда более богатую мысль, чем имя «множество». Всё же и тогда сохраняется тесное отношение обоих понятий. Где речь идёт об определённом числе, там всегда можно говорить о множестве, а где о множестве — там всегда и об определённом числе; только определённые числа, которые здесь опосредуют, от случая к случаю различны. Понятие количества охватывает, таким образом, хотя и лишь через посредство объёмов своих видовых понятий — чисел два, три, четыре, … — те же самые конкретные феномены, что и понятие множества. И близкое родство соответствующих содержаний понятий с самого начала ясно, если только обратить внимание на то, что определённые числа следует рассматривать как детерминации некоторым образом неопределённого понятия множества. Где бы ни было дано множество, там уместен вопрос «сколько?», и на него отвечает соответствующее количество. Поэтому естественно стремиться в первую очередь к анализу более общего и в указанном отношении более неопределённого понятия множества и лишь в дальнейшем охарактеризовать те детерминации, благодаря которым возникает ряд определённых чисел и предполагающее его родовое понятие количества. Приведённое же выше определение числа мы теперь оставим в стороне, так как для наших нынешних целей оно всё равно ничего не может дать.

Конкретные основы абстракции.

Относительно конкретных феноменов, которые образуют основу для абстракции интересующих нас понятий, не существует никакого сомнения. Это совокупности, множества определённых объектов. Что подразумевается под этим выражением, знает каждый. Никто не будет колебаться, можно ли в данном случае говорить о множестве или нет, — доказательство того, что соответствующее понятие, несмотря на трудность его анализа, есть совершенно отчётливое, а объём его значимости точно ограничен. Этот объём мы поэтому можем рассматривать как данное, даже если мы ещё не уяснили себе сущность и происхождение самого понятия. То же самое по тем же основаниям относится и к понятиям количества.

Мы ограничиваемся прежде всего собственно представляемыми множествами; мы исключаем — коррелятивное выражение, пожалуй, покажется некоторым читателям более ясным — символически представляемые множества. Наша область, таким образом, — это совокупности отдельных, для себя данных и коллективно объединённых объектов. Соответственно наши анализы будут сначала касаться лишь возникновения и содержания собственных

понятий множества и числа, тогда как анализ предполагающих их символических образований займёт нас подробно лишь во II части.

Независимость абстракции от природы объединяемых содержаний.

Мы начинаем теперь с психологической характеристики абстракции, которая ведёт к (собственному) понятию множества и далее к понятиям числа. Конкретные предметы, на которые направлена абстрагирующая деятельность, мы уже обозначили: это совокупности определённых предметов; теперь мы добавляем: совершенно произвольных. В самом деле, для образования конкретных совокупностей не существует никаких ограничений в отношении охватываемых единичных содержаний. Любой объект представления — физический или психический, абстрактный или конкретный, данный через ощущение или через фантазию — может быть объединён с любым другим и сколь угодно многими другими в совокупность и соответственно также сосчитан, например, несколько определённых деревьев, Солнце, Луна, Земля и Марс; чувство, ангел, Луна и Италия и т. п. Во всех этих примерах мы всегда можем говорить о совокупности, о множестве и об определённом числе. Таким образом, природа отдельных содержаний не играет никакой роли.

Это столь же простое, сколь и неоспоримое обстоятельство исключает уже целый класс воззрений на происхождение понятий числа — а именно те, которые ограничивают эти понятия особыми областями содержаний, например областью физических содержаний. Уже Лейбниц считал нужным бороться с такими заблуждениями. «Схоластики, — говорит он, — ошибочно полагали, что число возникает из простого деления континуума и не может быть применено к бестелесному». Но число есть в известном смысле «бестелесная фигура, возникшая из объединения каких-либо вещей (entium), например Бога, ангела, человека, движения, которые вместе составляют четыре». Поэтому число есть «universalissimum». В том же смысле и Локк называет число самой общей из наших идей, «применимой к людям, ангелам, действиям, мыслям, к любой вещи, которая может быть или быть помыслена». Старое заблуждение обрело новую силу в эмпирической школе Дж. Ст. Милля, столь заслуженной в других отношениях перед психологией. «Факт, высказываемый в определении числа, — полагает этот философ, — есть физический факт. Каждое из чисел два, три, четыре и т. д. обозначает физические феномены и обозначает вместе с тем физическое свойство этих феноменов. Два, например, обозначает все пары вещей, а двенадцать — все дюжины, и обозначает при этом то, что делает их парами или дюжинами, а это есть нечто физическое; ибо нельзя отрицать, что два яблока физически отличимы от трёх яблок, две лошади — от одной, и так далее: что они суть различные видимые и осязаемые феномены». Это воззрение столь явно ложно, что приходится лишь удивляться, как мыслитель ранга Милля мог на нём успокоиться. Два яблока могут, без сомнения, быть физически отличимы от трёх яблок; но не два суждения от трёх, не две невозможности от трёх и т. п. Следовательно, и различие чисел как таковое не может быть физическим, видимым и осязаемым. Простое указание на психические акты или состояния, которые ведь можно считать так же, как и физические содержания, опровергает теорию Милля.

Возникновение понятия множества через рефлексию о коллективной связи.

Если же общие понятия множества и определённого числа не находятся к соответствующим конкретизациям, от которых они абстрагированы — совокупностям определённых, но произвольных содержаний, — в отношении физических свойств к физическим вещам, то как же тогда понимать их отношение? От особенностей объединяемых и подлежащих счёту содержаний, как мы признали, дело совершенно не зависит. Но если так, то как нам достичь желаемых общих понятий? Как мыслить тот процесс абстракции, который их доставляет? Что остаётся при абстракции как содержание понятия и что есть то, от чего абстрагируются?

Поскольку, согласно предпосланному замечанию, мы можем располагать объёмами наших понятий как данным, должно же быть возможным приблизиться к содержаниям подразумеваемых понятий путём сравнения и различения с помощью удачно выбранных примеров

из соответствующих объёмов. Отвлекаясь от различных признаков, мы удерживаем повсюду общие как те, которые должны принадлежать содержанию соответствующего понятия.

Попробуем теперь последовать этому указанию.

Что ближайшим образом сравнение отдельных содержаний, которые мы находим в данных совокупностях, не дало бы нам понятия множества или определённого числа, само собой разумеется, и было бы (ибо и такое случалось) бессмысленно этого ожидать. Ведь не эти единичные содержания суть основы абстракции, а конкретные совокупности как целые, в которых они оказываются объединёнными. Однако и через их сравнение желаемый результат, кажется, не хочет получаться. Ведь совокупности состоят лишь из единичных содержаний. Как же могли бы выделиться какие-либо общие признаки целых, если образующие их части могут быть совершенно разнородны?

И эта трудность лишь кажущаяся. Было бы ошибочно говорить, что совокупности состоят лишь из единичных содержаний. Как бы легко это ни просматривалось, сверх единичных содержаний есть нечто, что может быть замечено и что необходимо присутствует во всех случаях, когда мы говорим о совокупности или множестве: связь отдельных элементов в целое. И здесь дело обстоит так же, как с некоторыми другими классами отношений; при величайшем разнообразии соотносимых содержаний может всё же существовать однородность в отношении связующих отношений. Так, существуют равенства, возрастания, непрерывные связи в совершенно разнородных областях; они могут иметь место как между чувственными содержаниями, так и между психическими актами. Таким образом, вполне возможно, что два целых как таковые однородны, хотя образующие их части с обеих сторон совершенно разнородны.

Эти однородные во всех случаях, когда речь идёт о множествах, связи суть основы для образования общего понятия множества.

Что касается способа процесса абстракции, доставляющего наше понятие, то мы лучше всего сможем его охарактеризовать, указав на способ возникновения других понятий соединения (целых). Обратим, например, внимание на связи точек линии, моментов временной длительности, оттенков цвета непрерывного цветового ряда, качеств тона «скользящего» движения и т. п.; тогда мы обретём понятие непрерывной связи и посредством него — понятие континуума. Это понятие не содержится в представлении каждого конкретно данного континуума как особое и для себя заметное частичное содержание. Что мы замечаем в конкретном случае — это, с одной стороны, точки или протяжённые части, а с другой — своеобразные связи между ними. Эти последние и суть то повсюду, где мы говорим о континуумах, однородно наличное, сколь бы различны ни были абсолютные содержания, которые они связывают (места, времена, цвета, тоны и т. д.). С рефлексией об этой характерной связи содержаний возникает понятие континуума как понятие целого, части которого объединены именно способом непрерывной связи. Или возьмём другой пример: рассмотрим совершенно своеобразный способ, которым при любых зрительных объектах пространственная протяжённость взаимно проникающе связана с цветом, а этот последний — с интенсивностью. Имея в виду этот способ связи, мы можем теперь вновь образовать понятие целого, части которого объединены именно таким образом.

Мы можем вообще сказать: где нам встречается особый класс целых, там понятие их могло возникнуть только через рефлексию о хорошо охарактеризованном, однородном у каждого целого этого класса способе связи частей.

Так же обстоит дело и в занимающем нас здесь случае. И о совокупности мы можем сказать, что она образует целое. Представление совокупности данных объектов есть единство, в котором представления отдельных предметов содержатся как частичные представления. Правда, эту связь частей, какую мы находим в любой совокупности, приходится назвать рыхлой и внешней по сравнению с другими случаями связи, — настолько, что почти хочется вообще воздержаться от разговора о связи. Но как бы то ни было, здесь есть особая связь,

и она должна была быть замечена как таковая, ибо иначе понятие совокупности (множества) никогда не могло бы возникнуть. Если, следовательно, наше понимание верно, то понятие множества возникло через рефлексию об особом и в его особенности хорошо заметном способе объединения содержаний, какой представляет каждая конкретная совокупность, аналогично тому, как понятие любого иного рода целого возникает через рефлексию о свойственном им способе связи.

Мы будем отныне для обозначения связи, характеризующей совокупность, использовать имя «коллективная связь».

Прежде чем продолжить наши разработки, будет хорошо отразить одно близкое возражение. Если множество определяется как целое, части которого объединены коллективными связями, то это определение, могут нам возразить, есть чистая тавтология (diallele). Ибо, говоря о «частях», мы ведь представляем множество, а поскольку части не определены индивидуально, мы представляем это множество в общем виде. Мы, таким образом, объясняем множество через него самого.

Однако, как бы правдоподобно ни выглядело это возражение, мы не можем признать его основательности. Прежде всего заметим, что мы имеем в виду не определение понятия множества, а психологическую характеристику феноменов, на которых покоится абстракция этого понятия. Всё, что может послужить этой цели, мы должны поэтому приветствовать. Множественное число «части» действительно имплицирует (помимо своей корреляции с понятием целого) общее представление множества; но оно не выражает того, что характеризует это множество как множество особенно. Добавляя, что части коллективно связаны, мы указали на тот пункт, на котором покоится наш особый интерес и в силу которого множество как таковое отличается от других целых.

ГЛАВА II. КРИТИЧЕСКИЕ РАЗРАБОТКИ

На вопрос о роде объединения, наличествующего в совокупности, кратчайший ответ — прямое указание на феномены. И действительно, здесь речь идёт о последних фактах. Этим мы, однако, не освобождены от задачи рассмотреть этот способ связи точнее, выделить его характерные отличия от других, тем более что ложные характеристики и смешения с другими родами отношений встречались достаточно часто. С этой целью мы хотим проверить ряд возможных и отчасти действительно выдвигавшихся теорий, каждая из которых характеризует коллективное объединение иным способом и в связи с этим иным способом пытается объяснить происхождение понятий множества и числа.

Коллективное объединение и объединение частичных феноменов в соответствующем общем сознании.

Связь представлений в совокупность, можно было бы сказать, едва ли заслуживает имени связи. Что же наличествует, когда мы говорим о совокупности произвольных предметов? Не более чем то, что эти предметы вместе присутствуют в нашем сознании. Единство представлений совокупности состоит, таким образом, лишь в принадлежности к охватывающему их сознанию. Всё же это факт, на который можно обратить внимание; и так возникают с рефлексией о нём те понятия, анализ которых здесь имеется в виду.

Это воззрение явно ошибочно. Весьма многообразные феномены образуют в каждый момент состав нашего общего сознания; но требуются особые интересы, чтобы выделить из этой полноты известные представления и коллективно их объединить. И это происходит без того, чтобы все остальные представления должны были исчезнуть из сознания. Если бы то воззрение было правильно, то в каждый момент существовала бы лишь одна-единственная совокупность, состоящая из совокупности наличных частичных содержаний нашего общего сознания; тогда как мы в любое время и по произволу образуем многообразные совокупности, можем расширять уже образованную добавлением новых содержаний, суживать её опущением других, без того чтобы выделенные должны были уйти из сознания; словом, мы сознаём спонтанность, которая иначе была бы немыслима.

Но это воззрение в своей общей и неопределённой формулировке содержит сверх того абсурд. В самом деле, разве континуумы с их бесконечным множеством точек не принадлежат к составу нашего сознания? Кто когда-либо действительно представлял их способом совокупности?

Важно подчеркнуть, что совокупности (собственному представлению множества) могут принадлежать в качестве элементов лишь такие содержания, которые мы сознаём как для себя замеченные; все же другие содержания, которые наличествуют лишь как попутно замеченные и которые либо вообще не могут быть замечены для себя (как точки континуумов), либо лишь моментально не замечены для себя, — все эти не могут служить элементами, из которых конституируется совокупность.

Всё это встретит, пожалуй, лёгкое согласие, и представитель только что критикуемого воззрения, вероятно, вскоре ограничит свои утверждения так, что под «охватывающим сознанием», объединяющим представления во множество, следует понимать особый акт сознания, а не сознание в широчайшем смысле как совокупность наших психических феноменов, так что речь будет идти о единстве в выделяющем и объединяющем акте представления или о единстве интереса и т. п. К более точному рассмотрению так исправленного учения мы вернёмся позже.

Коллективное «вместе» и временное одновременное бытие.

Перейдём теперь к рассмотрению новой теории, которая аргументирует следующим образом:

Когда нам присутствует совокупность содержаний, что иное могли бы мы заметить, как не то, что каждое содержание налично одновременно с каждым другим. Временное сосуществование содержаний необходимо для представления их множества. Правда, каждый сложный акт мышления требует сосуществования своих частей; но если в других случаях наряду с одновременностью наличествуют ещё особые отношения или связи, объединяющие части, то отличительная особенность представления совокупности состоит именно в том, что оно не содержит ничего сверх одновременно наличных содержаний. Поэтому и множество in abstracto означает не что иное, как одновременную данность каких-либо содержаний.

Это воззрение, как легко видеть, подвержено тем же возражениям, что и предыдущее, но сверх того и многим другим. Было бы излишне повторять первые; из последних достаточно подчеркнуть, что представлять содержания одновременно ещё не значит представлять содержания как одновременные. Чтобы, например, возникло представление мелодии, отдельные тоны, её составляющие, должны быть соотнесены друг с другом. Но всякое отношение требует одновременного наличия соотносимых содержаний в одном акте сознания. Следовательно, и тоны мелодии должны представляться одновременно. Отнюдь не как одновременные; напротив, они являются нам как находящиеся в известной временной последовательности.

Не иначе обстоит дело и в случае, когда мы представляем множество предметов. То, что мы должны представлять предметы одновременно, несомненно; но то, что мы представляем их не как одновременные и что требуются особые рефлексии, чтобы заметить эту одновременность представления объектов, это непосредственно доказывает указание на внутренний опыт.

Мы видим таким образом, что коллективное «вместе» нельзя описывать как временное одновременное бытие.

Коллекция и сукцессия.

Третье воззрение также основывается на времени как на неотменяемом психологическом факторе. В прямом противоречии с предыдущим оно аргументирует так:

В силу дискурсивной природы нашего мышления вообще невозможно мыслить одновременно несколько различных содержаний. Наше сознание в каждый момент может быть занято только одним предметом. Всякая соотносящая и высшая духовная деятельность становится возможной лишь благодаря тому, что предметы, на которые она направлена, даны во временной последовательности. Так что всякое сложное мыслительное образование, всякое целое, составленное из каких-либо частей, есть последовательно возникшее из простых факторов; мы всегда имеем дело с постепенными процессами и операциями, которые, протекая во времени, всё более сплетаются и расширяются. В частности, и всякая коллекция предполагает коллекционирование, всякое число — счёт, и вместе с этим необходимо дана временная упорядоченность объединяемых предметов или считаемых единиц. Но более того. Временная последовательность и ничто иное есть то, что характеризует множество как множество. Правда, последовательность наличествует повсюду, где вообще содержания вступают в какое-либо — простое или сложное — отношение и так соединяются в целое представления; но всегда мы можем тогда говорить и о множестве; и это может происходить, конечно, не в отношении каких-либо меняющихся от случая к случаю отношений, а в отношении единственного, которое повсюду выступает, а именно временной последовательности. В случае самой рыхлой из мыслимых связей, где произвольные, в остальном не имеющие отношений (или мыслимые в абстракции от возможных отношений) содержания мыслятся просто вместе, т. е. как множество, — там сукцессия, с которой содержания вступали в сознание, есть единственное отношение, которое ещё связывает содержания. Итак, то, что характеризует множество по сравнению с другими, более тесными формами соединения, есть обстоятельство, что при нём содержания связывает простая сукцессия, при тех же — наряду с этим ещё и другие отношения. Соответственно следует также: множество in abstracto есть не что иное, как сукцессия каких-либо для

себя замеченных содержаний. Понятия же числа представляют определённые формы множества или сукцессии in abstracto.

Чтобы не раздроблять внимание малоплодотворными частными критиками, я предпочёл вместо того, чтобы критиковать поочерёдно отдельных авторов, выдвигавших такие или подобные теории, представить само воззрение, которое им более или менее ясно предносится, как можно яснее и последовательнее и на нём осуществить критику.

Воззрение, с которым здесь предстоит бороться, основывается на существенных психологических и логических заблуждениях.

Прежде всего оно ссылается на психологический факт узости сознания, однако преувеличивая и ложно его истолковывая. Правда, число особых содержаний, на которых мы в каждый момент можем сосредоточить внимание, крайне ограниченно, даже при высшей концентрации интереса оно сжимается до единственного. Но неверно, что в один и тот же момент мы никогда не можем быть заняты более чем одним содержанием. Напротив, именно факт соотносящего и связывающего мышления, а также вообще всех более сложных духовных и душевных деятельностей, на которые ссылается эта теория, с очевидностью учит полной абсурдности её понимания. Если в каждый момент нашему сознанию присутствует только одно содержание, как могли бы мы заметить хотя бы простейшее отношение? Представляя один член отношения, мы либо ещё не имеем, либо уже не имеем другого в нашем сознании. Содержание, которого мы не сознаём, которое, следовательно, для нас вообще не существует, мы ведь не можем связать с единственным, которое нам присутствует и действительно дано. При таком истолковании узости сознания указание на временную последовательность соотносимых представлений, вместо того чтобы обосновывать возможность соотносящего мышления, напротив, доводило бы до очевидности его невозможность.

Но разве опыт (так, пожалуй, ответит противник) не учит, что мы действительно всегда можем иметь только одно наличное представление и что вполне возможно относить его к прошедшим? Тем, что представление прошло, оно ведь не перестаёт быть.

Легко видеть, что такой ответ покоился бы на ложном истолковании опыта. Нельзя смешивать наличные представления с представлениями о наличном, а прошедшие представления — с представлениями о прошедшем. Не всякое наличное представление, как мы должны здесь вновь подчеркнуть, есть представление о наличном. Как раз все представления, направленные на прошедшее, составляют исключение; ибо все они суть в действительности наличные представления. Вспомним, например, песню, которую мы слышали вчера: это воспоминание есть ведь наличное представление; только мы относим его к прошедшему. Имея это в виду, мы, естественно, не найдём уже никакой трудности в том, что мы можем связывать представления наличных содержаний с представлениями прошедших содержаний. Делая это, мы ведь все их имеем одновременно в нашем сознании, все они суть наличные представления. Напротив, прошедшие представления мы не можем связывать соотношением ни между собой, ни с наличными; ибо как прошедшие они невозвратимы и навсегда ушли.

Мнимая опытная данность, которую имеет в виду противник, сводилась бы, таким образом, к тому, что всякий раз, когда мы представляем множество содержаний, всегда лишь одно было бы наличным, тогда как все другие обнаруживали бы большие или меньшие временные различия. Естественно, тогда всякое целое представления, составленное из обособленных (для себя замеченных) частей, должно было бы возникать путём последовательных актов замечания и соотнесения отдельных частичных содержаний, тогда как само целое как готовое и ставшее содержало бы все части одновременно, лишь наделённые неодинаковыми временными определённостями.

Теперь, конечно, несомненно, что уже при очень умеренном числе содержаний объединяющее замечание их возможно лишь благодаря тому, что они воспринимаются последовательно или совсем малыми группами и удерживаются. Но разве при двух или трёх весьма отчётливых

содержаниях мы не обладаем способностью схватить их в одном акте и удержать связанными, без того чтобы требовался последовательный переход от одного к другому? Я не решился бы с уверенностью отрицать этот вопрос.

Как бы то ни было, мы можем признать как факт, что для возникновения представлений множеств (за исключением, может быть, некоторых немногих) и всех представлений числа временная сукцессия образует необходимое психологическое условие. Поэтому вполне правомерно, если не все, то почти все множества и числа обозначать как результаты процессов, а поскольку наша воля здесь участвует — как результаты деятельностей, операций коллекционирования или счёта.

Но это и всё, что мы можем допустить. Доказано лишь одно, и не более: что сукцессия во времени есть неотменяемое психологическое предварительное условие для образования подавляющего большинства понятий числа и конкретных множеств — так же, как и всех вообще более сложных понятий. Они имеют временное становление, и через него каждая составная часть ставшего целого получает в нашем представлении иную временную определённость. Но доказано ли этим, что временной порядок входит в содержание этих понятий или даже есть то особое отношение, которое характеризует множества как таковые по сравнению с другими понятиями соединения? Достаточно часто довольствовались такими скудными аргументациями, не думая о том, что время точно таким же образом образует основу для всякого высшего мышления, и можно было бы с тем же правом заключить, что отношение между посылками и выводом тождественно их временной последовательности. Впрочем, от этой явной несообразности уже свободна та формулировка, которую мы придали теории времени для наших целей. Её утверждение

состоит лишь в том, что случай совокупности (конкретного множества) отличается от случая любого другого сложного целого тем, что при нём наличествует простая сукцессия частичных содержаний, при других же целых — сверх

того ещё какие-либо иные связи. Она аргументирует, следовательно, не просто: поскольку счёт требует временной сукцессии представлений, число есть объединяющая форма последовательного in abstracto, но полагает также, что может показать: временная последовательность образует единственно общее во всех случаях множества и потому должна образовать основу для абстракции этого понятия.

Но и в такой формулировке мы не можем согласиться с теорией. Будь она права, тогда отсутствовало бы всякое понятное различие между понятиями множества и сукцессии, которые вряд ли кто-нибудь серьёзно станет отождествлять. Какой смысл был бы тогда говорить о множестве одновременных содержаний? Возникновение понятия временного сосуществования было бы с этой точки зрения непостижимой загадкой.

И точно так же мы можем вообще объявить безнадёжной с самого начала любую мыслимую попытку прояснить понятия множества и количества указанием на временную последовательность. Следующее простое рассмотрение доводит это до очевидности. Если временная последовательность в какой бы то ни было форме должна внести вклад в содержание названных понятий, то было бы недостаточно, чтобы она констатировалась повсюду в соответствующих конкретных случаях, — она должна была бы также действительно во всех случаях составлять предмет особого внимания. Но это, конечно, не так. Мы не всегда обращаем внимание на временные отношения, и именно поэтому мы способны различать множество просто и множество последовательных (или одновременных) содержаний. Вновь и вновь эта ошибка совершалась с одной стороны и порицалась с другой; воспринимать временно следующие друг за другом содержания ещё не значит воспринимать содержания как временно следующие друг за другом — положение, которое мы должны были подчеркнуть и относительно одновременных содержаний (с. 24). Но особо важно заметить — и это пункт, который обычно упускается, — что, даже когда мы обращаем внимание на временное следование содержаний, этим ещё отнюдь не

выделены определённые множества. Это достигается лишь известными объединяющими психическими актами. Упускать их из виду значит, как раз упускать то, что образует истинный и единственный источник понятия множества, а также понятий числа. Примеры могут всё это пояснить.

Часы отбивают однообразное тик-так; я слышу отдельные удары, но мне может и не прийти в голову обратить внимание на их временную последовательность. И даже если я на неё обращу внимание, этим ещё не выделено какое-либо число ударов, объединённых объединяющим замечанием в одну совокупность. Или другой пример: глаза блуждают по разным направлениям, фиксируя то этот, то тот предмет и таким образом последовательно вызывая многообразные представления. Но нужен особый интерес, чтобы временная последовательность была замечена для себя. А чтобы все или некоторые из замеченных предметов удержать для себя, соотнести друг с другом и объединить в одну совокупность, для этого нужны опять-таки особые интересы и особые акты замечания, направленные на эти выделенные содержания и ни на какие другие. Таким образом, даже если бы временная последовательность, в которой коллекционируются предметы, всегда замечалась, она всё ещё оставалась бы неспособной сама по себе обосновать единство коллективного целого.[1] Но поскольку мы не можем даже допустить, что временное следование входит в представление любой совокупности хотя бы как постоянная и всегда замечаемая составная часть, ясно, что тем менее оно может каким-либо образом войти в соответствующие общие понятия (множество, число).

С полным правом говорит Гербарт: «Число… не имеет с временем более общего, чем сотни других видов представлений, которые также могут быть произведены лишь постепенно»; и столь же метко, сколь и верно, Бенеке выражает ту же мысль: «То, что над счётом протекает время, не может служить доказательством: ибо над чем же не протекало бы время?».

Если бы речь шла только о том, чтобы описать феномен, наличествующий, когда мы представляем множество, тогда мы должны были бы, конечно, упомянуть временные модификации, которым подвергаются отдельные содержания, хотя на них, как правило, особо не обращают внимания. Но помимо того, что то же самое относится к любому сложному целому, вообще следует различать феномен как таковой и то, чему он служит или что он для нас означает, а соответственно и психологическое описание феномена и указание его значения. Феномен есть основа для значения, но не само значение. Если в нашем представлении имеется совокупность предметов A, B, C, D, то ввиду последовательного процесса, через который возникает целое, в итоге, возможно, только D будет дано как представление ощущения, остальные же содержания — лишь как представления фантазии, временно и в остальном содержательно модифицированным образом. Если мы, наоборот, идём от D к A, то феномен иной. Все эти различия снимает логическое значение. Модифицированные содержания служат знаками, представителями немодифицированных. Образуя представление совокупности, мы не обращаем внимания на то, что с содержаниями в ходе коллекционирования происходят изменения; мы имеем в виду действительно удержать и объединить их, и таким образом логическое содержание этого представления есть не D, недавно прошедшее C, ранее прошедшее B, вплоть до наиболее сильно изменённого A, а не что иное, как (A, B, C, D); представление охватывает каждое из содержаний без учёта временных различий и основанного на них временного порядка.

Мы видим, таким образом: время играет для наших понятий только роль психологического предварительного условия, и притом двояким образом:

1. Необходимо, чтобы частичные представления, объединённые в представлении множества или количества, присутствовали одновременно в нашем сознании.

2. Почти все представления множества и во всяком случае все представления числа суть результаты процессов, суть постепенно возникшие из элементов целые. В этом смысле каждый элемент несёт на себе иную временную определённость.

Но мы признали, что ни одновременность, ни последовательность во времени не входят каким-либо образом в содержание представлений множества и, следовательно, также числа.

Известно, что уже Аристотель, по-видимому, приводил время и число в тесную связь, определяя: время есть число движения по отношению к «раньше» и «позже». Однако лишь со времён Канта стало общепринятым подчёркивать «форму созерцания» времени как основу понятия числа. Это происходило, конечно, в гораздо большей мере в силу авторитета его имени, чем в силу силы его аргументации. Серьёзной попытки логического или психологического анализа понятия числа мы у Канта не находим. Единство, множество и всеобщность образуют, по его «Метафизике», категории количества. Число есть трансцендентальная схема количества. Подробно Кант высказывается в «Критике чистого разума» следующим образом: «Чистая схема величины (quantitatis) как понятия рассудка есть число, которое есть представление, объединяющее последовательное прибавление одного к одному (однородному). Итак, число есть не что иное, как единство синтеза многообразного в однородном созерцании вообще, благодаря тому что я произвожу само время в схватывании созерцания».[1]

Место это тёмное и не очень-то вяжется с теми объяснениями, которые Кант даёт функции схемы. Сами они, впрочем, не отличаются единообразием. Так, он говорит: «Мы хотим называть это формальное и чистое условие чувственности, на которое понятие рассудка в своём применении ограничено, схемой этого понятия рассудка…». А несколько строк дальше: «Представление… об общем способе, каким воображение доставляет понятию его образ, я называю схемой этого понятия».[1]

Если мы перенесём это последнее определение на схему количества, то должны будем сказать: число есть представление об общем способе, каким воображение доставляет понятию количества его образ. Однако под этим способом можно иметь в виду только счёт. Но разве не ясно, что «число» и «представление счёта» не одно и то же? Равным образом не так-то легко понять, как мы априори, исходя из категории количества, посредством представления времени (как общего schema всех категорий) должны дойти до отдельных определённых понятий числа; и ещё менее очевидна необходимость, которая побуждает нас приписывать конкретному множеству известное и всегда одно и то же число, которое, как мы говорим, ему присуще. Учение о схематизме чистых понятий рассудка и здесь, как и в других случаях, по-видимому, не достигает цели, ради которой оно было специально создано.

Мы можем воздержаться от перечисления философов, которые после Канта основывали понятие числа на представлении времени. Сторонники крайнего эмпиризма, как, например, Александр Бэн[2], соприкасаются здесь со сторонниками кантовского априоризма. С математической стороны следует упомянуть здесь два знаменитых имени. Сэр У. Роуэн Гамильтон называет алгебру прямо «наукой чистого времени», а также «наукой порядка в последовательности».[3] В Германии это Г. фон Гельмгольц, который в своей статье «О счёте и измерении»[1] занимает ту же позицию. Мы ещё позже найдём повод основательно заняться этой статьёй.[2]

Наконец, следует ещё заметить, что большинство исследователей, которые для развития понятий числа, а также основ арифметики клали в основу представление ряда вместо представления множества, были существенно подвержены влиянию теории времени.

Коллективный и пространственный синтез.

А. Теория Ф. А. Ланге. В то время как Кант ставил число в связь с представлением времени, Ф. А. Ланге полагает, что всё то, что у Канта делает время, гораздо проще и надёжнее можно вывести из представления пространства. «Уже Бауман, — говорит он, — показал, что число гораздо лучше согласуется с представлением пространства, чем с представлением времени… Древнейшие выражения для числительных обозначают, насколько мы знаем их смысл, повсюду предметы в пространстве с определёнными свойствами, которые соответствуют числу, так, например, четырёхугольность — числу четыре. Мы видим из этого также, что число первоначально возникает не путём систематического прибавления одного к одному и т. д., но что

каждое из меньших чисел, лежащих в основе позднее возникающей системы, образуется особым актом синтеза созерцаний, после чего лишь позднее распознаются отношения чисел друг к другу, возможность сложения и т. д.»[3]

«Представлению пространства свойственно, что внутри великого, всеобъемлющего синтеза многообразного можно с лёгкостью и надёжностью выделять меньшие единства разнообразнейших видов. Пространство поэтому есть прообраз не только непрерывных, но и дискретных величин, а к этим последним принадлежит число, тогда как время мы едва ли можем мыслить иначе как континуум. К свойствам пространства принадлежат далее не только отношения, которые имеют место между линиями и поверхностями геометрических фигур, но не менее того и отношения порядка и положения дискретных величин. Если такие дискретные величины рассматриваются как однородные между собой и объединяются новым актом синтеза, то возникает число как сумма».

«Каждое понятие числа, — говорит Ланге в другом месте, — мы получаем первоначально как чувственно определённый образ группы предметов, будь то хотя бы наши пальцы или шарики и пуговицы счётной машины».

Нашей критике не придётся долго искать отправных точек. Особое негодование вызывает последняя цитата; ибо хорошо известное нам общее понятие числа предстаёт здесь как индивидуальный феномен, как чувственно определённый образ группы пространственных вещей. Впрочем, здесь, возможно, имеет место лишь неточное выражение; мнение, вероятно, состоит в том, что число есть нечто замечаемое на таких группах способом чувственного свойства и выделяемое через абстракцию. Здесь отчётливо проявляется влияние Дж. Ст. Милля, который, как мы слышали выше,[3] рассматривает число как чувственное свойство, ставя его в параллель с цветностью, весомостью и т. п. Но если Милль от дальнейшего объяснения различия чисел явно отказывается, рассматривая его, по-видимому, как нечто последнее, далее не определимое — точно так же, как именно различие цвета или веса, — то Ланге полагает, что может указать его источник в природе и свойствах пространственного представления. Синтез, на котором основывается понятие числа (в нашей терминологии — «коллективная связь»), есть для него синтез пространственных созерцаний. Совершенно так же, как геометрия, должна, соответственно, и арифметика основываться на пространственном созерцании. Особенности этого последнего должны якобы обосновывать очевидную истинность арифметических аксиом и присущий им характер абсолютной необходимости.

Эта теория поражает смелостью, с которой она противостоит ясному свидетельству внутреннего опыта. Разве только пространственно распределённые содержания считаемы, тотчас спросят? Разве мы не говорим, например, о четырёх кардинальных добродетелях, о двух посылках умозаключения? Какое пространственное положение или порядок у каких-либо психических актов или состояний, когда мы их считаем, есть основа обозначения числа?

Перед этим возражением Ланге, конечно, не отступил бы; ведь он сводит не только математическое, но всё логическое мышление к пространственному созерцанию, всё психическое у него локализовано. Здесь не место подвергать это своеобразное воззрение, которое представляется мне совершенно несостоятельным, всеобъемлющей критике. Должны быть подчёркнуты лишь те пункты, которые специально касаются арифметических проблем.

Даже если бы мы допустили основное воззрение Ланге, относительно представления пространства было бы доказано не более того, что раньше было уступлено относительно представления времени; оно образовало бы неотменяемое психологическое предварительное условие для возникновения понятия числа, но не более и не иначе, чем для возникновения всех других понятий. Но если бы даже всем содержаниям, которые мы мысленно связываем, была присуща пространственная определённость, всё равно оставалось бы различие: представлять пространственно определённые содержания и представлять содержания согласно их пространственным определённостям. Правда, этим ещё не решено, не вносит ли тем не менее представление про-

странства особого вклада в содержание понятия числа. Легко видеть, что это не так. Представим себе на каком-либо примере, как мы коллективно объединяем или считаем пространственные объекты. Обращаем ли мы при этом всегда и необходимо внимание на отношения положения и порядка? Конечно, нет. Бесконечно много положений и порядков, число же остаётся неизменным. Два яблока остаются двумя яблоками, приближаем ли мы их или удаляем, сдвигаем ли вправо или влево, вверх или вниз. Число ведь не имеет ничего общего с пространственным положением. Пусть даже отношения положения и порядка при представлении множества пространственных предметов имплицитно сопредставляются в феномене; достоверно, что при объединении и счёте они не образуют предметов выделяющего интереса и не определяют содержания понятия числа.

Ланге подчёркивает, однако, не только пространственную природу считаемых содержаний и их пространственные отношения; по нему, чтобы возникло представление числа, отдельные содержания должны также рассматриваться как однородные между собой и объединяться особым актом синтеза в единство. Первую часть утверждения мы оставим без решения; вопрос о том, необходимо ли со счётом рука об руку идёт сравнение, должен быть позже тщательно рассмотрен. Важнее для нас второй пункт — указание на особые акты синтеза, через которые возникают представления числа. Ланге, таким образом, по-видимому, сам чувствовал, что «всеобъемлющего синтеза» пространства, иными словами, пространственных отношений или связей, недостаточно, чтобы охарактеризовать объединение считаемых содержаний в числе. Тем не менее он далёк от ясного понимания, так как неоднократно называет представление пространства «прообразом всякого синтеза» и в частности «прообразом дискретных величин» (а к ним принадлежит число). Неясность мысли выдаёт себя уже в расплывчатости выражений. Что должно означать это своеобразное выражение «прообраз»? Вероятно, имеется в виду некое образное сходство. Но как может быть образное сходство между синтезом «дискретных величин» (т. е. множества и числа), состоящим в объединяющем психическом акте, и синтезом пространственного представления, который есть связь частей созерцания, т. е. связь в содержании представления?

Воззрение Ланге станет нам несколько понятнее, если мы обратим внимание на контекст, в котором находятся цитированные места. Он касается вопросов о возникновении и содержании представлений числа по поводу обширных метафизических рассмотрений о введённом Кантом «весьма чреватом последствиями понятии синтеза». Несколько замечаний об учении Канта о синтезе, к которому примыкает Ланге, будут здесь уместны, тем более что они представляют интерес и для характеризуемого нами коллективного синтеза.

Термин «синтез» (связь) Кант употребляет в двояком смысле: во-первых, в смысле единства частей целого — будь то части протяжения, будь то свойства вещи, будь то единицы числа и т. д.; во-вторых, в смысле духовной деятельности («действия рассудка») связывания. Здесь речь идёт об эквивокации путём переноса; ибо оба значения стоят у Канта в тесной связи благодаря тому, что, по его мнению, всякое целое, какого бы рода оно ни было, есть возникшее через самодеятельность духа из своих частей. Синтез означает для него, таким образом, одновременно связывание (акт отношения) и результат связывания (содержание отношения). Смешивая оба значения, он доходит до того, что обозначает связь вообще — даже там, где могла иметься в виду лишь связь в смысле первичного содержания представления — прямо как «actus самодеятельности», как «действие рассудка».[1] Благодаря этому становится понятным и своеобразное воззрение Канта на возникновение представления связи. Если всякая связь существует только через связывающие акты и только в них заключается её единство, то само собой разумеется, что представление связи могло быть достигнуто только через рефлексию о таких актах. Таково и мнение Канта. Правда, мы обычно выражаемся так, как будто отношения и связи присущи самим объектам, как будто при отношениях дело обстоит не иначе, чем при абсолютных содержаниях, — лишь пассивное восприятие и замечание. По Канту, это лишь

видимость. Он прямо говорит: «Связь же не находится в предметах и не может быть заимствована из них через восприятие и тем самым впервые принята в рассудок, но есть только действие рассудка, который сам есть не что иное, как способность априори связывать…».[2] И точно так же в другом месте: «…что мы не можем ничего представлять как в объекте связанное, без того чтобы мы сами предварительно не связали его, и что среди всех представлений связь есть единственное, которое не дано через объекты, а может быть произведено только самим субъектом, ибо оно есть actus его самодеятельности».[1]

От этого кантовского учения исходит Ланге. Упомянутую эквивокацию в понятии синтеза он не устранил, и она, без сомнения, немало способствовала многообразным неясностям его собственных построений. Так, он говорит, с одной стороны, о синтетических понятиях, о синтезе пространственного представления и т. п., а с другой — о синтезе как «творческом акте нашего духа», об особых актах синтеза созерцаний, которые доставляют представления числа и т. д.[2] В другом отношении он, однако, немало отклоняется от кантовского понимания, согласно которому понятие синтеза приобретается не через анализ и абстракцию из первичных содержаний, а только в отношении к рассудочному действию связывания. Ланге, возможно, исходил из наблюдения, что это воззрение находится в известном противоречии с опытом. При большинстве сложных представлений, когда они даны нам аналитически, мы очень хорошо замечаем связь их частичных содержаний, но ничего не замечаем о составляющей, впервые создающей эту содержательную связанность деятельности. Например, связь цвета и протяжённости вещи не есть и не имплицирует представления психической активности, но есть нечто, принадлежащее самому созерцанию и в нём замечаемое. То же самое относится к отношениям расстояния, направления и т. д. Если Ланге хотел всё же удержать кантовскую мысль, что всякая связь покоится на связывающей деятельности, то оставалось лишь предположить, что в таких случаях связывающая деятельность, хотя мы ничего о ней не воспринимаем, всё же наличествует, т. е. что она бессознательна, тогда как то, что она творчески производит, — представление связи — попадает в наше сознание. Во всяком случае, это тот путь, на который вступает Ланге, и он следует по нему до крайности. Представление связи мы приобретаем, по нему, как и всякое другое представление, через анализ и абстракцию из первичных содержаний. Что же касается синтетических актов, которые Кант исключительно и односторонне подчёркивал и которыми якобы впервые создаются содержательные связи, то они переносятся в трансцендентальный фон жизни, предшествующий сознанию, почему они, естественно, не могут содействовать возникновению понятия связи.

Как и Кант, Ланге преследует здесь главным образом метафизические тенденции. Само сознание и вместе с ним субъективность должны возникнуть из бессознательных впечатлений лишь через процесс высшего синтеза. Так объясняется единство сознания. Ему соответствует теперь как высший синтез содержания сознания «всеобъемлющий синтез» пространственного представления, ибо «пространство есть форма всех объектов» (с. 148). Как далее тот высший синтез объективируется в целом пространственного представления, так и каждый отдельный синтетический акт объективируется в наглядных синтезах пространственных образов. Всякая связь есть, следовательно, в сущности пространственная связь и отношение. В представлении пространства, говорит Ланге прямо, «мы находим созерцание для понятий связи и разделения, эквивалентности и отношений целого к его частям, вещи к её свойствам». Поэтому всё логическое и математическое мышление есть мышление в пространственных образах; поэтому в частности пространство повсюду есть «источник всего априорного». Действительно, в априорных науках (формальной логике и математике) всякий раз речь идёт о продвижении внутри цепи взаимосвязанных отношений. Каждая аксиома судит об отношениях между отношениями. Если теперь пространство есть форма всякого содержания в том смысле, что не только никакое абсолютное содержание, но и никакое содержание отношения немыслимо без того, чтобы не иметь своей наглядной основы в свойствах пространственного представления, в его

отношениях и связях, то тогда, конечно, при всяком априорном познании представление пространства вмешивается как необходимое посредствующее звено.

После всего этого понятны своеобразные выражения Ланге, что пространство есть прообраз всякого синтеза и в частности прообраз чисел; понятно, какая значительная роль предназначена представлению пространства не только для возникновения представлений числа, но и для всей философской теории арифметической науки как априорной и, следовательно, основывающейся на пространственном созерцании.

Я намеренно вдался в изложение воззрений Ланге гораздо глубже, чем это было необходимо для наших ближайших целей. Последующая критика, хотя она и отражает исключительно интересующие нас здесь пункты, опровергает также и лангеевскую теорию арифметического познания — теорию, которая, как известно, создала школу и ввиду дальнейших целей наших исследований не могла быть обойдена.

Учение о синтезе, с которым мы только что познакомились, несостоятельно и покоится на существенных недоразумениях. Кант упустил, что многие содержательные связи даны нам, при которых о синтетической, впервые создающей содержательную связанность деятельности ничего не заметно. Ланге же вовсе не принимает во внимание те случаи, где сложные представления своей единственностью обязаны исключительно синтетическим актам, тогда как в первичном содержании связь не наличествует или не принимается в расчёт. По нему всякая связь должна иметь место в содержании, и притом в силу объемлющей весь материал пространственной формы. Это ложно. Как раз понятия множества и числа противятся этому пониманию. Связь коллекционированных содержаний во множестве, сосчитанных в числе не есть пространственная связь, сколь мало она может быть понята как временная (и, как мы можем тотчас добавить, сколь мало — как какая-либо иная связь в первичном содержании). Если пространство есть всеобъемлющая форма, то оно объединяет не только только что сосчитанные, но и эти со всеми вообще наличными содержаниями. Что же составляет, например, особое единство только что образованной коллекции из пяти вещей, в силу которого их именно пять? И каковы бы ни были связи этих пяти вещей — можем ли мы не в следующий момент выделить из них посредством объединяющего акта интереса лишь две, три или четыре, нимало не затрагивая фактически наличные содержательные связи (например, расстояния, физические связи и т. п.)?

Видно, что синтез наших понятий лежит не в содержании, а только в известных синтетических актах и потому может быть замечен только в рефлексии о них. Сам Ланге, должно быть, это чувствовал, так как придаёт вес особым актам синтеза созерцаний. Но как это вяжется с его остальными учениями? Эти акты ведь нельзя понимать, как нечто пространственное. Во всяком случае, было бы чистой абсурдностью предполагать такое.

Итак, ясно, что ни понятия числа, ни числовые отношения, а тем более вся арифметика не имеют ничего общего с пространственным представлением. Положение, что пространство есть прообраз чисел, как мы его ни верти, не имеет значения. Нет смысла говорить об образном сходстве, поскольку на одной стороне — синтез в содержании, на другой — активный синтез; нет также смысла искать в пространстве наглядную основу для представлений числа и числовых отношений.

Наконец, мы должны ещё спросить, откуда мы должны взять понятие синтетических актов, с которым и Ланге так много оперирует, если вся синтетическая деятельность переносится в бессознательное потустороннее, результат же её — представление связи — в первичное содержание сознания, из которого мы его просто извлекаем через анализ и абстракцию. При этом следует также подчеркнуть, что всё лежащее в основе как у Ланге, так и у Канта воззрение, будто содержание отношения есть результат акта отношения, психологически несостоятельно. Внутренний опыт — и только он здесь решающий — не учит ничему о таких творческих процессах. Наша духовная деятельность не создаёт отношений; они просто наличествуют и при

надлежащей направленности интереса замечаются так же, как и любые другие содержания. В собственном смысле творческие акты, которые как отличный от них результат создавали бы какое-либо новое содержание, суть психологические нелепости. Правда, вообще различают соотносящую духовную деятельность и само отношение (сравнение и равенство и т. п.). Но где говорят о такого рода соотносящей деятельности, там разумеют либо схватывание содержания отношения, либо выделяющий и охватывающий интерес к членам отношения — необходимое предварительное условие для того, чтобы связывающие эти содержания отношения стали заметны. Но как бы то ни было, никогда нельзя будет утверждать, что соответствующий акт творчески порождает своё содержание.

Быть может, нам ответят, как раз указанием на синтетические акты, которые мы констатировали выше при представлениях числа и которые, как мы ещё увидим, тождественны нашим «коллективным» связям. При них-де именно акт один создаёт связь. — В известном смысле это, пожалуй, верно. Связь состоит именно единственно и исключительно в самом объединяющем акте, а, следовательно, и представление связи — в представлении акта. Но не состоит наряду с актом некое отличное от него самого содержание отношения как его творческий результат, как это повсюду предполагает отвергаемое нами воззрение.

Остался ещё не рассмотренным только один аргумент, а именно что древнейшие выражения для числительных указывают на предметы в пространстве со свойствами, соответствующими числу. Было бы весьма рискованно заключать отсюда, что человеческий интеллект при всяком счёте необходимо был ограничен пространственностью, после того как столь близко лежат другие объяснения. Люди на более примитивных ступенях культуры находили поводы считать лишь группы пространственных объектов, и потому их понятие числа могло совпадать с тем, которое мы теперь можем обозначить лишь сложным именем «количество пространственных объектов». Более развитая культура переняла старые слова, значение которых тем временем путём метафорического переноса расширилось далеко за пределы пространственной области. Как большинство понятий, и понятия числа проделали историческое развитие.

B. Теория Баумана. Аналогичные заблуждения относительно сущности понятий числа встречаются и у Баумана, который немало повлиял на теорию арифметических понятий и познаний Ланге. Бауман неоднократно и живо подчёркивает участие нашей психической активности в образовании понятий числа. Он говорит, например: «Объединение 1, 1, 1 в 3 есть новый акт духа, непонятный тому, кто не может его совершить, т. е. простое видение одного и одного и одного предмета ещё не даёт числа 3, но это новое объединение должно быть сначала произведено». Так возникают арифметические понятия вообще — как числа, так и вычислительных операций — через «духовное делание, которое можно возбудить и постичь лишь во внутреннем созерцании». В то время как мы таким образом порождаем в себе «чисто духовные представления математики», внешний опыт, с другой стороны, должен «носить в себе математическое независимо от нашего духа и являть его неоспоримо», обстоятельство, которым Бауман объясняет применимость математики к внешнему миру. В частности, о числе говорится, что оно «в пространстве содержится так же хорошо и даже больше, чем во времени». «Мы находим число вновь во внешнем мире, применяем его согласно его указаниям, и оно оправдывает себя на практике, т. е. через успех вычисления. Оно так вместе с пространством и повсюду в нём; поэтому и геометрия сводится к арифметическим выражениям». На последние цитаты Ланге прямо ссылался.

«Математическому в нас» соответствует, таким образом, по Бауману математическое вне нас, и это последнее познаётся через первое в полном согласии с древним изречением Эмпедокла: «Подобное познаётся подобным». Поскольку эта теория касается чисел, а нас здесь интересует только это, она покоится на ошибочном понимании процесса абстракции, доставляющего эти понятия. Конечно, Бауман имеет в виду нечто верное, столь энергично подчёркивая внутреннее делание при образовании числа. Несомненно, что при образовании чисел, как и

множеств in concreto, речь идёт не о пассивном восприятии или лишь выделяющем замечании какого-либо содержания; если где-либо, то здесь налицо спонтанные деятельности, которые мы связываем с содержаниями. По произволу и интересу мы можем объединять обособленные содержания, от только что объединённых вновь опускать содержания или добавлять новые. Единый интерес, охватывающий все содержания и связывающий их, и одновременно с ним и в нём (в том взаимном проникновении, которое свойственно психическим актам) акт единого схватывания выделяет содержания, и интенциональный объект этого акта есть именно представление множества или совокупности этих содержаний. Таким образом содержания одновременно и вместе наличествуют, они суть одно, и с рефлексией об этом объединении обособленных содержаний через тот сложный психический акт возникают общие понятия множества и определённого числа.

Если всё это соответствует истине, то ясно, что Бауман исходит из верных замечаний, но приходит к несостоятельным выводам. С одной стороны, числа должны быть в известном смысле чисто духовными творениями; и это действительно так, поскольку числа покоятся на психических деятельностях, которые мы осуществляем над содержаниями. В этом отношении у Баумана встречается немало метких наблюдений, и, таким образом, его понимание, по-видимому, находится в наилучшем согласии с нашим. Но если бы это действительно было так, если бы Бауман хотел утверждать не более и не иное, как то, что в понятия числа входят понятия духовных деятельностей, — как было бы возможно, что он, с другой стороны, учит о нахождении числа во внешнем мире, о совместном бытии в пространстве и с пространством?

При внешних деятельностях, конечно, различают деятельность и произведение, которое она создаёт и которое может продолжать существовать вовне, тогда как сама она давно исчезла. Но психические деятельности, обосновывающие понятия числа, создают в них ведь не новые первичные содержания, которые, отделившись от порождающих деятельностей, могли бы быть вновь найдены в пространстве или во внешнем мире.

Каким образом все мыслимые числа, которые мы можем сосчитать через произвольно комбинирующее объединение пространственных содержаний, должны содержаться в пространстве? Наглядно наличное, что мы находим в пространстве и можем заметить, — это ведь не числа сами по себе, а лишь пространственные предметы и их пространственные отношения. Но этим ещё не дано никакого числа; а где нам дано число, там не пространственные синтезы и не могут быть ими — те, что производят объединение сосчитанного как такового. Совместное бытие предметов в пространстве ещё не есть коллективное объединение в нашем представлении, которое существенно для числа. Какие внешние предметы и сколько их мы коллекционируем и считаем — это зависит единственно от нашего интереса, и потому объединение коллекционированного определяется и совершается только психическим актом описанного рода. Искать числа в пространстве после всего этого кажется не менее абсурдным, чем искать в нём суждения, акты воли, желания и т. п. Пространственные объекты — это в крайнем случае содержания таких актов, но не сами эти акты; пространственные объекты — это в крайнем случае сосчитанные предметы, но не числа. Это то же самое заблуждение, в которое впал Ланге, когда объявил пространственное созерцание прообразом как всякого синтеза, так и синтеза чисел, и которое вообще лежит в основе его учения о синтезе.

Примечание. Совершенно новым и своеобразным образом число и пространственное созерцание ставятся в связь в статье В. Брикса «Математическое понятие числа и его формы развития».[1] «Число пространственного созерцания» должно представлять первую, примитивную форму понятия числа и наряду с «числом временного созерцания» — «совершенно разнородную и самостоятельную стадию в генетическом развитии» последнего. «Правда, число на этой ступени ещё не есть понятие… Оно есть скорее не что иное, как известная схема восприятия, некий род формы созерцания в кантовском смысле. Ибо оно ещё полностью привязано к предметам восприятия, т. е. на этой ступени развития считают не три, четыре, пять, а, напри-

мер, три дома, четыре лошади и т. д. Поэтому оно и не требует ещё никакой абстракции, а состоит всецело, как выражается дю Буа-Реймон, в представлении об отделённости предметов восприятия. Оно, таким образом, почти совпадает с пространственным созерцанием, так как пространство является определённым именно через отдельные предметы, которые объединяются в представлении числа».

Брикс отнёсся к психологии понятия числа несколько слишком легко. Что означает ведь в выражениях «три дома», «три лошади», «три яблока» и т. д. словечко «три»? Представление об отделённости предметов? Хорошо, тогда эта повсюду однородная отделённость как таковая должна была быть замечена для себя, и абстракция налицо. Общее слово без понятийной подосновы было бы также странным психологическим и логическим открытием. Впрочем, легко видеть, что объяснение коллективной связи пространственных объектов как их пространственной отделённости несостоятельно, ибо оно подвержено возражению, которое мы должны были настойчиво повторять против рассмотренных до сих пор теорий. Если мы из n данных пространственных вещей по произволу и в произвольном выборе мысленно выделяем 2, 3, …, n—1 — я говорю мысленно, ибо физически мы их ведь не сдвигаем с места — и считаем их, меняется ли от этого что-либо в пространственном созерцании, например, (рассматриваемая Бриксом как положительный момент его) «отделённость предметов восприятия»? Постановка этого вопроса достаточна, чтобы уяснить несостоятельность воззрения. И как отличаются два, три, четыре пространственных содержания как два, три, четыре друг от друга? Пространственная отделённость ведь не допускает никакого специфического различения, идущего параллельно числу. Прекрасные философские термины «схема восприятия», «форма созерцания» лишь помогают скрыть неясность мыслей, и мы совершенно не знаем, что делать со странным замечанием, что эта форма созерцания пространственного числа почти совпадает с пространственным созерцанием.

Как, впрочем, согласовать это утверждение с тем, что на той же странице статьи Брикса следует далее: что «число здесь имеет значение лишь определения для пространства соответствующего восприятия», — оставим на этом. Одно место однако ещё найдёт здесь своё место: «Способность осуществлять такие <числовые> представления должно поэтому, пожалуй, признать за большинством высших организмов — быть может, не совсем необоснованно было бы предположение, что она связана со способностью зрения, — ибо и животные, как подчёркивает дю Буа-Реймон, защищаются против нескольких врагов иначе, чем против одного врага, и утка, — как подчёркивает Ганкель, — считает своих утят».[1] Видно, что эти достойные математики совершают здесь грубое смешение представления определённого множества физических индивидов и представления их числа; удивительно лишь, что Брикс следует за ними в этом.

Коллигировать, считать и различать.

Гораздо научнее и правдоподобнее всех тех теорий, которые до сих пор критиковались относительно возникновения понятий множества и количества, является та, к разработке которой мы теперь переходим. Но чтобы с полной ясностью выступило, выполняет ли она то, что обещает, я постараюсь придать ей по возможности последовательное завершение и охотнее откажусь от того, чтобы непосредственно связывать моё изложение и критику с какой-либо из форм, в которых она фактически выдвигалась тем или иным выдающимся автором. Следующая аргументация, пожалуй, имеет много видимости в свою пользу.

О множестве может идти речь только там, где наличествуют различные друг от друга предметы. Будь они все тождественны, мы имели бы не множество предметов, а именно лишь один предмет. Но эти различия должны были быть также замечены, иначе различные предметы для нашего схватывания образовали бы лишь нерасчленённое целое, и мы снова не нашли бы никакой возможности прийти к представлению множества. Итак, представления различия существенно принадлежат к представлению любой совокупности. Поскольку далее мы отличаем каждый отдельный предмет совокупности от других, вместе с представлением различия

необходимо дано и представление тождества каждого предмета с самим собой. В представлении конкретного множества, следовательно, каждый отдельный предмет мыслится как отличный от всех других, а также как тождественный с собой.

Установив это, кажется, что и возникновение общего понятия множества лежит теперь ясно на виду. Что иное могло бы во всех случаях, когда мы говорим о множестве, быть ещё общим, как не эти представления различия и тождества, после того как известно, что при абстракции понятия множества дело совершенно не зависит от особенностей отдельных содержаний? Мы получаем, таким образом, исходя из какого-либо конкретного множества, общее понятие множества, отличая каждый предмет от каждого другого и при этом совершенно абстрагируясь от особого качества конкретно данных содержаний, рассматривая каждый лишь как нечто с самим собой тождественное. Таким образом возникает понятие множества как бы пустая форма различия.

Но вместе с понятием множества тотчас дано и понятие единства, и его содержание без труда развивается из вышеизложенных рассмотрений. Поскольку мы в строгом смысле слова считаем, т. е. совершаем абстракцию числа, мы подводим каждую подлежащую счёту вещь под понятие единства, рассматриваем её просто как одну. Этим сказано не более как именно это: мы рассматриваем каждую просто как нечто с самим собой тождественное и от всех других отличное. Как различение и установление тождества суть неотделимые друг от друга, взаимно обусловливающие функции, так и образованные в рефлексии об этих функциях общие понятия множества и единства суть зависимые, коррелятивные понятия.

Из понятия пустой формы различия возникают через многообразные детерминации, которые оно допускает, понятия числа. Они суть, таким образом, не что иное, как классификационно обособленные общие формы различия.

Мысли такого или подобного рода находим мы особенно действенными в логических произведениях Джевонса, Зигварта и Шуппе. Так, Шуппе объясняет, «что сущность числа неопределима, потому что она непосредственно вытекает из принципа тождества. С этим принципом непосредственно положено одно и другое, поскольку одно отличается от другого. В этом, следовательно, дано множество или множественность…» «Красное не есть зелёное и не есть синее, а не есть ни b, ни c, и b не есть ни a, ни c, и c не есть ни a, ни b. Эти суждения простейшего рода образуют при предицировании числа предпосылку, и можно, чтобы выразить тот же самый смысл, вместо простого различения высказывать число: красное, зелёное и синее суть — не одно, а три; можно также полнее сказать три различных или три различных цвета, но это излишняя отчётливость…; суть три цвета говорит то же, что три различных цвета. Что я не могу различить, того я не могу считать — это одно». — Число, или высказывание множественности определённым или неопределённым числительным, «утверждает только различие, не называя различий».

Несколько ближе к вышеразвитой теории стоит Джевонс: «Number is but another name for diversity. Exact identity is unity, and with difference arises plurality». «Plurality arises when and only when we detect difference». Здесь, как видно, «number» взято в более широком смысле, как равнозначное «plurality».

Относительно рода абстракции, которая здесь наличествует, тот же автор говорит: «There will now be little difficulty in forming a clear notion of the nature of numerical abstraction. It consists in abstracting the character of the difference from which plurality arises, retaining merely the fact… Abstract number, then, is the empty form of difference; the abstract number three asserts the existence of marks without specifying their kind». «Three sounds differ from three colours, or three riders from three horses; but they agree in respect of the variety of marks by which they can be discriminated. The symbols 1 + 1 + 1 are thus the empty marks asserting the existence of discrimination».[1]

Однако у Джевонса недостаёт более глубокого психологического обоснования, которое мы выше попытались дать, главным образом свободно используя намёки Зигварта.

На первый взгляд кажется, что теория такого рода построена на несомненно прочных основаниях, и потому критика могла бы сначала придраться лишь к неопределённости результатов. Что множество или количество в более широком и неопределённом смысле есть не что иное, как «пустая форма различия», с этим ещё можно было бы примириться. Но эта всеобщность ещё недостаточна, чтобы резко разграничить друг от друга содержания отчётливо различных понятий числа: два, три, четыре и т. д. «Пустые формы различия» — все они. Что отличает три от двух, четыре от трёх и т. д.? Должны ли мы дать сомнительный ответ: при двух мы замечаем одно отношение различия, при трёх — два, при четырёх — три и т. д.?

Ответ, который даёт нам последняя из цитированных мест, очевидно, весьма скуден. Это «variety of marks» означает либо опять-таки число, либо «форму различия». Но чем характеризуются психологически эти формы друг относительно друга, так что они могут быть схвачены в своих особых определённостях, ясно отличены друг от друга и соответственно названы разными именами? Здесь заключается существенное несовершенство теории; посмотрим, можно ли его устранить.

Для простоты рассмотрим лишь совокупность из трёх предметов A, B, C. В представление этой совокупности должны, по той теории, входить отношения различия:

AB, BC, CA

(дуги могут обозначать эти отношения); они вместе даны в нашем сознании и производят объединение предметов в коллективное целое. Какие бы содержания мы ни подставляли вместо A, B и C, эти различия всегда останутся как каким-либо образом определённые; они образуют, следовательно, «форму» различия, характерную для числа три.

Здесь, однако, возникают известные возражения. Если эти отношения различия вместе в нашем представлении, тогда, если основное воззрение теории правильно, каждое из этих представлений различия должно было быть воспринято как тождественное с собой и различное от каждого другого; ибо если бы, например, AB и BC не были познаны как различные, они слились бы неразличимо, и тогда, как легко видеть, и их основания не могли бы выступать в представлении совокупности как различные друг от друга. Следовательно, и все различия различий должны быть в нашем представлении, т. е.:

AB BC; BC CA; CA AB;

но и относительно них было бы справедливо то же самое, и т. д.

Итак, чтобы овладеть «формой различия», мы приходим к изрядному regressus in infinitum.

Но есть ещё один выход, через который можно избежать этого следствия. Если мы, можно возразить, различающе переходим от A к B и от этого к C, тогда новое различение C от A уже не требуется; а именно, связывая оба различия AB и BC, объединённые одним основанием B, посредством высшего акта различения, тем самым исключается возможность того, что C и A сольются. Так получается в качестве истинной схемы:

ABC

Что бы теперь ни означали A, B и C, эта схематическая картина указывает на повсюду однородный процесс. Абстрагируем поэтому от особенностей отдельных содержаний, удерживая каждое лишь как как-либо определённое, — тогда мы имеем здесь искомую форму, общую всем множествам из трёх содержаний, в силу которой мы приписываем им также число три.

Таким образом можно было бы составить все формы различия,[1] которые должны образовать основу наименований чисел. Так, например, AB была бы схемой простейшего числа — два; она выражала бы, что во всех случаях, где наличествует двойка, дан один предмет и ещё один отличный от него предмет. Приписывая конкретной совокупности число два, мы этим

сказали бы: мы направляем внимание лишь на то, что налично одно содержание и ещё другое содержание; оно не покоилось бы на особенности различия, а на простом факте такового.

Схематическая форма для числа четыре была бы:

ABCD

и теперь легко усмотреть, как эти формы далее усложняются. Всегда наличествуют различия, которые граничат друг с другом (т. е. имеют общее основание) и тем самым позволяют в целом посредством различающих актов высшего порядка быть в конце концов охваченными в одном-единственном акте.

Эти схемы должны были бы считаться отображениями тех духовных процессов, которые имеют место при представлении какой-либо совокупности или двух, трёх, четырёх и т. д. содержаний, и в рефлексии об этих духовных процессах, хорошая характеристичность различия которых должна была бы быть внутренне замечена, возникали бы понятия числа.

Так оказывается, что несовершенства, к которым выше придралась наша критика, вполне устранимы. Более того. Более тонкая разработка, которую теория получила теперь, по-видимому, непосредственно влечёт за собой в качестве сопутствующего успеха решение многих вопросов, напрашивающихся относительно понятий числа.

Так, например, чрезвычайно быстро возрастающая сложность этих форм сделала бы нам понятным, почему мы обладаем собственными представлениями только о меньших числах, тогда как большие мы способны мыслить лишь символически, некоторым образом окольными путями.

Независимость количества от порядка считаемых предметов была бы тотчас приведена к очевидности при взгляде на схематическую форму. Форма ведь очевидно остаётся неизменной, как бы A, B, C, … ни были переставлены между собой. Так можно было бы привести ещё многое в пользу теории. Но особенно важное подтверждение её, кажется, предлагает языковой узус. В том же смысле мы говорим: A и B суть различные вещи — суть две вещи. Красное, зелёное и синее суть три, это означает, что они не одна, а три различные краски. Но «суть излишняя отчётливость и выразительность: суть три цвета говорит то же, что три различных цвета». Так понимает и Шуппе — ибо это его пример — языковой узус как полностью гармонирующий с истолкованием понятия числа через различие.

После всего этого кажется, что здесь имеет место хорошо обоснованная и последовательно проведённая теория, вправе претендующая на согласие. Тем не менее глубоко проникающее исследование учит, что она несостоятельна. Если против последовательности построения уже нельзя выдвинуть основательного возражения, то её психологический фундамент не выдерживает строгой критики.

Правильно, что о совокупности может идти речь только там, где наличествуют отличные друг от друга содержания. Но неверно утверждение, которое к этому присоединяется: эти различия должны были быть представлены как таковые, иначе в нашем представлении была бы лишь неразличимая единица, а не множество. Важно различать: «заметить два различных содержания» и «заметить два содержания как различные друг от друга». В первом случае мы имеем — при условии, что содержания одновременно объединены в единство, — представление совокупности, во втором — представление различия. Наше схватывание направлено там, где дана совокупность, сначала лишь на абсолютные содержания (а именно те, которые её составляют); там же, где дано представление различия (или комплекс таковых), — на отношения между содержаниями. Верно лишь то, что там, где воспринимается множество предметов, мы всегда вправе на основании отдельных содержаний выносить очевидные суждения, гласящие, что каждое из содержаний отлично от каждого другого; но неверно, что мы должны эти суждения выносить.

Относительно понятий «различать» и «различие» вообще господствуют многообразные неясности, возникшие из известных эквивокаций и немало способствовавшие заблуждениям, которых я здесь касаюсь.

1. «Различие» или «различность» означает результат сравнения. Сравнение может дать результат, что рассматриваемые содержания равны или что они различны, т. е. не равны. Здесь различие означает, следовательно, нечто негативное, простое отсутствие равенства. В этом смысле говорят о сравнении и различении как о принадлежащих друг другу, тесно связанных деятельностях. И действительно, повсюду, где речь идёт о произвольном сравнении, встречаются результаты обоих родов; выносятся утвердительные суждения, признающие равенства, и по другим направлениям — отрицательные, отвергающие таковые. На это утверждение равенств относится теперь выражение «сравнивать», на отрицание равенств — выражение «различать» при употреблении сочетания «сравнивать и различать».

В том случае, когда сравнение содержаний в известном отношении приводит к результату неравенства, может, однако, случиться, что будет замечено по крайней мере сходство или «возрастание» и т. п.; это хорошо охарактеризованные классы отношений, при которых, совсем как в случае равенства, представление отношения репрезентирует реальное положительное содержание представления. Называли теперь и эти отношения отношениями различия, и в частности имя «различие» или «различность» употребляется для расстояний в континуумах. Мы говорим в этом смысле о различиях места, времени, интенсивности и качества (различие двух цветов, тонов, запахов и т. д.). Это более узкое значение тех терминов привело теперь, наоборот, к тому, что и простые случаи неравенства, поскольку они назывались различиями, понимались так, как будто они суть первичные отношения (ср. с. 68), т. е. будто при них отношение лежит в содержании представления, тогда как в действительности не дано ничего сверх очевидного негативного суждения, которое отрицает наличие такого (а именно отношения равенства).

С практической точки зрения сравнения может всегда быть полезно подвести все результаты, к которым оно может привести, под две рубрики: равенство и различие; однако не следует упускать из виду, что тогда под последней рубрикой вместе стоят классы отношений, чуждые друг другу по своей феноменальной природе, тогда как сверх того часть их находится в близком родстве с отношениями равенства, отнесёнными под другую главную рубрику. С психологической точки зрения к одному классу принадлежат отношения сходства, равенства, метафизической связи и т. д., словом, все отношения, которые несут характер феноменов представления в более узком смысле (т. е. первичных содержаний, а не представленных психических актов).[2] К ним же не принадлежит различие в широчайшем смысле; ибо оно не есть непосредственно замечаемое вместе с основаниями содержание представления, а вынесенное на основании их или представленное как вынесенное негативное суждение.

2. Имя «различать» употребляется, однако, ещё в другом значении, которое связано с анализом. Соответственно этому «различённым» называется то, что выделено через анализ и особо замечено, а «различать» — столько же, сколько «обособлять», «анализировать».

Исследуя теперь условия, благоприятствующие анализу, обнаружили, что множество частичных содержаний тем легче и надёжнее выделяется, чем больше их различия друг от друга и от окружения по числу и степени (или расстоянию). Эти рефлексии, состоявшие в сравнениях и различениях уже проанализированных содержаний, часто склоняли к ошибочному воззрению, будто и процесс различения в смысле анализа есть такая же деятельность различения (в смысле различения сравненных содержаний). Тогда заключали: чтобы несколько содержаний могли сохраниться в сознании как выделенные, т. е. проанализированные, для себя замеченные, они должны мыслиться как различные друг от друга, т. е. сравненные и особо охарактеризованные по своим различиям. Это ложно, даже явно абсурдно. Деятельность суждения различения с очевидностью предполагает уже выделенные, для себя замеченные содер-

жания; следовательно, эти содержания не могли стать заметными только благодаря тому, что были друг от друга отличены.

Это заблуждение и совершает отвергаемая нами теория, аргументируя: различия между предметами множества должны были быть замечены как таковые, иначе мы в нашем представлении никогда не вышли бы за пределы нерасчленённого единства и о множестве не было бы речи; следовательно, представления различия должны быть explizite содержимы в представлении множества.

Верно: если бы содержания не были отличны друг от друга, не было бы множества. Верно также: различия, если они были расстояниями, должны были превысить известную меру; иначе не наступил бы анализ. Но неверна предпосылка, будто каждое содержание становится особым, т. е. для себя замеченным, лишь через схватывание его различий от других содержаний; тогда как очевидно, что всякое представление различия уже предполагает в качестве своих оснований для себя замеченные и в этом смысле различные содержания.

Чтобы возникло конкретное представление совокупности, требуется лишь, чтобы каждое из охватываемых им содержаний было для себя замеченным, выделенным; однако нет никакой безусловной необходимости обращать внимание на различия содержаний, хотя это будет случаться достаточно часто.

Совершенно аналогичное тому, что было сказано относительно представления различия, относится и к представлению тождества. И то и другое суть понятия, возникающие из рефлексии об известных деятельностях суждения; деятельности суждения, которые имеют широкое значение в практической жизни и могут также идти параллельно представлению множества. Но что они делают это всегда и необходимо, что они вообще репрезентируют «постоянные, повторяющиеся в каждом акте мышления деятельности», в которых «реализуется тождественное себе самосознание, одинаковое во всех актах…», и прежде всего, что понятия единства, множества, определённого числа приобретаются в отношении к ним, — всё это мы не можем считать обоснованным предложенными нам аргументациями. Здесь, как и в других случаях при анализе элементарных понятий, слишком поддавались искушению рассматривать результаты последующих рефлексий об их содержании как нечто изначально в нём содержащееся или как необходимый момент его развития.

Если теперь и оказалась несостоятельной столь убедительная на первый взгляд аргументация, которая, казалось, с неизбежной необходимостью толкала к теории различия, то этим ещё не решён вопрос, не образуют ли всё же представления различия существенные составные части понятий числа. Пока опровергнуто лишь воззрение, будто представление множества in concreto не может возникнуть без того, чтобы отдельные объекты были сначала разграничены различающими деятельностями суждения. Отсюда следует лишь то, что ни в коем случае не существует так сказать априорной необходимости при развитии понятий числа прибегать к представлениям различия и в качестве следствия отождествлять эти понятия с теми пирамидально надстроенными друг над другом различиями высшего порядка. Всё же было бы ещё мыслимо, что направленность интереса при образовании числа обращена как раз на различия подлежащих счёту объектов.

Решающим является, однако, указание на внутренний опыт. Он со всей ясностью показывает, что ни представление конкретного множества, ни представление соответствующего числа необходимо не включают в себя эксплицитных представлений о различиях между сосчитанными отдельными содержаниями. О различиях в смысле расстояний здесь во всяком случае не могло бы быть речи, поскольку совершенно разнородные содержания могут быть объединены и сосчитаны, тогда как между разнородными содержаниями отношения расстояния не существуют. Итак, оставались бы только те представления различия, какие возникают из сравнения и предполагают рефлексию на отрицательные суждения. Но о таких деятельностях суждения, через которые отдельные содержания должны были бы постигаться как отличающиеся друг от

друга, когда мы их считаем, внутренний опыт нам ничего не показывает; тем менее, чтобы он обнаружил след тех ступенчато друг на друге основанных различений высшего порядка, к допущению которых вынуждало бы последовательное развитие теории различия. Несомненно, что мы во всякое время можем сделать отдельные содержания фундаментами различений; не менее несомненно, однако, что эти различения не суть то, что имеется в виду при счёте. Различение, с одной стороны, и объединение, и счёт, с другой — совершенно различные духовные деятельности. Требуется только одно и не более: чтобы подлежащие счёту содержания были выделенными (т. е. замеченными для себя), но не в каком-либо смысле отличающимися друг от друга. Друзья бессознательных психических деятельностей могут, пожалуй, переместить различающие акты, которые мы здесь отрицаем, в туманную область бессознательного; там тогда нашли бы своё место и описанные «формы различия». Но настолько, думаю я, ясно, что те бессознательные психические механизмы не могли бы ни внести чего-либо в содержание нашего сознательного представления числа, ни быть в состоянии объяснить хоть малейшее относительно возникновения этих представлений.

Остаётся ещё только разрешить последний аргумент, который, казалось, особенно благоприятно располагал в пользу теории различия, а именно подтверждающее указание на некоторые эквивалентности языкового употребления. «Красный, зелёный и синий суть три цвета» говорит то же самое, что: «суть три различных цвета»; более того, излишнюю отчётливость и подчёркнутость, по мнению Шуппе,1 имплицирует последняя форма высказывания. Пожалуй, не совсем с полным правом. Стоит только обратить внимание на особое ударение на числительном, которое необходимо, чтобы смысл обоих высказываний действительно стал одинаковым. «Красный, зелёный и синий суть три цвета» выражает уже совсем иной смысл. Для отвращения угрожающего смешения нескольких содержаний может ведь служить и подчёркивание их количества; ибо без различия нет числа. Это — перенесённая функция этого понятия, приспособленная к совершенно специальной цели. Скажем мы: «Красный и зелёный суть два контрастирующих цвета», то число уже не имеет этой особой функции. Различие в известном смысле заключается в этом, но выразить его не составляет особого намерения. И тому же учат другие примеры, которые можно произвольно умножать. Сатурн имеет восемь лун и три кольца. Этот стержень имеет длину в десять метров и т. д. Итак, неверно, «что число только утверждает различие, не называя его». Язык, впрочем, обладает особыми формами числительных, в которых эта цель образует существенную часть значения, — так называемыми видовыми числительными: одного рода, двух родов и т. п.; очевидно, что их отнюдь не везде можно заменить основными числительными один, два и т. д.

Критическое добавление. Выше среди главных представителей теории различия мы назвали наряду с Джевонсом и Шуппе также и Зигварта. И действительно, им неоднократно выдвигались основные мысли этой теории. Этим, однако, не должно быть утверждаемо, что его взгляд на содержание понятий числа полностью совпадает с вышеизложенным развитием. Когда он говорит: «Все понятия числа суть, таким образом, лишь в всё более высоких синтезах совершающиеся развития формальных функций, которые мы вообще упражняем в каждом акте мышления через полагание единства и различение»,1 то тут ещё можно, пожалуй, вспомнить о выведенных ранее формах различия. То же относится и к другому месту: «Ибо то, что полагается тождественным и отличается от другого, тем самым полагается так же, как и это другое, в качестве единого; и поскольку мы эти взаимосвязанные функции возвышаем до сознания в их отношении друг к другу, вместе с понятием единицы возникает и понятие двух, а тем самым и основа всех понятий числа». В других местах, однако, говорится о «различении и объединении отдельных актов перехода от одного к другому», о сознании «переходов сознания» и само счисление обозначается как «всеобщая форма сознательного продвижения от одной единицы к другой». Итак, у Зигварта наряду с актами полагания тождества и различения в понятия числа входят ещё и другие, не учтённые нами выше элементы; у него

эти синтезы или составления, по-видимому, состоят не только в различающих актах высшей ступени, как мы их предполагали при последовательном построении форм различия. Тем не менее во многих местах своей логики он отстаивает как раз существенные мысли теории различия. Различение и полагание тождества должны, по нему, быть деятельностями, которые мы совершаем при каждом представлении объектов; это — «простые, между собой связанные акты», «через которые вообще впервые многое и различное доходит до нашего сознания». Не менее ясно выражает то же мнение и другое место: «То, что несколько различных объектов находятся в сознании, предполагает, пожалуй, различение; но сначала до сознания доходит лишь результат этой функции, состоящий в рядоположности нескольких объектов, каждый из которых удерживается сам по себе». Здесь мы находим полностью тот взгляд, который мы только что опровергли. Различение и полагание тождества не могут иметь той функции, которую приписывает им Зигварт. Там, где точки отношения ещё не разделены, где ещё не наличествует многое и различное, там никакая относящая деятельность, а, следовательно, и деятельность различения и сравнения, не имеет никакой возможности вступить в силу. Различение и полагание тождества суть деятельности суждения, практическое назначение которых в связи нашего мышления, как мне кажется, лежит в совершенно ином направлении. A тождественно с самим собой, то есть A не есть B, C, D, ..., а именно A. Такая рефлексия направлена на то, чтобы предотвратить смешения A с другими содержаниями, — цель, которая достигается тем, что отыскиваются и выдвигаются «различия» A от B, C, D, ... (т. е. характерные признаки, которые ему присущи, а другим нет). Но пока этот процесс развивается, A, B, C, D, ... уже присутствуют в сознании как отделённые друг от друга содержания, и отнюдь не его задача — впервые разделять то, что изначально есть тождественное единое, и таким образом через разделение единиц впервые делать возможным множество. Что именно заключающаяся в выражениях «различать» и «различие» двусмысленность, которая связывает два должным образом различаемых понятия (анализирование и судящее различение), ввела Зигварта в заблуждение, — это, вероятно, достаточно ясно следует из цитированных мест.

Впрочем, достаточно странно, что сам Зигварт иногда замечает правильное соотношение, поскольку он почти ту же самую ошибку порицает у Ульрици.1 Ввиду этого склонны будут предположить, что Зигварт, когда он говорит о различении, в конце концов имел в виду не судящую деятельность, а ту, которую мы противопоставляем судящему различению как анализирующее выделение. Однако я нахожу невозможным удержать такое толкование. Различение Зигварт неоднократно ставит рядом со сравнением как психические деятельности, с рефлексией на которые должны быть получены понятия равенства и различия. Так, например, как раз в продолжение последнего из цитированных на стр. 61 мест говорится: «Представление различия... развивается лишь тогда, когда различение совершается с сознанием и на эту деятельность рефлектируется». Немыслимо, чтобы здесь имелись в виду иные психические деятельности, кроме актов суждения, в которых мы постигаем различия или, соответственно, равенства. Во всяком случае, не могло бы приниматься в расчёт анализирование; ибо оно вообще не есть психическая деятельность в собственном смысле слова, т. е. такая, которая подпадала бы под область рефлексии. Следует различать психическое происшествие и психический акт. Психические акты — это представление, утверждение, отрицание, любовь, ненависть, воление и т. п., о которых нам даёт сведение внутреннее восприятие (reflection Локка). Совершенно иначе обстоит дело с анализированием. Никто не может внутренне воспринять анализирующую деятельность. Мы можем сделать опыт, что сначала неанализированное содержание затем становится анализированным; там, где прежде было одно содержание, теперь замечается множество. Но больше, чем это post hoc, внутренне констатировать нельзя. О психической деятельности, через которую из неанализированного единства впервые возникает множество, внутреннее восприятие ничего не учит. Но факт наступившего анализа доходит до нашего сведения тем, что мы сравниваем воспоминательное представление неанализированного целого с насто-

ящим представлением анализированного. Такого рода акты сравнения и различения и выступают, однако они предполагают уже совершённый анализ. Если всё это правильно, то лишено всякой почвы такое понимание, которое хотело бы заставить понятия различия, множества и числа возникнуть через рефлексию на деятельности различения в смысле анализирования. Тем самым это также не есть путь, чтобы, перетолковывая, укрепить построения Зигварта и вместо развитой выше сконструировать новую и более состоятельную теорию различия числа.

ГЛАВА III. Психологическая природа коллективной связи.

Обзор.

Обратим теперь взгляд на наши предшествующие рассмотрения и их результаты.

Мы поставили себе задачей показать происхождение понятий множества и числа. Для этой цели необходимо было точно всмотреться в конкретные явления, от которых они абстрагируются. Эти явления лежали ясно перед нами как конкретные множества или совокупности (Inbegriffe). Однако казалось, что особые трудности встают на пути перехода от них к общим понятиям. Что особое качество отдельных объектов, объединённых в форме множества, не может ничего внести в содержание соответствующего общего понятия, — это стало ясно прежде всего. Единственное, что могло приниматься в расчёт при образовании этого понятия, — это связь объектов в едином представлении их совокупности. Речь шла теперь о более точной характеристике этого способа связи. Но именно это казалось делом не столь лёгким. В самом деле, мы познакомились с рядом теорий о происхождении и содержании понятий множества и числа, которые все потерпели крушение на недоразумениях относительно синтезов, здесь наличествующих. Первая характеризовала коллективную связь как простую принадлежность одному сознанию. Она была явно недостаточна, но обратила наше внимание на важное психологическое предварительное условие: каждое коллигированное содержание должно быть замечено для себя. Нам уже было внушено также рассматривать объединение содержаний как опосредованное особыми актами сознания. В этом нас снова и снова укрепляла критика трёх следующих теорий, которые полагали, что смогут добраться до основания наших понятий через «формы созерцания» времени и пространства. При этом мы познакомились со временем как психологическим предварительным условием числа. Последняя рассмотренная нами теория, единственная, которой присуща подлинная научность, была теория различия. Она с самого начала исходила из известных психических актов, но это были акты различения, которые более глубоко проникающая критика не могла признать в качестве синтетических актов, вступающих в действие для коллектива и числа.

Коллекция — особый способ связи.

Какие же возможности остаются ещё? Мы ещё не исследовали все виды отношений — не найдёт ли коллективная связь своё место среди оставшихся? Однако от детального рассмотрения отдельных видов отношений мы избавлены по легко усмотримым причинам. Поскольку мы знаем, что самые разнородные содержания могут быть объединены коллективным образом, то без рассмотрения отпадают все отношения, область применения которых ограничена природой особых содержаний; следовательно, отношения вида сходства, возрастания, непрерывной связи и т. п. Более того, кажется, что вообще ни один из известных видов отношений не может удовлетворить поставленным требованиям, после того как исключены временные отношения и отношения различия. Самое большее, можно было бы ещё подумать об отношениях равенства; ибо как бы сильно два содержания ни отличались друг от друга, всегда можно будет указать точку зрения, в которой они равны. Действительно, многие полагали (более того, большинство исследователей придерживается этого взгляда), что относительно происхождения понятий числа необходимо прибегнуть к отношениям равенства. Этим мы займёмся позже (ср. гл. VIII). Здесь же достаточно краткого замечания, что равенства, которые мы, возможно, обнаружим между коллигированными содержаниями, несомненно не могут образовать тот цемент, который осуществляет синтез объектов, удерживаемых вместе в представлении совокупности; ибо коллекция не предполагает никакого сравнения. Например, когда мы мыслим совокуп-

ность часов, чернил и пера, нам не нужно сначала сравнивать эти содержания; напротив, чтобы быть в состоянии это сделать, мы должны уже их коллигировать.

Итак, по-видимому, не остаётся ничего другого, как для коллективной связи потребовать новый, от всех других чётко отделённый класс отношений. За это говорит и положительно внутренний опыт. Когда мы «со»-мыслим отдельные содержания в роде совокупности, то это «со» не может быть разложено на какие-либо иные отношения и определено через них.

То же самое должно найти своё подтверждение в следующих рассмотрениях, которые направлены на то, чтобы ещё ближе охарактеризовать коллективную связь в её своеобразии по сравнению с другими отношениями.

К теории отношений.

Поскольку я не в состоянии опереться на твёрдо обоснованную и признанную теорию отношений, я вынужден вставить здесь несколько общих замечаний, касающихся этой весьма тёмной главы описательной психологии.

Прежде всего будет полезно договориться о термине «отношение». Что во всех случаях, когда мы говорим об «отношении», есть общего, ради чего именно это имя употребляется? На это даёт нам Дж. Ст. Милль в примечании к психологическому труду своего отца следующий понятный и по существу достаточный ответ: «Any objects, whether physical or mental, are related, or are in a relation, to one another, in virtue of any complex state of consciousness into which they both enter; even if it be a no more complex state of consciousness than that of merely thinking of them together. And they are related to each other in as many different ways, or in other words, they stand in as many distinct relations to one another, as there are specifically distinct states of consciousness of which they both form parts».[1]

К этому пусть будут добавлены некоторые дополняющие замечания. Выражение «состояние сознания» (state of mind) здесь не следует понимать как психический акт, но нужно брать в самом широком смысле, так что по объёму своего значения оно прямо совпадает с «феноменом». — В приведённых предложениях Милль, собственно говоря, определил только понятие «состоять в отношении». Что же должно пониматься под «отношением»? Что это не праздный вопрос, видно уже из того, что сам Милль колеблется в своей терминологии. Он неоднократно обозначает то сложное состояние сознания, о котором шла речь выше, как «фундамент отношения», тогда как под «отношением» просто понимает относительные атрибуты, которые должны быть образованы в рефлексии на фундамент.[1] Но случается также, что он о самом фундаменте заявляет, что тот составляет отношение; чем, конечно, это имя становится двусмысленным.[2] Чтобы зафиксировать наше словоупотребление, установим, что под «отношением» следует понимать тот сложный феномен, который образует основу для образования относительных атрибутов, а под «фундаментом отношения» (в согласии с ныне вообще обычным словоупотреблением) — каждое из соотносимых содержаний.

Замечу ещё, что определение в одном отношении несколько узко, поскольку оно говорит об отношениях только между двумя фундаментами. Но существуют и отношения между несколькими фундаментами, причём также простые, как мы сейчас же покажем.

Для целей разделения отношений можно было бы прежде всего взять в качестве руководства качество содержаний, которые они соотносят (т. е. «фундаментов»). Однако такое разделение оставалось бы на поверхности. В самых различных областях мы находим отношения, имеющие один и тот же характер. Так, равенства, сходства и т. п. встречаются как в области первичных содержаний («физических феноменов»), так и в области психических актов («психических феноменов»).[3]

Но можно, и это более глубокий принцип разделения, классифицировать отношения также по их собственному феноменальному характеру. С этой точки зрения получаются многообразные разделения отношений, среди прочих — на следующие два главных класса:

1. Отношения, обладающие характером первичных содержаний («физических феноменов» в смысле, определённом Фр. Брентано).

Каждое отношение покоится на «фундаментах», оно есть сложный феномен, который определённым (не поддающимся ближайшему описанию) образом объемлет частичные феномены; но отнюдь не каждое отношение объемлет свои фундаменты интенционально, т. е. тем специфически определённым способом, каким «психический феномен» (акт замечания, воления и т. п.) объемлет своё содержание (замеченное, желаемое и т. п.). Сравним, например, способ, каким представление, которое мы называем сходством двух содержаний, включает их самих, с каким-либо случаем интенционального существования, и мы должны будем признать, что речь идёт о совершенно различных способах включения. Поэтому и сходство не подводится под понятие «психических феноменов»; ввиду этого оно скорее принадлежит к первичным содержаниям. То же относится и к другим отношениям, например, к равенству, возрастанию, непрерывной связи (связи частей континуума), «метафизической» связи (связи свойств, как цвета с пространственной протяжённостью), логическому включению (как цвета в красноте) и т. д. Каждое из этих отношений репрезентирует особый вид первичных содержаний (в положенном здесь в основу значении этого термина) и в этом отношении принадлежит к тому же главному классу.

Замечу ещё определённо, что здесь вовсе не важно, являются ли сами фундаменты первичными содержаниями или какими-либо психическими феноменами (представленными психическими состояниями). Также и те равенства, сходства и т. п., которые мы воспринимаем между психическими актами или состояниями (суждениями, актами воли и т. п.), в рассматриваемом отношении имеют характер первичных содержаний, только они выступают по поводу тех психических феноменов и обоснованы в них.

Не совсем неуместно можно было бы отношения этого класса, как принадлежащие к первичным содержаниям, кратко обозначить именем первичных отношений; только нужно было бы остерегаться недоразумения, будто при этом всегда речь идёт об отношениях между первичными содержаниями, тогда как, как только что было подчёркнуто, это вовсе не важно.

2. На другой стороне стоит второй главный класс отношений, который характеризуется тем, что здесь феномен отношения является психическим. Если на несколько содержаний направлен единый психический акт, то ввиду него содержания связаны или соотнесены друг с другом.

Совершая такой акт, мы, естественно, тщетно искали бы в содержании представления, которое он включает, какое-либо отношение или связь (разве что сверх того было бы ещё первичное отношение). Содержания здесь именно только объединены актом, и потому лишь через особую рефлексию на него это объединение может быть замечено.

В качестве примера можно привлечь любой акт представления, суждения, чувства или воления, который направлен на множество содержаний. О каждом из этих психических актов мы можем в согласии с определением Милля сказать, что он ставит содержания в отношение друг к другу. В частности, сюда относится, например, рассмотренное ранее отношение различия в самом широком смысле, при котором два содержания ставятся в отношение через очевидное отрицательное суждение.

Характерное различие обоих классов отношений можно обозначить также тем, что первичные отношения в известном смысле принадлежат к содержанию представления той же ступени, что и их фундаменты, психические же — нет. Представляя фундаменты, в первом случае отношение непосредственно дано вместе с ними как момент того же содержания представления. Во втором же случае, случае психического отношения, для представления отношения требуется сначала представление, рефлектирующее на соотносящий акт. Непосредственное содержание последнего есть акт, устанавливающий отношение, и лишь через его посредство оно

направляется на фундаменты. Соотносимые содержания и отношение образуют, таким образом, в известной мере содержания различных ступеней.

Другое разделение отношений, которое для нас принимается в расчёт, — это известное разделение на простые и составные отношения. Часто при этом за решающий принимается ложный принцип разделения. Отношения между двумя фундаментами будто бы простые, между более чем двумя фундаментами — составные. Между тем простое число ведь не обосновывает никакого существенного различия, но может самое большее косвенно указывать на таковое, и притом здесь это должно было бы быть различие простоты и составности отношений в собственном смысле этих терминов. Действительно, более глубокое основание для того, чтобы приводить число в качестве различающего признака, лежало в считавшемся само собой разумеющимся взгляде, что как каждое составное отношение как комплекс отношений необходимо включает более двух фундаментов, так и, наоборот, каждое отношение с более чем двумя фундаментами необходимо есть комплекс отношений, и притом таких, которые имеют место между каждыми двумя из фундаментов.

Всё это я не могу считать правильным. С одной стороны, между двумя фундаментами существуют отношения, которые составны, — стоит только подумать об отношении конечных членов ряда, — с другой стороны, при более чем двух фундаментах существуют отношения, которые просты, и как раз к ним мы должны будем после причислить коллективную связь между сколь угодно многими членами. Впрочем, и пример чувственного равенства может послужить, чтобы сделать очевидной по крайней мере возможность отношений последнего рода. Равенство между более чем двумя чувственными объектами мы можем при благоприятных и часто реализуемых обстоятельствах охватить одним взглядом, без того чтобы мы заметили малейшее из того большого многообразия простых отношений, которые могут быть осуществлены между каждыми двумя из объектов. Число их уже при малых (ещё собственно представимых) множествах было бы не поддающимся охвату в едином акте; при шести объектах — пятнадцать, при семи — двадцать одно отношение и так далее возрастая. Этим, конечно, ещё не исключено, что такое равенство тем не менее есть составное отношение. Если оно и не таково в роде комплекса отношений, в котором элементарные отношения содержатся как для себя замеченные составные части, то оно могло бы быть таковым в роде слияния отношений,[2] в неанализированном единстве которого элементарные отношения сначала присутствовали бы как незамеченные факторы. Но это не самоочевидно. Что отношение сначала является простым, во всяком случае достаточно доказывает возможность простых отношений с более чем двумя фундаментами. Одновременно видно, что и взгляд, будто каждое отношение может непосредственно связывать только два и не более фундаментов, не оправдан.

Наиболее подходящими определениями здесь, вероятно, будут следующие: отношения, которые сами в свою очередь составлены из отношений, называются составными; отношения, к которым это не относится, — простыми.

Психологическая характеристика коллективной связи.

После этого экскурса в теорию отношений вернёмся теперь снова к тем особым отношениям, характеристика которых составляет нашу цель, и поставим сначала вопрос: являются ли отношения, объединяющие предметы совокупности и названные нами коллективными связями, первичными отношениями в выше уточнённом смысле, как, например, метафизические и непрерывные связи, или мы должны, может быть, причислить их к классу психических отношений? Точнее выражаясь: содержатся ли коллективные связи в содержании представления совокупности как частичные феномены наглядно и особо замечаемы, как, например, метафизические связи в метафизическом целом, или же в самом содержании представления ничего не заметно о связи, но лишь в психическом акте, который объединяюще объемлет части?

Сравним, чтобы решить этот вопрос, сначала совокупность с каким-либо первичным целым представления.

Чтобы заметить в таком целом связующие отношения, необходим анализ. Если речь идёт, например, о целом представления, которое мы называем розой, то мы получаем через анализ последовательно различные части её: листья, стебель и т. д. (физические части); затем цвет, его интенсивность, запах и т. д. (свойства). Каждая часть выделяется через особое замечание и удерживается вместе с уже выделенными. Как ближайший результат анализа получается, как мы видим, совокупность, а именно совокупность для себя замеченных частей целого. К этому присоединяются, однако, ещё, ввиду объединения частей в наглядном целом, связующие отношения как особые и специфически определённые первичные содержания отношений; в нашем примере — непрерывные связи листьев или, в свою очередь, совсем иначе охарактеризованные связи свойств, как красноты и пространственной протяжённости, и т. д. Так связующие отношения получаются в известной мере как то большее по сравнению с простой совокупностью, которая, кажется, только удерживает части, но не связывает их. Что же отличает, таким образом, случай этих первичных связей от случая коллективных? Очевидно, то, что в первом случае наглядно в содержании представления заметно объединение, во втором же — нет.

Тому же учит и сравнение коллективной связи с отношениями равенства, сходства, возрастания и т. п. (которые внутри класса первичных отношений образуют психологически хорошо охарактеризованную группу, подобно связующим отношениям). Хотя они не «связывают» содержания, лежащие в их основе как фундамент, они всё же образуют первичные содержания, и снова по сравнению с ними коллективная связь является в известной мере случаем отсутствия отношения. И так ведь говорят о «несвязанных» или «лишённых отношения» содержаниях тогда, когда речь идёт о том, чтобы подчеркнуть отсутствие первичных отношений содержаний вообще или таких, на которые как раз направлен ведущий интерес. В этом случае содержания именно только «со»-мыслятся, т. е. мыслятся как совокупность. Отнюдь же они не являются действительно несвязанными, лишёнными отношения. Напротив, они связаны удерживающим их психическим актом. Только в содержании его отсутствует всякое заметное объединение.

И следующее обстоятельство показывает, что между коллективной связью и всеми первичными отношениями содержаний существует существенное различие, которое может найти своё объяснение только в том, что первая вообще не должна причисляться к первичным отношениям. Каждое отношение покоится на фундаментах и известным образом зависит от них. Но тогда как при всех отношениях содержаний изменчивость фундаментов, допустимая для сохранения отношения по роду, ограничена, при коллективной связи каждый фундамент может варьироваться совершенно неограниченно и произвольно, и отношение всё же сохраняется. То же относится и к отношению различия в самом широком смысле. Не каждое содержание может мыслиться с каждым другим как сходное, непрерывно связанное и т. п.; но всегда — как различное и как коллективно объединённое. В обоих случаях отношение лежит именно не непосредственно в самих феноменах, но в известной мере внешне по отношению к ним.

Итак, многие свидетельства и прежде всего сам внутренний опыт говорят за то, что мы должны решиться на второе понимание, согласно которому коллективное объединение не дано наглядно в содержании представления, но имеет своё существование только в известных психических актах, объединяюще объемлющих содержания, — результат, который нам неоднократно навязывался и в критических обсуждениях предыдущей главы.

Очевидно, здесь может идти речь только об элементарных актах, которые способны охватывать все и всякие содержания, сколь бы разнородны они ни были. Внимательное рассмотрение феноменов учит теперь следующему:

Совокупность возникает благодаря тому, что единый интерес и вместе с ним одновременно единое замечание выделяет и объемлет различные содержания для себя. Поэтому и коллективная связь может быть постигнута только через рефлексию на психический акт, через который осуществляется совокупность.

Полнейшее подтверждение нашему пониманию снова предоставляет внутренний опыт. Спросим, в чём состоит связь, когда мы мыслим, например, множество столь разнородных вещей, как краснота, луна и Наполеон, — мы получим ответ, что она состоит лишь в том, что мы мыслим эти содержания вместе, в одном акте.

Для дальнейшей характеристики коллективной связи пусть послужит ещё следующее. Для постижения каждого из коллигированных содержаний требуется особый психический акт; их объединение требует затем нового, который, очевидно, включает в себя те расчленяющие акты, образуя, таким образом, психический акт второго порядка. Если множество представляется при посредстве подгрупп, как когда мы представляем множество из шести объектов в форме 3 + 3 или 2 + 2 + 2, то образование каждой подгруппы требует психического акта второго порядка, следовательно, охватывающее их всех коллективное единство должно быть установлено психическим актом третьего порядка. Как получается, что мы, несмотря на эту компликацию направленных друг на друга актов, часто предпочитаем такой способ представления, должно занять нас в ходе XI главы.

Поскольку коллективная связь представляет особый вид отношения, само собой разумеется, что по меньшей мере двучленные коллекции обладают характером простых отношений. Как же обстоит дело с многочленными коллекциями? Являются ли они, может быть, комплексами или тканями из коллективных связей между каждыми двумя из их членов? Я полагаю, что нет. Коллигирующий акт объемлет все члены без коллективных особых сцеплений, и там, где мы думаем заметить таковые, более точное рассмотрение всегда показывает, что это гетерогенные сцепления, конкурирующие с коллекцией. Так обстоит дело, например, когда мы последовательно предпринимаем почленное постижение, благодаря чему член с членом связывается рядоположно. От этой временной связи мы должны абстрагироваться, если хотим получить коллективную связь в чистом виде. — Здесь нельзя будет также отстаивать взгляд, что единство общей коллекции представляет слияние, в котором элементарные коллекции образуют сначала неразличённые моменты; ибо и через последующий анализ мы их не находим, разве что снова их совершаем. Поэтому мы рассматриваем коллективную связь сколь угодно многих фундаментов также как простое отношение.

Коллективная связь играет для всей нашей духовной жизни в высшей степени значительную роль. Каждый сложный феномен, предполагающий для себя замеченные части, каждая высшая деятельность духа и чувства требует, чтобы вообще возникнуть, коллективных связей частичных феноменов. Никогда не могло бы дойти даже до представления более простого отношения (например, равенства, сходства и т. п.), если бы единый интерес и вместе с ним акт замечания не выделял и не удерживал объединённо фундаменты вместе. Это психическое отношение есть, таким образом, неизбежное психологическое предварительное условие для каждого отношения и связи вообще.

В силу элементарной природы коллективной связи естественно, что она должна была найти своё выражение и в обыденном языке. В этом отношении синкатегорематическое словечко «и» удовлетворяло всем практическим потребностям. Само по себе оно не имеет значения; но где оно соединяет два или несколько имён, там оно указывает на коллективную связь названных содержаний. Что язык народа не обладает самостоятельным именем для понятия коллективной связи, не должно нас удивлять; на него направлен лишь исключительный, научный интерес. Постоянные цели мышления и речи требуют именно только языковой фиксации обстоятельства, что данные содержания связаны коллективным образом, и это для нашего языка совершенно адекватно выполняет союз «и».

ГЛАВА IV. Анализ понятия числа по происхождению и содержанию.

Завершение анализа понятия множества.

После того как мы установили психологическую природу коллективной связи, мы можем довести до завершения нашу задачу — показать происхождение и содержание понятий множества, числа, а также отдельных понятий числа.

Для понимания возникновения понятия множества мы уже существенно подготовились в начале наших исследований (гл. I, стр. 17—20). Через рефлексию на психический акт, который производит единство связанных в совокупность содержаний, мы достигаем абстрактного представления коллективной связи, и при его посредстве мы образуем понятие множества как понятие целого, которое связывает части чисто коллективным образом.

Поскольку выражения «целое» и «часть» часто употребляются в более узком объёме, чем здесь, и легко могли бы нести с собой мысль о более тесной, лежащей в самом первичном содержании связи, которая здесь отнюдь не имеется в виду, мы хотим выразить наш результат ещё и иным способом. Представление, можем мы сказать, подпадает под понятие множества, поскольку оно связывает какие-либо для себя замеченные содержания коллективным образом. После того как мы нашли источник, из которого проистекает коллективная связь, и отождествили её с известными психическими актами, относительно нашего понятия едва ли ещё может существовать какая-либо неясность.

Лишь один пункт, касающийся, однако, более терминологии, мог бы вызвать сомнения. К чему, можно было бы спросить, вообще ещё различаются термины, а значит и понятия множества и коллективной связи? Поскольку во всех случаях, где говорят о множестве, нет ничего иного общего, кроме коллективной связи, то оба понятия ведь тождественны. Мы быстро договоримся, если только обратим внимание на заключающуюся в термине «понятие» двусмысленность. Если мы под «понятием» понимаем лежащий в основе имени абстракт, тогда действительно существует тождество обоих понятий. Но это не доказывает, что теперь и оба имени однозначны. Если именно под «понятиями» мы понимаем мысленные корреляты имён, тогда они здесь действительно различны и разделяющая терминология оправдана. Ибо: где бы мы ни употребляли имя «множество», за редкими исключениями, предметом интереса является не коллективная связь как таковая, но коллективное целое. Она репрезентирует тот абстракт, который лежит в основе общего понятия множества или коллективного целого, следовательно, пожалуй, «значение» имени «множество» в смысле логики; но это «значение» ещё не составляет всего логического содержания имени. Всё понятие, которое ему соответствует, есть понятие «нечто, что обладает этим абстрактным моментом коллективной связи». Так понятое, понятие коллективной связи образует существеннейшую составную часть понятия множества, без того чтобы оба были тождественны. Подобным же образом обстоит дело и в остальном с общими именами. Когда мы говорим о человеке вообще, тогда мы имеем понятие нечто, что обладает теми и этими абстрактными признаками. Если мы хотим направить особый интерес на объединение этих признаков для себя, тогда мы должны сказать: абстракт «человек». Двусмысленно выражение «понятие человек», оно может означать и то и другое: общее и абстрактное понятие. — В виде исключения, впрочем, имя «множество» понимается и само по себе в абстрактном смысле. Так, выдающиеся психологи, как Лотце и Штумпф, говорят о множестве как об отношении, причём, очевидно, не может иметься в виду ничего иного, кроме коллективной связи. Введением термина «коллективная связь» мы устранили эту двусмысленность.

Мы можем выразить содержание понятия множества ещё и иным способом, который важен для наших дальнейших анализов. Для этой цели мы должны несколько точнее расчленить своеобразный процесс абстракции, который даёт это понятие.

Ни одно понятие не может мыслиться без обоснования в конкретном созерцании. Так и мы, когда представляем общее понятие множества, всегда имеем в сознании созерцание какого-либо конкретного множества, на котором мы абстрагируем общее понятие. Каким же образом происходит эта абстракция? От особенностей коллигированных отдельных содержаний, как мы установили, следует полностью абстрагироваться, но вместе с тем удерживать их связь. В этом, кажется, заключается трудность, если не психологическая невозможность. Если мы серьёзно осуществим ту абстракцию, тогда вместе с отдельными содержаниями исчезнет, естественно, и коллективная связь, вместо того чтобы остаться в качестве понятийного экстракта.

Решение лежит близко. Отвлечься от чего-либо или абстрагироваться означает лишь: не обращать на это особого внимания. Выполнение требования полностью абстрагироваться от содержательных особенностей, следовательно, отнюдь не имеет эффекта, будто содержания и вместе с ними их связь исчезают из нашего сознания. Постижение содержаний и их коллекция суть, естественно, предварительное условие абстракции. При ней же выделяющий интерес направлен не на содержания, но исключительно на их мыслительную связь — это всё, что имеется в виду.

Абстракцию, которую нужно совершить, можно теперь описать следующим образом: какие-либо определённые отдельные содержания даны в коллективной связи; абстрагирующе переходя теперь к общему понятию, мы не обращаем на них внимания как на так и так определённые содержания; главный интерес концентрируется скорее на их коллективной связи, тогда как они сами рассматриваются и замечаются лишь как какие-либо содержания, каждое как нечто, как какое-нибудь одно.

Этот результат мы хотим использовать, связав его с более ранним замечанием, согласно которому коллективная связь в языковом выражении может быть указана союзом «и» совершенно ясным и понятным образом. Множество вообще, так можем мы теперь выразиться совсем просто и без всякого описания, есть не что иное, как: нечто и нечто, и нечто и т. д.; или какое-нибудь одно и какое-нибудь одно и какое-нибудь одно и т. д.; или короче: один и один и один и т. д.

Понятие «нечто».

Мы видим таким образом, что понятие множества вместе и в понятии коллективной связи содержит также и понятие «нечто». Поэтому наша задача — точнее охарактеризовать это понятие по содержанию и происхождению.

«Нечто» есть имя, которое подходит к каждому мыслимому содержанию. Каждая действительная или мыслимая вещь есть нечто. Но и суждение, акт воли, понятие, невозможность, противоречие и т. п. мы можем так называть. Понятие «нечто», естественно, не может быть получено через никакое мыслимое сравнение содержаний всех предметов физического и психического рода. Такое сравнение осталось бы совершенно безрезультатным. «Нечто» именно не есть абстрактная частичная составная часть содержания. В чём все предметы — действительные и возможные, реальные и нереальные, физические и психические и т. д. — совпадают, есть только то, что они суть содержания представления или представлены в нашем сознании через содержания представления. Очевидно, понятие «нечто» обязано своим возникновением рефлексии на психический акт представления, в качестве содержания которого как раз дан каждый определённый объект. «Нечто» принадлежит, следовательно, к содержанию каждого конкретного предмета лишь тем внешним и несобственным образом, как какие-либо относительные и отрицательные атрибуты; более того, его самого следует обозначить как относительное определение.

Конечно, понятие «нечто» никогда не может мыслиться без того, чтобы не было налицо какого-либо содержания, на котором совершается та рефлексия; но для этого одинаково хорошо подходит любое, даже просто имя «нечто».

Важная функция понятия «нечто» или «единица» для возникновения общего понятия множества состоит в том, что каждое отдельное среди определённых содержаний, которые включает в себя конкретное представление множества, мыслится при посредстве понятия «нечто» и замечается лишь постольку, поскольку оно подпадает под это понятие; благодаря этому возникает то совершеннейшее освобождение от содержания, которое сообщает понятию множества его всеобщность.

Числа и родовое понятие числа.

Выражение «один и один, и один и т. д.», которое согласно данным разъяснениям отчётливо выражает содержание понятия множества, указывает через «и т. д.» на известную неопределённость, существенную для понятия в его широком понимании. Не так, будто коллекция единиц, которая репрезентирует нам понятие множества, не имеет конца; тем менее, чтобы форма множества, которую мы получаем, исходя из определённо данной совокупности, по описанному выше способу абстракции, была бы без завершения; скорее не имеется в виду ничего иного, как то, что относительно ограничения не сделано никакого определения или что фактически наличное ограничение следует рассматривать как нечто, на что не обращается внимания.

Если же мы хотим устранить эту неопределённость, тогда получаются многообразные возможности, и очевидно, что в соответствии с ними понятие множества тотчас распадается на многообразие определённых, резко разграниченных друг от друга понятий — чисел. Возникают понятия, как: один и один; один, один и один; один, один, один и один; и т. д., которые в силу своего в высшей степени примитивного характера и своей практической важности по крайней мере в ограниченном объёме — насколько именно хватает их лёгкой различимости — были образованы уже на низших ступенях человеческого духовного развития, так что их имена два, три, четыре и т. д. принадлежат к самым ранним творениям всех языков.

Само собой разумеется, нет нужды для выведения понятий числа брать в качестве посредника общее и неопределённое понятие множества. Мы приходим прямо к ним, исходя из любых конкретных множеств, ибо каждое подпадает под одно, и притом определённое, из этих понятий. Процесс абстракции, который даёт определённое число, присущее данному конкретному множеству, после вышеприведённых анализов совершенно ясен. Отвлекаясь от особого качества объединённых отдельных содержаний, рассматривают и удерживают каждое лишь постольку, поскольку оно есть нечто или единица, и получают таким образом ввиду коллективной связи их, принадлежащую данному множеству общую форму множества: один и один и т. д. и один, с которой ассоциировано определённое имя числа.

Все понятия, которые так возникают, зримо родственны друг другу. Их сходство покоится на равенстве составляющих их частичных представлений (единиц) как и на элементарном сходстве связывающих последние психических актов; оно достаточно, чтобы отграничить понятия числа как хорошо охарактеризованный класс понятий и служить основой для общего наименования. Эту цель выполняет имя «число» (Anzahl). Anzahl есть общее имя для понятий два, три, четыре и т. д. Теперь, правда, говорят также об общем понятии, а не только об общем имени «Anzahl». Это понятие мы можем, однако, объяснить не иначе, как указав на сходство всех понятий числа между собой. Числа вообще, которое как для себя замечаемая частичная составная часть в роде физической или хотя бы только метафизической части (например, цвета или формы внешней вещи) могло бы быть выделено из представления каждого понятия числа, не существует. Скорее отношение между логической частью и логическим целым (например, цвета и оттенка красноты) кажется соответствующим отношению между числом вообще и определённым числом (два, три и т. д.).

Отношение понятий числа и множества.

Как же относятся теперь понятия числа и множества друг к другу? Что они по своему существеннейшему содержанию совпадают, видно с самого начала. Различие состоит лишь в том, что понятие числа уже предполагает различение абстрактных форм множества друг от друга, понятие же множества — нет. Первое следует понимать, как родовое понятие, которое возникает из сравнения уже различаемых друг от друга определённых форм множества, или чисел, как видовых понятий; понятие же множества вырастает непосредственно из сравнения конкретных совокупностей. Правда, описанный способ абстракции при различных совокупностях не всегда ведёт к одной и той же форме множества; но на той ступени абстракции, к которой принадлежит понятие множества, различение и классификация многообразных форм множества либо ещё не имели места, либо лежат вне господствующего интереса. Замечается только очевидная однородность тех психических рефлексий, которые действуют повсюду, где мы от конкретных множеств поднимаемся к соответствующему понятию; тогда как различия, которые ведут к резкому обособлению того неограниченного ряда видовых понятий, ещё незамечены или намеренно оставлены без внимания. Вследствие этого понятие множества несёт в себе ту смутную неопределённость, которую мы выше охарактеризовали. Чего ему недостаёт — это то, что впервые завершает и отличает характер числа: резко определённое «сколько».

Что действительно неопределённое понятие множества репрезентирует существенно более низкую ступень образования понятий, находит своё подтверждение в опыте с детьми и с народами, стоящими на стадии детства. Известно, каких трудностей стоит побудить детей, которые уже давно обладают именем и понятием «многого», к ясному различению понятий числа. Что касается диких народов, то даже стоящие на самой низкой ступени культуры, которые в наименовании определённых понятий числа не пошли дальше трёх или пяти, все обладают именем и понятием неопределённо многого.

Единица и нечто.

Отношение понятий единицы и нечто нуждается ещё в разъяснении. Согласно нашему пониманию, единица по своему понятию существенно совпадает с «какое-нибудь одно», «какая-нибудь вещь» или просто «вещь», где «одна» означает неопределённый артикль; и все эти имена, в свою очередь, имеют существенно то же значение, что и «нечто». Считая, мы подводим каждую из конкретно наличных вещей под это понятие. Но теперь между множеством как целым и отдельными предметами как его частями существует коррелятивное отношение, следовательно, также между множеством in abstracto и единицей как мыслимым при посредстве понятия «нечто» элементом множества. Поскольку теперь имя «единица» при счёте вошло в исключительное употребление, между единицей и «одна вещь» и «нечто» выступило известное различие значения благодаря тому, что единица получила корреляцию к множеству в качестве сообозначения. Это получилось из способа употребления совершенно, само собой. Так единица стала равнозначной «сочтённая вещь» или «одна вещь» в противоположность многим вещам, тогда как «одна вещь» просто при неударном «одна» и равнозначное «нечто» остались свободны от этого отношения к понятию множества. При характеристике абстракции числа я намеренно сказал: мы подводим каждое содержание под понятие «нечто», а не: мы подводим каждое под понятие единицы; ибо корреляция к понятию множества, которая одна только отличает понятие единицы от понятия «нечто», не есть пункт, который как-либо принимался бы в расчёт для абстракции числа. Поскольку каждый предмет множества мыслится лишь как нечто, «нечто» уже есть единица. Оно стоит как нечто во множестве и через это eo ipso обладает той корреляцией к нему.

С полным правом можно обозначить понятия «нечто» и «единица», «множество» и «число», эти самые общие и самые бессодержательные из всех понятий, как формальные понятия или категории. Что характеризует их как таковые — это обстоятельство, что они не суть понятия содержаний определённого рода, но известным образом охватывают все и всякие содержания. Подобные относительные понятия есть и в остальном, например понятия разли-

чия и тождества. Их всеобъемлющий характер находит своё простое объяснение в том, что они суть понятия атрибутов, которые возникают в рефлексии на психические акты, могущие быть упражняемы на всех содержаниях без исключения.

Критическое добавление. Наши анализы привели к важному результату, твёрдо обоснованному как на критическом, так и на положительном пути. Невозможно объяснить возникновение понятий числа таким же образом, как, например, возникновение понятий цвета, формы и т. п., которые как положительные моменты в первичном содержании выделяются через простой анализ его. Поэтому не только Аристотель заблуждался, когда причислял числа и единицу к αἰσθητὰ κοινά, к общим объектам всех чувств, но и Локк, когда он причислял единицу к понятиям, которые имеют свой источник одновременно в области sensation и в области reflection. Сочтённые содержания могут, конечно, быть физическими так же, как и психическими, но понятия числа и единица принадлежат исключительно области рефлексии. И соответственно этому с самого начала абсурдно, когда Локк (как и многие после него) рассматривает представляемые числа как «первичные качества», как совершенные отображения оригинальных качеств, которые имеют существование в самих вещах и независимо от нашего духа.

В этой самой общей форме наш результат не нов. Уже Зигварт высказал его в своей логике — как первый, насколько мне известно, — и этим указал анализу понятия числа правильный путь. Однако у Зигварта недостаёт уверенно проведённой и состоятельной теории. Удачны и метки его изложения только всюду там, где он критически показывает несостоятельность физической теории абстракции на учениях Дж. Ст. Милля и Бэна.

Здесь следует высказать, что меня к развитой выше теории привело прежде всего критическое изучение исследования Зигварта.

Под влиянием Зигварта, если я не ошибаюсь, находятся рассуждения Вундта о понятии числа в его большом логическом труде. Он также заставляет его возникнуть через рефлексию на психические акты, причём, однако, умеет держаться вдали от теории различия. Я должен признаться, что мне не удалось достичь вполне ясной картины его понимания. То, что я понимаю, я не могу принять в смысле ясного и последовательного взгляда. ««Исходный пункт для развития понятия числа», — говорит Вундт, — есть единица. Она является в первоначальном осуществлении функции счёта как абстракция от отдельного предмета; распространённое воззрение усматривает поэтому в числе воспроизведение отдельных счётных вещей, при котором различающие свойства последних оставляются без внимания. Но ясно, что вещи могут стать счётными лишь благодаря тому, что мышление постигает их как единицы. Для этого логического действия, несомненно, лежат мотивы в представлениях вещей, в их замкнутости и самостоятельности по отношению к другим представлениям. Но было бы совершенно непостижимо, как эти мотивы должны были бы стать действенными, если бы наше мышление не обладало свойством постигать отдельный предмет как единицу. Подлинный носитель понятия единицы есть, следовательно, отдельный акт мысли. Поэтому счётно то, что только вообще может быть расчленено на отдельные связанные друг с другом акты мысли».[1]

Я тщетно ищу nervus probandi этой аргументации. Нельзя ли точно так же доказать отдельный акт мысли как «носитель» каждого понятия и, например, аргументировать: цвет есть абстракция от цветного предмета. Постижение цветных вещей как таковых есть логическое действие, для которого мотивы могут быть налицо в самих вещах; но было бы непостижимо, как эти мотивы должны были бы стать действенными, если бы наше мышление не обладало свойством постигать цветной предмет как цветной. Подлинный носитель понятия цвета есть, следовательно, отдельный (постигающий цветной предмет) акт мысли. — Правда, в известном смысле это положение действительно здесь и везде, но не в том совершенно особом смысле, который важен для единицы. Два очень различных утверждения смешиваются здесь, если не всё обманывает:

1. Понятие единицы не может возникнуть без несущего его — а именно его абстрагирующего — акта мысли. Это утверждение действительно для каждого, а не только для понятия единицы. Что приведённая аргументация затрагивает только это утверждение, ясно, поэтому именно и возможен её перенос на любое другое понятие. Впрочем, она, вероятно, без нужды старается доказать чистую самоочевидность.

2. Абстрактное понятие единицы не может возникнуть без несущего его — а именно известного, принадлежащего к его содержанию — акта мысли. Это утверждение отнюдь не самоочевидно; но его смешивают с вышеприведённым; доказательство первого считается действительным и для второго утверждения.

Поэтому мы не можем принять и дальнейшие положения, которые Вундт присоединяет, в качестве того, за что они себя выдают, а именно логических следствий предшествующей аргументации: «Поэтому счётно то, что только вообще может быть расчленено на отдельные связанные друг с другом акты мысли. Счётны, следовательно, не только предметы, но равным образом свойства и события. ... Функция счёта состоит, к чему бы она ни относилась, всегда в связи отдельных актов мысли в составные единицы. ... Она возникает из связи следующих друг за другом актов мысли, когда от содержания последних полностью абстрагируются. Как единица обозначает всё возможное, что может быть дано как отдельный акт мысли, так каждое составленное из единиц число представляет ряд актов мысли любого содержания...»[1]

Хотя некоторые выражения мне не совсем ясны, я всё же был бы склонен истолковать эти и подобные, повторяющиеся в других местах положения в смысле теории, доказанной в вышеприведённых исследованиях как правильная, если бы у Вундта не следовало так много такого, что с ней совершенно несовместимо. Я не понимаю, как после последнего цитированного положения, согласно которому «каждое составленное из единиц число должно представлять ряд актов мысли любого содержания», может идти речь об «образовании составленных из единиц образований в непрерывный ряд понятий числа» и о «понятийном развитии», которое должно образовывать «источник всех богатых преобразований», которые претерпело понятие числа. Здесь имеется в виду возникновение отрицательных, дробных, иррациональных и мнимых чисел.[1] Так, например, дробное число должно возникнуть из задачи определить число a, которое возникает, когда одно число c делится на другое b. Теперь может случиться, «что такое число a не существует в ряду положительных целых чисел, но что a соответствует понятию числа, которое расположено между двумя соседними целыми числами».[2] Уже сама та задача как таковая могла бы быть сформулирована, если бы мы за «число» взяли вышеприведённое объяснение Вундта. Если же обратить внимание прежде всего на обстоятельство, что «целое положительное число» здесь означает не что иное, как «число»,[3] тогда становится совершенно непонятным, как то a, которое не существует в числовом ряду, может соответствовать понятию числа, которое существует между двумя числами, следовательно, должно репрезентировать нечто, что не составлено ни из n, ни из n + 1 актов мысли, но «расположено между ними». «Так как частное c/b = a, — продолжает Вундт, — может принимать все возможные промежуточные значения между двумя целыми числами, то отсюда возрастает требование расширить понятие числа так, чтобы оно охватывало всё, что по двум противоположным друг другу направлениям возрастает и убывает. Те числа, которые нужно вставить, чтобы выполнить эти требования, между положительными и отрицательными целыми <и дробными> числами как промежуточные значения, суть иррациональные числа». Как понятие ряда актов мысли может дать возможность «расширений» или «преобразований», которые могли бы выполнить то или иное требование, остаётся столь же загадочным, как и мыслимость и понятие «промежуточных значений».

Ещё об одном следует здесь сказать: Вундт называет число «абстрактнейшей формой, в которой находит выражение закон дискурсивного мышления, согласно которому каждая составная мысль состоит из отдельных актов мысли...»[1] Я не нахожу, чтобы число через это

получило особую характеристику. Как же вообще обстоит дело с тем законом дискурсивного мышления? Я могу, пожалуй, утверждать: если он истинен, то он тавтология, а если он не тавтология, то он не истинен. Если мы под составной мыслью понимаем такую, которая состоит из отдельных актов мысли, тогда тавтология ясна. Если же мы под составной мыслью понимаем каждое составное содержание вообще, тогда положение неверно, поскольку именно далеко не каждая содержательная составность состоит из (представленных) актов мысли. Действительно только то, что изначально неразличённое единство составного феномена переходит во множество, для выделения которого требуется множество актов мысли. Но и для этого элементарного факта нашей психической жизни не видно, как он должен был бы найти выражение в понятии числа, поскольку последнее может существовать и без него. С коллективной связью понятие числа возможно, безразлично, откуда она происходит.

ГЛАВА V. Отношения «больше» и «меньше».

После анализов последней главы понятия числа получились как неопределённый, по-видимому даже до бесконечности продолжаемый ряд понятий, отчётливость и лёгкая взаимная различимость которых казалась стоящей вне вопроса и делающей излишними дальнейшие исследования для целей точного взаимного разграничения. Один и один резко отличается от одного, одного и одного, это в свою очередь от одного, одного, одного и одного, и т. д. Однако видно, что эта лёгкость различения заметно убывает, чем дальше мы продвигаемся в ряду чисел. Девятнадцать от двадцати различать гораздо менее легко, чем девять от десяти, а это менее легко, чем три от четырёх. Что это обстоятельство не приносит вреда, что мы тем не менее рассматриваем определения числа и различия чисел как самые резкие в области нашего познания, имеет своё основание в известных вспомогательных средствах, благодаря которым мы в состоянии в случаях, где непосредственное созерцание либо полностью отказывает, либо легко могло бы ошибиться, окольными путями достичь цели резкого различения и замкнуть ошибку в очень тесные границы. Эти вспомогательные средства состоят в счёте и вычислении, т. е. в известных, так сказать, механических операциях, собственный фундамент которых покоится в элементарных отношениях чисел. Психологический анализ этих отношений «больше» и «меньше» есть цель, которую мы теперь себе ставим.

Психологическое происхождение этих отношений.

Вернёмся снова в круг конкретных феноменов. Представим себе, что к данному множеству, например, шаров, добавлен один или несколько шаров, тогда мы говорим, что новое множество имеет на добавленные шары больше; если же шары убираются, тогда мы говорим, что на эти <они> теперь меньше. В этом случае речь идёт о физических объектах и о физическом действии с ними. Но и там, где мы не прямо мыслим вместе внешние содержания коллективным образом, есть такое добавление и убирание. Что при этом имеется в виду, можно, конечно, только указать, но не определить. Это элементарный и не описываемый никаким иным способом, кроме указания на феномены, факт, что, в то время как известные содержания мыслятся нами «вместе», теперь ещё присоединяются новые содержания и могут быть объединены с уже наличными. Исходный акт расширяется через принятие новых содержаний. Но может наступить и обратное: из ужа объединённых содержаний некоторые выпадают, поскольку тот объединяющий акт удерживает и объемлет только остальные.

Но этих фактов расширения и сужения совокупностей одних ещё недостаточно, чтобы обосновать относительные понятия «больше» и «меньше». Правда, к этим фактам можно привязать правильное объяснение, что расширенная совокупность содержит на вновь принятые элементы больше и равным образом что суженная совокупность содержит на выпавшие элементы меньше, чем первоначально представленная. Можно далее сделать правильный вывод, что «больше» и «меньше» суть коррелятивные понятия, поскольку возврат от увеличенной совокупности к первоначальной требует уменьшения, возврат от уменьшенной совокупности к первоначальной — увеличения. Всё это правильно, но оно всё же предполагает, чтобы быть возможным, новый факт внутреннего опыта. Как каждое отношение требует совместного бытия фундаментов в одном акте сознания, так и наше отношение «больше» и «меньше». Оно предполагает, следовательно, чтобы быть совершённым, что первоначальная и расширенная совокупности присутствуют у нас одновременно и в одном акте.

Но и этого ещё недостаточно: даже последняя должна являться как «сумма» двух совокупностей, из которых одна признаётся тождественной с первоначальной совокупностью, другая же репрезентирует совокупность вновь пришедших содержаний. Если я расширяю, например, совокупность (A, B, C) до (A, B, C, D, E), тогда суждение, что вторая на D и E больше,

требует одновременного представления (A, B, C), (A, B, C, D, E) и (A, B, C; D, E), и притом в одном акте.

Итак, есть факт, что мы обладаем способностью представлять несколько совокупностей вместе, объединёнными в одну совокупность, без того чтобы через это у них пропадали их особые объединения. Мы представляем совокупности, элементы которых в свою очередь суть совокупности. Более того, мыслимы и совокупности совокупностей совокупностей, и т. д. Что для собственно представления границы поставлены достаточно рано и всё остальное есть лишь несобственное (символическое) представление, не нужно пространно разъяснять. Несомненно, однако, что собственное представление налицо по крайней мере для первых шагов; ибо иначе была бы абсурдна сама мысль о таком составлении, и о сравнении множеств по «больше» и «меньше» не было бы речи.

Что касается психологической основы этих более сложных образований, то видно, что здесь налицо психические акты высшего порядка, т. е. психические акты, которые в свою очередь направлены на психические акты и лишь через их посредство направляются на первичные содержания. Если мы в одном акте представляем несколько совокупностей, тогда для образования каждой отдельной требуется объединяющий акт вышеописанного рода; и если каждая из них должна удерживаться с сознанием в своём единстве и мыслиться объединённой с другими, тогда психический акт второго порядка должен быть направлен на те акты первого порядка — в которых покоятся особые объединения частичных совокупностей — и лишь через них на первичные содержания. При совокупностях совокупностей совокупностей мы пришли бы к психическим актам третьего порядка и т. д. Более того, точнее рассмотрев, эти числа ступеней нужно ещё увеличить на единицу, ибо уже при простых совокупностях, т. е. таких, элементы которых не являются далее анализированными едиными содержаниями, налицо акты второго порядка, а именно так, что отдельные содержания выделяются через особые акты и лишь затем охватываются общим актом, объединяющим их всех (ср. стр. 74).

Сравнение любых множеств, а также чисел по «больше» и «меньше».

До сих пор мы рассматривали только совокупности, которые происходят друг из друга через увеличение или уменьшение. Однако легко понять, что сравнение совершенно любых совокупностей по «больше» и «меньше» в психологическом отношении не приносит с собой новых трудностей. Такое сравнение может in concreto, правда, иметь место лишь при известном условии. Сравниваемые совокупности должны состоять целиком или частью из взаимно равных содержаний, и притом так, что все содержания одной представлены в другой равными. Если первая называется, скажем, M, последняя N, тогда мы можем мыслить эту разложенной на две частичные совокупности: M' и N',

N = M' + N',

из которых M' объемлет те же элементы, что и M, и потому равна M. Поскольку теперь совокупность N содержит на элементы N' больше, чем её частичная совокупность M', эта же последняя равна совокупности M, мы говорим также, что совокупность N содержит на элементы N' (или на совокупность N') больше, чем совокупность M.

Предположенное условие сравнимости, естественно, всегда выполнено, когда обе совокупности состоят из содержаний одного и того же рода. Два таких множества находятся, следовательно, при всех обстоятельствах в отношении «больше» и «меньше». Если же совокупности состоят из разнородных содержаний или то условие не выполнено, тогда можно сравнивать по «больше» и «меньше» только их числа. Это происходит теперь точно описанным только что способом. Ибо вследствие полного освобождения от содержания, которое сопутствует абстракции числа, эти самые общие формы совокупности, внешне рассматриваемые, сами в свою очередь репрезентируют совокупности взаимно равных содержаний, а именно единиц. Поскольку каждое конкретно наличное содержание рассматривается лишь постольку, поскольку оно есть нечто, и мыслится вместе с другими, каждое стало равно каждому — именно как нечто.

Поэтому числа могут сравниваться друг с другом в отношении «больше» и «меньше» так же, как совокупности из однородных конкретных элементов. На этой высоте и пустоте абстракции eo ipso исчезают все различия.

Из нашего последнего исследования следует, что мы с особым правом употребили выражение «сравнение совокупностей или чисел по больше и меньше». Каждое познание такого отношения включает познание равенства. Если речь идёт о конкретных совокупностях, тогда сравнивающий акт состоит в том, что познаётся равенство одной с частичной совокупностью другой и избыток постигается для себя. И так же обстоит дело с числами. Если мы судим, что пять на два больше, чем три, тогда мы представляем пять разложенным на два частичных числа — два и три, — и поскольку констатируется равенство представленного как частичное число с для себя представленной тройкой, избыток доходит до сознания как частичное число два. Поскольку теперь это «больше» (или, с точки зрения второго множества, «меньше») познаётся как основание различности обоих множеств, его прямо называют различием или разностью их. И равным образом говорят о различии (разности) двух чисел, когда понимают число, которое мыслится как избыток одного числа в отношении к другому.

Таков, следовательно, характерный способ, каким у чисел получают значение сравнивающая и различающая духовная деятельность. Равенство чисел, само по себе простая вещь, мы, поскольку оно в новейшее время подало повод к достопримечательным дискуссиям и даже послужило исходным пунктом для своеобразных анализов и определений понятия числа, рассмотрим ещё в следующей главе.

Обособление видов чисел, обусловленное познанием «больше» и «меньше».

Отношения множеств «равно», «больше» и «меньше» существенно обусловливают возникновение понятий числа. Гербарт, правда, заходит слишком далеко, когда говорит: «Собственно научное понятие числа» есть «не иное, как понятие большего и меньшего»; правильно же то, что определённые числа два, три и т. д. предполагают сравнение и различение ограниченных, мыслимых in abstracto множеств по «больше» и «меньше». Чтобы нам подняться над понятием «множества единиц» и образовать ряд чисел два, три и т. д., мы должны классифицировать множества единиц, а это требует суждений о равенстве и неравенстве; точное же суждение о неравенстве в этом случае невозможно без познания «больше» или «меньше». Два числа неравны, если одно равно части другого.

Примечание. Поскольку в этой главе прежде всего шла речь о психических деятельностях, существенных для понятия множества, я предпочёл, как и в других подобных случаях, по сравнению с терминами «множество», «множественность» и т. п. термин «совокупность» (Inbegriff), который особенно отчётливо выражает схватывание-в-одно коллигированных содержаний.

ГЛАВА VI. Определение равного количества (равночисленности) через понятие взаимно-однозначного соотнесения.

С тех пор как «Начала» Евклида приобрели значение образца научного изложения, математики следуют основоположению: не считать математические понятия вполне правомерными прежде, чем они будут чётко выделены посредством строгих определений. Это, без сомнения, весьма полезное основоположение нередко, однако, приводило к неоправданным преувеличениям; в чрезмерном усердии мнимой строгости старались также определять такие понятия, которые в силу своего элементарного характера не способны и не нуждаются в определении. К этому роду принадлежат так называемые определения равенства и различия чисел, опровержение которых должно теперь нас занять и которые заслуживают особого интереса уже потому, что привели к целому классу определений самих понятий числа, — определений, неправомерных и научно бесполезных, однако в силу известного формального характера нашедших одобрение у математиков и находящихся под их влиянием философов.

Определение общего понятия равенства у Лейбница.

Наиболее крайними в этом отношении являются те исследователи, которые, следуя побуждению гениального Германа Грассмана, полагают, что нужно определять даже общее понятие равенства, чтобы иметь возможность применять его к множествам и числам. Вот определение названного философа-математика: «Равными называются две вещи, если в каждом высказывании можно поставить одно вместо другого».[1] По существу то же определение уже выставил Лейбниц: «Eadem sunt quorum unum potest substitui alteri salva veritate»,[1] — которое Фреге положил в основу своего построения понятия числа.[2]

В ценности этого определения мы убедиться не можем. Прежде всего очевидно, что оно вместо равенства определяет тождество. Пока ещё налицо остаток различия, будут существовать суждения, в которых нельзя менять местами соответствующие вещи «salva veritate».

Во-вторых, ясно, что определение ставит истинное положение вещей прямо на голову. Допустим, мы убедились относительно двух содержаний, что они удовлетворяют определению (а это было бы сопряжено с трудностями!), — тогда всё ещё возникает вполне правомерный вопрос: каково же основание того, что одно содержание можно заменять другим в некоторых или во всех истинных суждениях? Единственно верный ответ гласит: равенство или, соответственно, тождество обоих содержаний. Каждый равный признак обосновывает равные суждения, но не равные суждения обосновывают равные признаки. Если бы поэтому поставили обратный вопрос: почему оба содержания равны друг другу, — тогда ответ: потому что их можно менять местами в истинных суждениях, — был бы явно неверным.

К каким абсурдным следствиям ведёт противоположное понимание, показывает следующее простое рассмотрение. Если бы в выше требуемой взаимозаменяемости лежало основание для познания равенства двух содержаний, тогда в каждом случае нашего признания равенства должно было бы предшествовать признание взаимозаменяемости. Но последний акт состоит ведь сам не из чего иного, как из (даже бесконечного!) числа актов, каждый из которых имплицирует признание равенства, а именно равенства каждого отдельного истинного суждения, относящегося к первому содержанию, и «того же» суждения, относящегося ко второму содержанию. Чтобы признать все эти равенства, потребовалось бы опять-таки познание, что относительно каждой из этих пар суждений имеют силу «те же» истинные суждения; и т. д. Мы попадаем, таким образом, в настоящий лабиринт бесконечных регрессов.

Определение равночисленности.

В других случаях довольствовались тем, что определяли равенство наряду с «больше» и «меньше» специально для множеств в отношении их числа. В частности, математики в настоящее время питают пристрастие к следующему определению, которое я цитирую в той формулировке, какую нахожу как раз у Штольца: «Два множества называются равными друг другу (или корректнее: называются равными по количеству, равночисленными), если каждому предмету первого может быть соотнесён один предмет последнего и ни один из них не остаётся несвязанным».[2] К этому примыкает в качестве дополнения определение: «Большим из двух множеств называется то, от которого, после того как каждому предмету другого (меньшего) соотнесён один предмет из него, ещё некоторые предметы (остаток) остаются несвязанными».[3]

Не следует предаваться никакому заблуждению относительно того, что эти определения дают в психологическом и логическом отношении. Если присмотреться точнее, то обнаруживается, что в определение равенства уже включено представление «больше» и «меньше», тогда как последнее само, как мы выше убедились, не может быть conceived без представлений равенства. Когда мы говорим, что взаимное соотнесение не должно оставлять ни одного элемента несвязанным, то это лишь иное выражение того, что ни на одной стороне не должно быть на один элемент больше или, соответственно, меньше. Круг, таким образом, налицо.

Можно было бы возразить, что этой аргументацией бесполезность определений ещё не доказана. Следует, может быть, рассматривать их только как объяснения имён, каковые ценны для взаимопонимания всюду, где имя лишено резкого или однозначного значения. — Однако и с этой точки зрения мы не можем убедиться в ценности определений. С одной стороны, выражение «равенство двух множеств» не нуждается в дальнейшем объяснении, а с другой — вышеприведённым определением ближайшее и само по себе хорошо известное затемняется чем-то отдалённым и чуждым. В самом деле, как нечто отдалённое и чуждое мы должны обозначить то взаимное соотнесение, которое привлекается для объяснения равенства. Неверно, что это определение есть простое объяснение имени, хотя оно и выдаёт себя за таковое. Когда Штольц говорит: «Два множества называются равными друг другу (sc. в отношении их числа), если каждому предмету первого может быть соотнесён один предмет последнего...», — то нет ничего несомненнее того, что переднее и заднее предложения мысленно неравноценны. Представлять себе два равночисленных множества и представлять себе два множества почленно взаимно соотнесёнными — не одно и то же; определение высказывает истинное, но не тождественное предложение. Может, конечно, случаться, что мы, чтобы in concreto констатировать равенство двух множеств по их множественности, кладём элементы попарно рядом или иным образом связываем их друг с другом; но мы не можем считать эту операцию всюду необходимой, и там, где она имеет место, в ней одной не лежит сущность акта сравнения.

Чтобы выяснить собственный смысл предлагаемого нам здесь определения равенства, мы хотим сначала предпослать некоторые общие замечания о смысле и цели специальных определений равенства вообще.

О специальных определениях равенства.

Что значит, что два относительно простых, т. е. далее не анализированных содержания равны друг другу, — это не способно и не нуждается в объяснении. Обратим поэтому сразу взор на составные содержания. В отношении к ним на первый взгляд словоупотребление колеблется. Когда такие содержания равны, тогда должны быть взаимно равны какие-либо их признаки (следовательно, возможно, и физические части, ибо и обладание таковыми может служить признаком); это, само собой разумеется. Но обратное, по-видимому, не имеет силы. Иногда признаки с обеих сторон равны, и тем не менее мы не говорим о равенстве предметов. Более того, может даже случаться, что одни и те же объекты однажды называются нами равными, а в другой раз — неравными. Так, например, в геометрии два прямых отрезка называются равными, если они имеют равную длину; такие же отрезки называются иногда неравными, причём равными понимаются те, которые равны по длине и сверх того параллельны и одина-

кового «направления». И подобным же образом обстоит дело с понятием равенства фигур и тел, которое то учитывает измеряемое содержание, то ещё и положение.

ГЛАВА VI. Определение равночисленности через понятие взаимно-однозначного соотнесения.

С тех пор как «Начала» Евклида приобрели значение образца научного изложения, математики следуют основоположению: не считать математические понятия вполне правомерными прежде, чем они будут чётко выделены посредством строгих определений. Это, без сомнения, весьма полезное основоположение нередко, однако, приводило к неоправданным преувеличениям; в чрезмерном усердии мнимой строгости старались также определять такие понятия, которые в силу своего элементарного характера не способны и не нуждаются в определении. К этому роду принадлежат так называемые определения равенства и различия чисел, опровержение которых должно теперь нас занять и которые заслуживают особого интереса уже потому, что привели к целому классу определений самих понятий числа, — определений, неправомерных и научно бесполезных, однако в силу известного формального характера нашедших одобрение у математиков и находящихся под их влиянием философов.

Определение общего понятия равенства у Лейбница.

Наиболее крайними в этом отношении являются те исследователи, которые, следуя побуждению гениального Германа Грассмана, полагают, что нужно определять даже общее понятие равенства, чтобы иметь возможность применять его к множествам и числам. Вот определение названного философа-математика: «Равными называются две вещи, если в каждом высказывании можно поставить одно вместо другого». По существу то же определение уже выставил Лейбниц: «Eadem sunt quorum unum potest substitui alteri salva veritate», — которое Фреге положил в основу своего построения понятия числа.

В ценности этого определения мы убедиться не можем. Прежде всего очевидно, что оно вместо равенства определяет тождество. Пока ещё налицо остаток различия, будут существовать суждения, в которых нельзя менять местами соответствующие вещи «salva veritate».

Во-вторых, ясно, что определение ставит истинное положение вещей прямо на голову. Допустим, мы убедились относительно двух содержаний, что они удовлетворяют определению (а это было бы сопряжено с трудностями!), — тогда всё ещё возникает вполне правомерный вопрос: каково же основание того, что одно содержание можно заменять другим в некоторых или во всех истинных суждениях? Единственно верный ответ гласит: равенство или, соответственно, тождество обоих содержаний. Каждый равный признак обосновывает равные суждения, но не равные суждения обосновывают равные признаки. Если бы поэтому поставили обратный вопрос: почему оба содержания равны друг другу, — тогда ответ: потому что их можно менять местами в истинных суждениях, — был бы явно неверным.

К каким абсурдным следствиям ведёт противоположное понимание, показывает следующее простое рассмотрение. Если бы в выше требуемой взаимозаменяемости лежало основание для познания равенства двух содержаний, тогда в каждом случае нашего признания равенства должно было бы предшествовать признание взаимозаменяемости. Но последний акт состоит ведь сам не из чего иного, как из (даже бесконечного!) числа актов, каждый из которых имплицирует признание равенства, а именно равенства каждого отдельного истинного суждения, относящегося к первому содержанию, и «того же» суждения, относящегося ко второму содержанию. Чтобы признать все эти равенства, потребовалось бы опять-таки познание, что относительно каждой из этих пар суждений имеют силу «те же» истинные суждения; и т. д. Мы попадаем, таким образом, в настоящий лабиринт бесконечных регрессов.

Определение равночисленности.

В других случаях довольствовались тем, что определяли равенство наряду с «больше» и «меньше» специально для множеств в отношении их числа. В частности, математики в настоящее время питают пристрастие к следующему определению, которое я цитирую в той форму-

лировке, какую нахожу как раз у Штольца: «Два множества называются равными друг другу (или корректнее: называются равными по количеству, равночисленными), если каждому предмету первого может быть соотнесён один предмет последнего и ни один из них не остаётся несвязанным». К этому примыкает в качестве дополнения определение: «Большим из двух множеств называется то, от которого, после того как каждому предмету другого (меньшего) соотнесён один предмет из него, ещё некоторые предметы (остаток) остаются несвязанными».

Не следует предаваться никакому заблуждению относительно того, что эти определения дают в психологическом и логическом отношении. Если присмотреться точнее, то обнаруживается, что в определение равенства уже включено представление «больше» и «меньше», тогда как последнее само, как мы выше убедились, не может быть conceived без представлений равенства. Когда мы говорим, что взаимное соотнесение не должно оставлять ни одного элемента несвязанным, то это лишь иное выражение того, что ни на одной стороне не должно быть на один элемент больше или, соответственно, меньше. Круг, таким образом, налицо.

Можно было бы возразить, что этой аргументацией бесполезность определений ещё не доказана. Следует, может быть, рассматривать их только как объяснения имён, каковые ценны для взаимопонимания всюду, где имя лишено резкого или однозначного значения. — Однако и с этой точки зрения мы не можем убедиться в ценности определений. С одной стороны, выражение «равенство двух множеств» не нуждается в дальнейшем объяснении, а с другой — вышеприведённым определением ближайшее и само по себе хорошо известное затемняется чем-то отдалённым и чуждым. В самом деле, как нечто отдалённое и чуждое мы должны обозначить то взаимное соотнесение, которое привлекается для объяснения равенства. Неверно, что это определение есть простое объяснение имени, хотя оно и выдаёт себя за таковое. Когда Штольц говорит: «Два множества называются равными друг другу (sc. в отношении их числа), если каждому предмету первого может быть соотнесён один предмет последнего...», — то нет ничего несомненнее того, что переднее и заднее предложения мысленно неравноценны. Представлять себе два равночисленных множества и представлять себе два множества почленно взаимно соотнесёнными — не одно и то же; определение высказывает истинное, но не тождественное предложение. Может, конечно, случаться, что мы, чтобы in concreto констатировать равенство двух множеств по их множественности, кладём элементы попарно рядом или иным образом связываем их друг с другом; но мы не можем считать эту операцию всюду необходимой, и там, где она имеет место, в ней одной не лежит сущность акта сравнения.

Чтобы выяснить собственный смысл предлагаемого нам здесь определения равенства, мы хотим сначала предпослать некоторые общие замечания о смысле и цели специальных определений равенства вообще.

О специальных определениях равенства.

Что значит, что два относительно простых, т. е. далее не анализированных содержания равны друг другу, — это не способно и не нуждается в объяснении. Обратим поэтому сразу взор на составные содержания. В отношении к ним на первый взгляд словоупотребление колеблется. Когда такие содержания равны, тогда должны быть взаимно равны какие-либо их признаки (следовательно, возможно, и физические части, ибо и обладание таковыми может служить признаком); это, само собой разумеется. Но обратное, по-видимому, не имеет силы. Иногда признаки с обеих сторон равны, и тем не менее мы не говорим о равенстве предметов. Более того, может даже случаться, что одни и те же объекты однажды называются нами равными, а в другой раз — неравными. Так, например, в геометрии два прямых отрезка называются равными, если они имеют равную длину; такие же отрезки называются иногда неравными, причём равными понимаются те, которые равны по длине и сверх того параллельны и одинакового «направления». И подобным же образом обстоит дело с понятием равенства фигур и тел, которое то учитывает измеряемое содержание, то ещё и положение.

Это кажущееся колебание в словоупотреблении разъясняется очень просто. Мы говорим о каких-либо содержаниях безоговорочно, что они равны друг другу, когда равенство состоит в (внутренних или внешних) признаках, которые как раз образуют центр интереса. В метрической геометрии (как у Евклида) интерес направлен именно только на количество образований (длину, площадь и объём); в геометрии положения — также и на положение, и сообразно этому направляется сравнение. Два образования равны — это для геометра лишь практически сокращённое выражение того, что они равны в определённом, преимущественно интересующем в данной области исследования отношении.

Такого рода сокращённые способы речи применяются, естественно, только там, где недоразумения исключены; в противном случае моменты, в отношении которых имеет место равенство, либо указываются явно — объекты, скажем, равны в отношении величины, относительного положения, цвета и т. п. — либо особые понятия равенства выделяются особыми именами и тем самым резко различаются. Это — источник и цель специальных «определений равенства». Они окажутся полезными и необходимыми в науке всюду, где различные типичные случаи сравнения стоят в близком отношении, и естественно будет, где последние часто выступают рядом, стараться облегчить их различение посредством особых имён. Так, например, геометрия меры в отношении фигур различает равенство безоговорочно как равенство в отношении площади от конгруэнтности как равенства в отношении внутренних метрических отношений фигуры; и то, и другое, в свою очередь, от подобия как равенства в отношении формы, количественно определённой через известные длины или величины углов и т. п.

Применение к равенству любых множеств.

Рассмотрим теперь в частности множества. Если нам сначала предложены для сравнения два множества определённо данных объектов, тогда равенство может быть заметно в многообразных отношениях. Тот или иной элемент на одной стороне, может быть, равен этому и тому на другой стороне. Может быть, даже для каждого элемента в одном множестве найдётся соответствующе равный в другом, причём обратное может иметь или не иметь силу. Какой из многих возможных случаев равенства есть тот, который побуждает нас к высказыванию, что оба множества равны друг другу, сразу следует из только что установленного принципа. Образуя представление множества, единый интерес равномерно распределяется по охваченным отдельным содержаниям. О равенстве двух множеств мы будем, следовательно, говорить только там, где равенство имеет место по всем частям, т. е. где каждому элементу одного множества соответствует один равный в другом и наоборот. Это требование мы хотим ещё кратко разъяснить: мыслим акт сравнения, как обычно, последовательным процессом, тогда должно

1. каждому элементу множества, с которого мы начинаем, соответствовать равный, и притом шаг за шагом новый, в другом множестве.

2. Во втором множестве не должно оставаться никаких элементов. Ибо это означало бы не что иное, как то, что оно обладало бы частями, которых не имеет первое множество. Следовательно, не было бы равенства обоих коллективных целых по всем частям.

Только при выполнении этих условий два множества как таковые должны быть названы равными.

Этим, впрочем, не должно быть утверждаемо, что акт сравнения всякий раз фактически имплицирует такую последовательность отдельных сравнений элементов обеих сторон. При множествах из немногих (примерно двух-четырёх) элементов при особо благоприятных обстоятельствах познание равенства коллекций как целых может в известной мере вспыхнуть в одном взгляде, без того чтобы требовались последовательные отдельные сравнения. Если же число элементов больше или род прочих обстоятельств менее благоприятен, тогда при нашей ограниченной духовной способности пошаговые операции неизбежны. Поэтому разложение сравнения в ряд элементарных сравнений можно прямо рассматривать как типичный случай.

Мы можем выразить наш результат, применив не совсем неуместный образ, также следующим образом: два коллективных целых сравниваются тем, что стараются элемент за элементом взаимно привести к совпадению. Фактически описанная процедура аналогична той, посредством которой геометры доказывают конгруэнтность или неконгруэнтность пространственных образований. Более того, как видно, повсюду одно и то же, где бы ни сравнивалось анализированное целое с другим того же рода. Ибо каждое целое является здесь представленным в форме коллекции, а именно коллекции его анализированных частей; и процесс сравнения происходит так, что часть за частью противопоставляют на одной и другой стороне и стараются привести к совпадению.

Сравнение множеств одного рода.

Перейдём теперь к специальному, но практически особенно важному случаю, когда оба сравниваемых множества состоят из вещей одного единственного рода. Если мы знаем это заранее, тогда процесс сравнения претерпевает существенное упрощение. Отпадает необходимость сначала исследовать, соответствует ли каждому элементу в одном множестве равный в другом. Достаточно, чтобы вообще каждому элементу одной стороны соответствовал один элемент другой и наоборот. Иметь в представлении два элемента и иметь в представлении два равных элемента в этом случае — одно и то же. Если мы, следовательно, каждый элемент первого множества объединим единообразно с каждым элементом второго, тогда возникающее так представление последовательности пар элементов (о равенстве которых далее уже не нужно думать) может считаться полноправным представителем того иначе необходимого акта, охватывающего столько же отношений равенства. Вместо того чтобы сравнивать попарно, мы лишь ставим элементы вместе в нашем представлении. Мы образуем коллекцию коллекций каждых двух корреспондентов.

Сравнение множеств в отношении их числа.

До сих пор мы рассматривали сравнение конкретных множеств как таковых; как же обстоит дело при сравнении данных множеств в отношении их числа?

Мы получаем принадлежащую множеству абстрактную форму множественности, ограничивая каждый его элемент до простого «один» и коллективно объединяя возникающие так единицы; и мы получаем соответствующее число, классифицируя образованную форму множественности как два, три и т. д. Если речь идёт теперь лишь о констатировании равенства чисел (или, соответственно, «больше» или «меньше»), а не о самом числе (о «сколько» или «на сколько больше или меньше»), тогда мы не нуждаемся сначала в классификации, и акт сравнения, кажется, упрощается, сводясь к сравнению форм множественности, соответствующих данным множествам. Эти же последние можно рассматривать как множества равных содержаний. Два множества, следовательно, равночисленны, если их единицы могут быть мысленно поставлены во взаимно-однозначное соответствие.

Однако легко признать, что возможен ещё и другой, гораздо более простой способ сравнения. Вместо того чтобы сначала подниматься к общим формам множественности и затем сравнивать их друг с другом, мы можем также, непосредственно оперируя конкретными множествами, установить равенство. Поскольку мы с самого начала знаем, что каждая отдельная вещь будет приниматься в расчёт лишь как единица, мы можем понимать оба множества так, как если бы они состояли из сплошь равных вещей (равных как единицы). Множества, следовательно, будут одного числа, если элементы обеих сторон сами могут быть взаимно соотнесены вышеописанным образом.

Но для констатирования равночисленности нам открыт ещё третий и далеко превосходнейший метод. При первом методе, на котором основывался и второй, мы ссылались лишь на констатирование «равного количества», но избегали определения самих чисел — в мнении об экономии духовного труда. Это мнение, однако, ошибочно. Ведь определение числа в силу лёгкости известной символической процедуры счёта есть ближайшее к нам вспомогательное

средство. И это совершенно механическая процедура; мы следуем ей, не думая о самих понятиях, и всё же уверены, что результирующее числительное, если мы приведём себе на сознание его значение, действительно представляет правильное понятие числа. Что же проще, как сравнить оба множества по их числу тем, что мы оба пересчитаем в символическом смысле? И мы получаем так не только убеждение в равенстве (или, соответственно, неравенстве) чисел, но и сами эти числа.

Что механический процесс счёта уже при множествах относительно небольшого числа будет происходить несравненно быстрее и надёжнее, чем тот кажущийся столь простым процесс взаимного соотнесения, пожалуй, не нуждается в доказательстве.

Истинный смысл рассмотренного определения равенства.

Наши последние анализы ставят смысл и значение рассмотренного определения равенства в яснейший свет. Возможность взаимно-однозначного соотнесения двух множеств не есть их равночисленность, но лишь ручается за неё. Познание, что числа равны, отнюдь не требует познания их соотносимости, тем менее — чтобы то и другое было тождественно. Оспариваемое определение, следовательно, далеко от того, чтобы представлять номинальное определение, фиксирующее значение выражения «равенство двух множеств в отношении числа». Всё, что мы можем допустить, — это что оно устанавливает для всех случаев значимый, в логическом смысле необходимый и достаточный критерий для наличия равенства. Хотя мы не должны производить сравнение посредством однозначного соотнесения, мы можем всё же производить его так во всех случаях, и тогда выраженное в определении условие должно всегда быть выполнено. В этом состоит поэтому единственный пригодный смысл и достижение «определения».

Что касается теперь пользы этого критерия, то мы едва ли сможем оценить её высоко. Лишь для той духовной ступени, на которой классификация множеств (различение и наименование чисел) и основанная на ней механическая процедура счёта ещё отстали, мы должны будем признать за ним значительную ценность. Для тех дикарей, которым, как сообщают, составляет непреодолимую трудность считать дальше пяти, сравнение числа двух множеств чрезвычайно облегчается, если не впервые становится возможным, через установление взаимного соотнесения, которое затем само в свою очередь может быть облегчено и заменено физическими связями. Там же, где в распоряжении имеется столь быстрая и надёжная процедура, как наш символический счёт, там, как уже замечено, простейшим критерием равенства числа является как раз результат того же числа при отсчёте сравниваемых множеств.

Взаимное соотнесение и коллективная связь.

Мы поняли выше взаимно-однозначное соотнесение как коллективную связь пар, соединённую с познанием, что в каждой паре один элемент принадлежит одному, а другой — другому множеству; благодаря этому оба они получают выделение друг перед другом, которое обосновывает известную противоположность между ними, в отношении к которой мы могли говорить о «противопоставлении» в нашем представлении. — Это понимание находится в полном противоречии с пониманием наших противников, которые здесь с известным правом могли бы сослаться на свидетельство опыта. Если мы, так будут они возражать, констатируем равенство двух множеств физических объектов через взаимное соотнесение, то мы ведь делаем нечто большее, чем только мысленно ставим вместе одну вещь одного с одной вещью другого. Мы кладём их попарно друг к другу и друг на друга, мы, может быть, связываем их вместе и т. п. Что в таких случаях производит взаимно-однозначное соотнесение или связь, есть, следовательно, не простая коллекция, но пространственная, физическая или иная связь. Впрочем, ближе рассмотрев, любое отношение кажется одинаково пригодным, чтобы произвести соотнесение. Сравним, например, множества тонов (c, d, e) и (C, D, E), тогда мы можем использовать также октавное отношение и соотнести: c — C, d — D, e — E; это один способ однозначно соотносить, и из его возможности следует равночисленность обоих множеств. Такие понимания мы находим у Э. Шрёдера[1] и Фреге, которые оба определяют равночисленность оспари-

ваемым нами способом. Так, например, последний требует для своего определения, чтобы существовало любое отношение φ, которое производит однозначное соотнесение; «a стоит в отношении φ к b» и «a соотнесено с b» считается у него одним и тем же.

Нам не будет трудно отстоять состоятельность нашего взгляда перед этими возражениями. Мы видели, что сравнение множеств по их числу, если мы не применяем технического вспомогательного средства счёта, в известной мере есть побледневшая тень процесса сравнения, каким мы должны наблюдать его при сравнении любых конкретных множеств. Здесь именно отпадает необходимость ещё особо сравнивать попарно противопоставленные элементы. Равенство в отношении «бытия одним» eo ipso налицо. Простое противопоставление в нашем представлении заменяет иначе ещё необходимое сравнение. Что это противопоставление, помимо упомянутой противоположной характеристики, тождественно с тем, что мы назвали коллективным связыванием, видно сразу. Теперь верно, что при сравнении внешних вещей мы во всяком случае используем ещё другие, например, физические, отношения, чтобы установить соотнесение; но поэтому нельзя их смешивать с самим соотнесением. Соотнесение как таковое при всех обстоятельствах есть коллективная связь. То положение рядом или друг на друге или иные манипуляции преследуют известные сопутствующие цели; они должны облегчить образование состоящей из пар коллекции, прежде всего сделать его надёжнее. Когда мы сравниваем кучу яблок и кучу орехов, чтобы констатировать, имеется ли с обеих сторон равное количество или, соответственно, какой стороне принадлежит «больше», тогда часто было бы трудно при взаимном соотнесении избежать ошибок, не просмотреть отдельных элементов, другие не сосчитать дважды. Но если мы всегда кладём вместе одно яблоко и один орех, возникающие так пары снова в ряд или в обозримую фигуру, тогда опасность ошибки чрезвычайно уменьшена. Различие между отдельным элементом и парой чувственно очевидно; мы узнаём, следовательно, одним обзором, лежат ли там сплошь пары или нет. Каждая пара выделяется как единое представление из окружения — мы экономим, следовательно, духовный труд постоянно удерживать коллекцию пар как таковую. Наглядное, относительно единое представление, которое мы произвели указанным путём, именно такого рода, что оно через очень лёгкий анализ даёт интендированную коллекцию, которую иначе пришлось бы производить гораздо более трудоёмким путём последовательного синтеза. Но нельзя не заметить, что мы, чтобы достичь представления «равного количества», после того процесса должны действительно предпринять упомянутый анализ (или в случае символического представления по крайней мере к нему стремиться). Должно получиться представление, которое содержит каждую пару для себя и в каждой паре каждую вещь отдельно. Не то внешнее созерцание, но подлежащее образованию на его основе коллективное представление ручается за равенство чисел. — Психический процесс, требуемый для образования этого коллективного представления, может, правда, быть очень упрощён; ибо особое качество созерцания, произведённого теми внешними манипуляциями попарного связывания, прокладывает путь символическому представлению, которое сокращает процесс, не существенно умаляя познавательную ценность результата. Наглядное единство двойного множества, охватываемого одним взглядом, например, в форме ряда пар, тотчас распадается, если мы хотим, на множество, каждый элемент которого (т. е. каждая пара) сначала будет дан как неанализированное наглядное единство. Если теперь интерес направляется на какое-либо из них, тогда тотчас возникает представление коллекции из двух элементов, о которых мы познаём, что один принадлежал одному, другой — другому множеству. Наглядное равенство пар делает излишним предпринимать при каждой из них те же размышления. Достаточно, следовательно, представления ряда и мысли, что можно предпринять эти анализы, как символического заместителя действительного представления коллекции коллекций.

Таким образом, в зависимости от обстоятельств, то один, то другой способ связи может служить вспомогательным средством соотнесения и сравнения чисел. Но несомненен вспо-

могательный характер таких способов связи. Если обратить на это внимание, тогда станет также ясно, что не каждое отношение, как утверждается, можно использовать как соотносящее, но только коллективное, тогда как какие-либо другие могут приниматься в расчёт лишь постольку, поскольку они пригодны символически его замещать. Допустим, φ есть любое, но определённое отношение, которое ставит элементы обоих множеств во взаимно-однозначное отношение; тогда я спрашиваю: что же это отношение должно нам дать? Оно производит, говорят, желаемое соотнесение. Но то, что оно даёт, даёт каждое другое отношение, возможное между элементами обеих сторон. Если же дело не в том, каково соотносящее отношение, тогда не может быть существенным и то, что отношение вообще налицо. Общая мысль, что допустимо какое угодно отношение, здесь ведь ни к чему не служит. Существенно именно то, что соответствующие элементы связаны в нашем мышлении, что они коллигированы; ибо это ценно для нас как абсолютно надёжный признак того, что одна единица одного множества соответствует одной единице второго. Если мы случайно находим содержательную связь, которая попарно объединяет элементы обоих множеств, она нам желанна, потому что удобно направляет наше связывающее мышление или даже символически его замещает. Но от неё в свою очередь нужно абстрагироваться, если вообще должна быть выполнена цель процесса. Привлекать отношение ещё искусственно с намерением однозначного соотнесения — значит забыть и упустить его цель; ибо это имело бы следствием отвлечение внимания от того, в чём суть дела, а именно от сравнения чисел.

Независимость равночисленности от способа связи.

После этих разъяснений не подлежит также никакому сомнению, как мы должны отнестись к относящемуся сюда положению, на которое математики возлагают вес и которое гласит, что равночисленность двух множеств независима от способа связи; или точнее, что два множества, которые оказываются равночисленными, поскольку мы спариваем каждый определённый элемент одного с каждым определённым элементом другого, остаются равночисленными и тогда, когда мы эти спаривания разлагаем и заново связываем каждый элемент первого с каждым — и притом теперь другим — элементом второго множества. «Вполне объяснить, почему мы нашим разумом принуждены» утверждать это положение, Э. Шрёдер видит «задачу психологии»; и Гельмгольц настолько с ним в этом согласен, что вменяет ему познание этого обстоятельства в особую заслугу. Я думаю, всё психологическое, что здесь вообще может приниматься в расчёт, выведено на свет нашими анализами, и было бы утомительно подробно изложенное повторять в новом обороте. Что касается часто воспроизводимого доказательства положения, то мы не хотим его оспаривать. Оно очевидно необходимо только для того случая, когда равенство в отношении числа действительно определяется через взаимное соотнесение, т. е. то и другое рассматривается как равнозначное. Но если исходить из истинного и собственного понятия равенства, тогда требование доказательства имплицирует абсурд. Мы признали, что возможность одного — любого — взаимно-однозначного соотнесения может служить логически необходимым и достаточным критерием равночисленности (в истинном смысле слова). Мысль, что изменение способа связи ведёт к несвязанному остатку, равнозначна тому, что оба сравниваемых множества подпадают под одно и то же и одновременно под различные понятия числа, — что абсурдно.

Конец ознакомительного фрагмента.

Текст предоставлен ООО «Литрес».

Прочитайте эту книгу целиком, купив полную легальную версию на Литрес.

Безопасно оплатить книгу можно банковской картой Visa, MasterCard, Maestro, со счета мобильного телефона, с платежного терминала, в салоне МТС или Связной, через PayPal, WebMoney, Яндекс.Деньги, QIWI Кошелек, бонусными картами или другим удобным Вам способом.