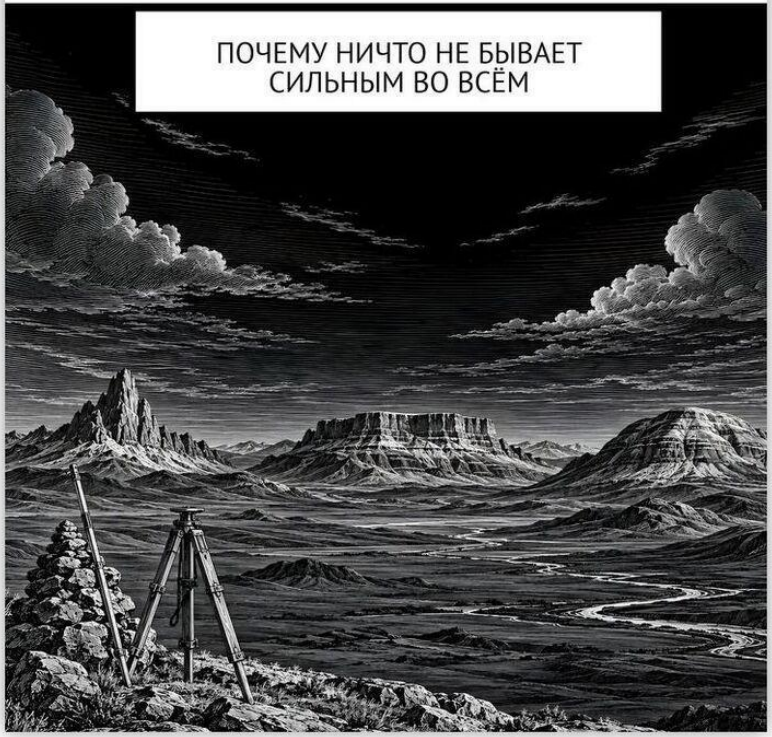
12+

СЕРГЕЙ КИРНИЦКИЙ

Геометрия возможного

ПОЧЕМУ НИЧТО НЕ БЫВАЕТ СИЛЬНЫМ ВО ВСЁМ



Сергей Кирницкий

Геометрия возможного. Почему ничто не бывает сильным во всём

https://litres.ru/74928162
ISBN 9785007172370

Аннотация

Возьмите в руку раковину аммонита. Формы этих существ кажутся бесконечно разнообразными, но если разложить их по признакам, окажется, что занята ничтожная доля мыслимого. Девятьсот девяносто родов укладываются в пирамиду с пятью вершинами, и вершины не сдвигаются сотни миллионов лет. Почему карта возможного почти пуста? Ответ уводит далеко за пределы палеонтологии — к тому, почему ничто на свете не бывает сильным во всём.

Содержание

Часть I. Пустота 5
Глава 1. Девятьсот девяносто аммонитов 7
1.1. Раковина возрастом в шестьдесят шесть миллионов лет 8
1.2. Карта, которая почти пуста 14
1.3. Пирамида с пятью вершинами 21
1.4. Почему карта пуста: шесть версий 28
Глава 2. Теорема о треугольнике 36
2.1. Три слова и три условия 38
2.2. Граница достижимого 43
2.3. Почему именно треугольник 50
2.4. Что доказано, а что додумано 57
2.5. Проверка на клювах и зубах 64
2.6. Свидетельство схожести 70
Глава 3. Не только жизнь 79
3.1. Нота и мгновение 80
3.2. Цена забывания 88
3.3. Всякое обучение — ставка 94
3.4. Бесплатных обедов не бывает 101
Конец ознакомительного фрагмента. 102

Геометрия возможного Почему ничто не бывает сильным во всём

Сергей Кирницкий

Иллюстрация на обложке С использованием ChatGPT

© Сергей Кирницкий, 2026

ISBN 978-5-0071-7237-0
Создано в интеллектуальной издательской системе Ridero

Часть I. Пустота

Есть фразы, которые каждый произносил сам и ни разу не проверял. За всё приходится платить. За двумя зайцами погонишься — ни одного не поймаешь. Идеальных решений не бывает. Их говорят между делом, чаще с усмешкой, и они почти всегда звучат верно. Возможно, как раз потому, что никто не пытался поймать их на ошибке.

У такой мудрости есть незаметное свойство: она не помнит, откуда взялась. «За всё приходится платить» звучит одинаково, стоит ли за фразой прожитый опыт, наблюдение над сотней похожих случаев или удачное сравнение, однажды пришедшее кому-то в голову. Эти три источника неравноценны. Опыт мог оказаться исключением, наблюдение — пристрастной подборкой, сравнение — просто красивым. Пословица таких различий не хранит, и тот, кто её повторяет, обычно тоже.

Отсюда вопрос: можно ли сказать то же самое точно. Точность здесь — не одна строгость формулировки. В неё входит знание собственных границ: что увидено своими глазами, что выведено рассуждением и что угадано по сходству. Утверждение, которое знает свои границы, звучит скромнее пословицы, зато его можно проверить. Такая точность нередко разочаровывает: сказанное становится уже, чем хотелось.

Без такой проверки житейская мудрость остаётся правдоподобной догадкой, и никто не знает, насколько она верна.

Глава 1. Девятьсот девяносто аммонитов

Первое, что видно в живом, — изобилие. Залы палеонтологического музея тянутся один за другим, ящики в запасниках полны до краёв, определитель насекомых можно листать часами, и на каждой странице новая форма. Отсюда легко сделать вывод, который кажется очевидным: живое давно перепробовало все варианты, и в нём бывает почти всё.

Это впечатление обманчиво не тем, что неверно. Форм действительно очень много. Обманчиво оно тем, что заслоняет другой вопрос — о границах. Сколько бы ни было форм, они занимают какую-то часть мыслимого. Какую именно, обычно не спрашивают: само число форм уже кажется ответом. Но изобилие отвечает на вопрос «сколько», а не на вопрос «где кончается».

Вопрос о границах неудобен ещё и тем, что ответы на него приходят слишком быстро. Так сложилось. Остальное не пригодилось. До остального просто не дошло. Каждый такой ответ может оказаться верным, и каждый закрывает разговор, не дав понять, о чём он. Честно поставленный вопрос стоит больше любого из них: он хотя бы не делает вид, что знает.

Начинается такой вопрос не с восхищения изобилием, а с

того, что изобилие берут в руки и перебирают.

1.1. Раковина возрастом в шестьдесят шесть миллионов лет

Аммонит лежит на ладони плоской спиралью, и палец сам ведёт по ней от края к середине. На ощупь она прохладная и тяжёлая: от моллюска давно остался один камень. Каждый оборот прижат к предыдущему снаружи и чуть шире его. Спираль раскручивается ровно, без единого разрыва, и вся лежит в одной плоскости: она уложена кольцами, как канат на палубе, а не завита винтом, как раковина улитки. В центре — крошечный первый виток. Снаружи — последний, самый широкий, и на нём раковина обрывается устьем.

Внутри эта спираль не сплошная. Распилите её вдоль, и откроется ряд камер, разделённых тонкими перегородками; к центру камеры мельчают. Сквозь все перегородки когда-то тянулась живая трубка — сифон. Само животное занимало только последнюю, самую большую камеру у устья. Там, где перегородки прирастали к стенке, на стёртом боку раковины проступают извилистые линии, тонкие и затейливые, как кружево.

Спираль хранит и историю самого животного. Раковина нарастала у устья по мере роста моллюска, и каждый новый оборот выходил шире прежнего. Первый виток построил совсем молодой аммонит, наружный — взрослый. Подрастая,

животное продвигалось к устью, а позади оставались камеры, которые оно прежде занимало. Вся жизнь моллюска уложена в эту спираль, от первого витка до последнего.

Раковину в моей руке я выбрал нарочно. Она из самого конца мелового периода, и ей около шестидесяти шести миллионов лет. Само по себе это число почти ничего не говорит, поэтому скажу иначе: моллюск, построивший эту раковину, жил незадолго до падения астероида, который убил динозавров. Последние аммониты исчезают на той же границе, что и динозавры. В 2013 году геохронологи во главе с Полом Реннe датировали и удар, и вымирание и не нашли между ними зазора больше тридцати двух тысяч лет — для такой давности это одно мгновение. Есть сообщения о единичных раковинах чуть моложе, но дальше этой черты история аммонитов почти не идёт.

Начиналась она задолго до удара. Первые аммониты появились в морях раннего девона и произошли от предков с прямой, ещё не свёрнутой раковиной. От первых аммонитов до последних прошло впятеро больше времени, чем отделяет нас от того удара. Почти любая раковина в музейном ящике старше той, что лежит на ладони, и многие намного.

Аммониты были морскими моллюсками, которые носили раковину с собой и плавали вместе с ней. За свою долгую историю они дали столько видов, что палеонтологи описали их больше десяти тысяч. Самые мелкие взрослые раковины не больше ногтя. Самая крупная из известных, найденная в

Германии в конце позапрошлого века, почти в человеческий рост.

Раковины разнятся не только размером. Одни тонкие и сжаты с боков, другие раздуты вширь, у третьих сечение оборота почти круглое. Одни свёрнуты туго, другие свободнее. Разложите на столе несколько десятков таких раковин, и первое впечатление будет одно: здесь есть всё, что только можно свернуть из спирали.

Коллекции полны аммонитов не только потому, что раковины красивы. Аммонитов было много, они широко расселялись по морям и быстро менялись: вид, обычный в одном слое, несколькими слоями выше уже не встречается. Поэтому геологи давно датируют по ним породы. Определив вид аммонита, можно сказать, к какому отрезку прошлого относится слой. Для юрских пород Британии палеонтолог Пейдж в 1995 году показал, насколько дробно удаётся так делить время: в среднем отрезки длятся около двухсот тысяч лет, а местами и того меньше. Время, которое привыкли мерить миллионами лет, здесь размечено очень мелкими делениями. Аммонитов собирают ящиками ещё и потому, что ими пользуются как часами.

Впечатление бесконечности держится, пока раковины просто разглядывают. Разглядывая, узнаёшь, сколько всего форм, и ответ здесь — очень много. Перебирая, задаёшь другой вопрос, и звучит он гораздо реже: какие сочетания встречаются, а каких нет. Стоит его задать, и картина меняется.

Возьмём два свойства спирали, которые легко различить на глаз.

Первое — скорость, с которой спираль расширяется. У одних раковин каждый новый оборот лишь немного шире прежнего; у других он разрастается так быстро, что последний оборот обнимает почти всю раковину. Второе — середина спирали. Она бывает раскрыта широкой воронкой с видимыми витками, а бывает сомкнута наглухо. Чем дальше каждый оборот отходит от оси спирали, тем шире воронка.

Оба свойства встречаются у аммонитов в самых разных степенях, и сочетания легко проверить руками. Отберём обычных аммонитов, у которых витки касаются друг друга, — а таких в любой коллекции почти все. Разложим их раковины на четыре кучки по двум приметам: медленно или быстро расширяется спираль и раскрыта ли её середина. Глаз справляется с этим без линейки, и ошибиться трудно.

В первую кучку лягут раковины, которые расширяются медленно и раскрыты широко: в их середине виден каждый виток. Во вторую — быстро расширяющиеся и сомкнутые, у которых последний оборот укрыл всё остальное. В третью — медленные и сомкнутые. Раковина с ладони найдёт себе место в одной из этих трёх, как и почти все её родственники из коллекции. Четвёртая кучка, для быстрого расширения при широко раскрытой середине, останется пустой. Мысленно такую раковину представить нетрудно, но в коллекциях её нет.

Отчасти это объясняет сама геометрия. Пусть каждый оборот разрастается быстро и при этом далеко отходит от середины. Тогда следующий оборот не дотянется до предыдущего, витки разойдутся, и раковина станет похожа на небрежно свёрнутый садовый шланг, у которого кольца не касаются друг друга. Это видно даже на карандашном рисунке: стоит рисовать каждый оборот чуть шире и чуть дальше от центра, и на каком-то обороте линии перестанут сходиться. Пустое сочетание, выходит, упирается в другое — в раковину со свободными витками. И здесь начинается самое странное.

Ничто в геометрии спирали не требует, чтобы обороты касались. Больше того, с таких раковин история и началась. У предков аммонитов раковина была прямой или свёрнутой неплотно. У самых ранних аммонитов девона витки тоже нередко расходились: спираль уже была, но ещё не сомкнулась. Много позже такие раковины вернулись — единично в триасе, а во множестве у причудливых меловых потомков, ровесников нашей раковины. Но между началом и концом истории их почти нет.

В 2004 году палеонтологи Сондерс, Уорк и Николаева проследили геометрию раковин у всех палеозойских аммонитов. Ранние формы со свободными витками, по их данным, исчезли во время одного из девонских вымираний и не появлялись снова до триаса. Это перерыв больше чем в сто миллионов лет — примерно вдвое дольше, чем прошло с ги-

бели динозавров. За это время появились и исчезли сотни родов аммонитов, и ни у одного из них, судя по тем же данным, спираль не разомкнулась. После триаса такие раковины ещё долго остаются редкостью.

Мешать им, кажется, нечему. Форма возможна: раковину со свободными витками строили те же моллюски из того же вещества. Дорога к ней тоже была: с неё начинали первые аммониты, к ней снова пришли меловые. Если бы такой раковины не было никогда, можно было бы решить, что до неё просто не дошло. Но она была, исчезла и почти не возвращалась.

К тому же свободный виток отличается от обычного не устройством, а мерой. Те же камеры, те же перегородки, та же трубка сквозь них. Достаточно, чтобы каждый оборот рос чуть быстрее или ложился чуть дальше от середины. Между плотной спиралью и разомкнутой нет скачка: одна переходит в другую понемногу, оборот за оборотом отходя от соседнего.

Почему же такой раковины почти нет?

Странность не в том, что каких-то раковин нет. Вещей, которых нет, в мире бесконечно много, и обычно у отсутствия есть простая причина: не позволяет вещество, не сходится геометрия, не было случая. Нет раковины, у которой оборот прорастал бы сквозь соседний, — и объяснять здесь нечего, так её не построить. С пустой четвёртой кучкой отчасти так и есть.

Со свободными витками не подходит ни одна из простых причин, по крайней мере с первого взгляда. Остаётся отсутствие без видимой причины, а с таким предметом обращаться труднее всего.

В коллекции отсутствие не видно. Ящики хранят то, что нашли, и на каждую раковину заведена этикетка: вид, слой, место находки. Для формы, которой нет, ящика не бывает. Чем богаче коллекция, тем сильнее она убеждает в изобилии и тем надёжнее прячет промежутки между раковинами. Заметить их можно только одним способом: держать в голове не одно найденное, но и мыслимое.

Раковина на ладони после этого выглядит иначе. Она всё так же плотно свёрнута, виток к витку, и всё так же красива. Но теперь в ней видно и то, чем она не стала. Изобилие на столе никуда не делось, только у него обнаружились края, и не всякий из них проведён геометрией.

1.2. Карта, которая почти пуста

В шестидесятые годы палеонтолог Дэвид Рауп заставил вычислительную машину рисовать раковины. Образцы ей не требовались, хватало трёх чисел. Первое говорило, во сколько раз спираль расширяется за один оборот. Второе — насколько далеко виток отходит от оси, вокруг которой навита раковина. Третье задавало форму сечения витка. Машина получала три числа и вычерчивала раковину со всеми оборо-

тами; стоило поменять одно из них, и выходила другая. Среди вычерченных попадались раковины, знакомые по любой коллекции, и попадались такие, каких не находил ни один палеонтолог. Вторых, как выяснилось позже, оказалось большинство.

Глазу такое сравнение не под силу, и дело не в остроте зрения. Он отличает быструю спираль от медленной и раскрытую середину от сомкнутой, но на этом его шкала кончается. Две быстрые спирали он уже не сравнит, а тысячу раковин не удержит в памяти. Число не устаёт и не путается. Его можно снять с раковины из ящика, а можно с машинной раковины, какой в море никогда не было. Поэтому числа позволяют то, чего не позволяет взгляд: положить найденное и мыслимое на одну карту.

Карта собирается из одного действия, повторённого много раз: измерить и отложить. Начнём с одной меры — с того, как быстро расширяется спираль. Снять её нетрудно. Из центра раковины проводят прямую к наружному краю, и на этой прямой один за другим лежат края всех оборотов. Сравнивают два соседних края: во сколько раз наружный дальше от центра, чем предыдущий, — это и есть мера. У раковины, которая едва разворачивается, она чуть больше единицы. У самых быстрых спиралей она доходит до трёх и больше. Размер раковины в эту меру не входит: крошечная раковина и раковина в человеческий рост, свёрнутые одинаково, получат одно и то же число.

Отложим эту меру на линейке. Возьмём для этого все палеозойские роды, геометрию которых проследили Сондерс с соавторами, — без малого шестьсот. Каждый род ляжет на линейку чёрточкой. Чёрточки растянутся от самого медленного края далеко в сторону быстрых спиралей, но лягут неровно. У большинства родов радиус за оборот растёт меньше чем вдвое, и там чёрточки сливаются в сплошную полосу. Для глаза вся эта полоса — одно слово «медленно», а линейка различает внутри неё сотни положений. Быстрые спирали встречаются реже и стоят вразброс.

У этой линейки нет правого конца. Ничто в геометрии не мешает раковине вырастать за оборот в десять раз или в сто. Машина вычертит и такую, только спирали в ней почти не останется: раковина развернётся раструбом, едва успев закрутиться. Среди аммонитов таких нет, но пустота справа сама по себе ничего не доказывает. Её длина зависит лишь от того, где мы оборвали линейку, а дотянуть линейку можно сколь угодно далеко.

Вторая мера — насколько виток отходит от оси. Её снимают на той же прямой из центра: сравнивают, как далеко лежит от центра внутренний край витка и как далеко наружный. Если внутренний край упирается в самый центр, мера равна нулю, и середина раковины сомкнута. Чем ближе мера к единице, тем дальше виток отошёл от оси и тем шире раскрыта середина. Эту меру откладывают поперёк первой, и линейка становится листом. Каждый род теперь — точка:

вправо по листу растёт скорость спирали, вверх — раскрытость середины.

Через лист проходит кривая, за которой витки перестают касаться. Там оборот растёт слишком быстро или отходит слишком далеко, и следующий до него не дотягивается. Раковины со свободными витками лежат по ту сторону кривой, почти все аммониты — по эту. Но и по эту сторону они занимают далеко не всё. В 1967 году Рауп нанёс на такой лист роды аммонитов и обнаружил, что большая часть листа пуста. Точки сбились в одном углу, у медленных спиралей, и почти не выходят оттуда.

Раковина со свободными витками была одной странной пропажей. На листе пропаж больше, чем находок, и многие из них лежат по эту сторону кривой, где витки касаются и геометрия ничего не имеет против. Машина вычертит любую такую раковину: плотную, правильную, виток к витку. В коллекциях её не найти.

Важно, где именно лежит эта пустота. На линейке она начиналась за последней чёрточкой, там, где мы сами решали остановиться. На листе она посередине. Каждая мера по отдельности пробегает длинный отрезок: быстрые спирали есть, раскрытые середины тоже есть. Нет многих их сочетаний. Такую пустоту не уберёшь, укоротив линейку: она лежит между значениями, которые встречаются.

Отсюда правило, которое легко проверить в уме. Каждая новая мера умножает число мыслимых сочетаний, а рако-

вин от этого не прибавляется. Доля занятого может остаться прежней только в одном случае: если всё, что уже нашлось, найдётся заново при каждом значении новой меры. Во всех остальных случаях она падает. Роды, рассыпанные по линейке, выглядят толпой. Те же роды на листе — горсть в углу.

Правило работает с любыми вещами, не только с раковинами. Возьмите школьный класс из тридцати человек. По месяцу рождения они могут занять все двенадцать месяцев. По месяцу и числу они займут меньше десятой части календаря, даже если ни один день рождения не совпадёт. Люди те же, мера добавилась одна, а календарь опустел.

Из того же правила следует осторожность. Часть пустоты на любой карте — простая арифметика: одного класса не хватит на все дни года, а шестисот родов — на все сочетания трёх мер. Сама по себе пустота поэтому говорит немного. Говорит то, как легли точки. Дни рождения в классе разбросаны по календарю без всякого порядка, а роды аммонитов сбились в угол листа.

Третья мера — форма сечения. Если разрезать виток поперёк, срез бывает сжат с боков, бывает круглым, бывает приплюснут и раздут вширь. Мера сравнивает ширину среза с его высотой: у сжатых она меньше единицы, у круглых равна единице, у раздутых больше. Эту ось уже не уложить на лист. Её откладывают вверх, и лист становится дном ящика, а каждый род — точкой, висящей над дном на своей высоте.

Это тот самый ящик, из которого брала раковины маши-

на Раупа: в любой его точке лежит раковина, которую можно вычертить. Было у Раупа и четвёртое число: оно вытягивает спираль винтом в башенку, как у улитки. У аммонитов, свёрнутых в одной плоскости, оно равно нулю, и трёх измерений им хватает. Слово «мыслимая» здесь можно понимать буквально: мыслимая раковина — та, которую вычертит машина, и ничего сверх этого.

По правилу ящик не может оказаться полнее листа, и данные Сондерса с соавторами показывают, насколько он пустее. Если бы роды ложились куда придётся, они разошлись бы по ящику редким и ровным облаком. Облака не выходит. Если разбить каждую меру на ступени, почти три четверти палеозойских родов приходятся всего на три сочетания ступеней, а две пятых — на одно-единственное. Во всех трёх сочетаниях спираль расширяется медленно. Остальные роды рассеяны вокруг, и чем дальше от медленной стенки ящика, тем их меньше.

Издали заполненное в ящике похоже на тонкую плёнку, налипшую на одну стенку. Заполненное не плоское в буквальном смысле: у него есть толщина, выступы и сгущения. Плёнкой его делает не форма, а соотношение с объёмом вокруг: почти всё заполненное прижато к одной стенке, а между встречающимися значениями пусто. Да и заполнен ящик пока одним палеозоем, а о более поздних аммонитах числа Сондерса ничего не говорят.

Сколько в ящике пустоты, я в процентах называть не ста-

ну. У ящика, как и у линейки, нет дальней стенки, и доля пустого зависит от того, где её поставить. Если отодвинуть стенку вдвое, пустоты станет больше, а раковин не прибавится. Процент мерил бы нашу линейку, а не раковины. Честный масштаб складывается из трёх шагов: на линейке роды растянулись толпой, на листе собрались в угол, в ящике легли плёнкой на стенку. Ни одной раковины за эти шаги не убавилось, а занятое сжималось с каждой мерой.

Напрашивается мысль, что это причуда аммонитов или самих спиралей. Проверить нетрудно: достаточно взять другое животное, другой орган и другие меры. У мышей, крыс и их родни за резцами стоят коренные зубы, обычно по три в ряд. В 2007 году Кэтрин Каванаг с соавторами сравнила эти зубы у двадцати девяти видов мышиных грызунов. Для каждого вида получилось две меры: какую долю площади первого зуба занимает второй и какую — третий. Отложенные поперёк друг друга, они дают лист.

На таком листе есть место для любых пропорций: для третьего зуба крупнее первого, для второго мельче обоих соседей, для трёх зубов, не похожих друг на друга. Точки же легли почти на прямую. На одном её конце виды, которые едят растения, и у них все три зуба одинаковы. На другом — те, кто ест животную пищу: второй зуб у них вдвое мельче первого, а третьего нет вовсе. Всеядные встали посередине. Пять лет спустя эти данные заново разобрали Шовал и его соавторы и отметили то, что видно с первого взгляда: точки

легли в узкую полосу, а вокруг пусто.

У аммонитов заполненное легло плёнкой в ящике. У зубов оно ещё теснее: на листе оно вытянулось в нить. Зная, насколько второй зуб мельче первого, третий можно почти угадать. Животные другие, орган другой, мерили другие люди, и вместо ископаемых раковин здесь зубы ныне живущих видов. Картина при этом та же: мыслимого много, а занято мало.

Раковина с ладони нашла бы на такой карте место без труда. Каждый её оборот лишь чуть шире предыдущего, и точка ляжет у медленной стенки, внутри плёнки. Изнутри плёнка выглядит целым миром. Вокруг тысячи соседних раковин, все разные, и ничто не напоминает о пустом объёме за ними. Чтобы увидеть его, пришлось отойти от раковин на расстояние числа.

Разнообразие от этого не исчезло, и различать раковины внутри плёнки по-прежнему интересно. Изменилось другое. Главным на карте оказалось то, чего на ней нет.

1.3. Пирамида с пятью вершинами

Девятьсот девяносто родов аммонитов свели в одну таблицу в 2015 году Авихай Тендлер, Авраам Майо и Ури Алон из Института Вейцмана в Израиле. Сами они раковин не измеряли. Палеозойские роды взяли у Сондерса и его соавторов, а триасовые — из базы палеонтолога Макгоуэна, вышедшей

в том же 2004 году. Обе базы описывают раковину одними и теми же тремя мерами: как быстро расширяется спираль, насколько виток отходит от оси и какой формы у него сечение. Сведённые вместе, они заполнили тот же ящик, только к палеозою в нём добавился триас.

Число в названии главы требует оговорки. Девятьсот девяносто — это не животные и не раковины, а роды. Род объединяет близкие виды, и за каждой точкой в ящике стоят многие виды и бессчётные раковины, которые палеонтологи свели к трём числам. Округлять это число до «около тысячи» не нужно. В нём нет ничего круглого: столько родов нашлось в двух базах, и столько точек легло в ящик.

Такое облако в трёх измерениях глазом не охватить. На бумаге видны только его тени, и каждая тень теряет одну меру. Поэтому Тендлер с соавторами поручили машине найти простейшую фигуру с прямыми рёбрами и острыми углами, которая облегает точки как можно плотнее. Начали с двух углов и дошли до восьми.

Фигура с двумя углами — просто отрезок, и почти все точки останутся от него в стороне. Три угла дают плоский треугольник, а облако объёмное, и над треугольником и под ним точки снова повиснут в пустоте. Каждый новый угол позволяет фигуре раздаться к точкам и не захватывать пустых мест. Промах считают по тому, насколько точки отстоят от фигуры. Вопрос был в том, где выигрыш от нового угла кончится.

Он кончился на пяти. От двух углов до пяти фигура с каждым шагом заметно теснее прижималась к точкам. Шестой угол почти ничего не прибавил, седьмой и восьмой тоже. Пять, таким образом, не выбрано за красоту: дальше пяти данные просто перестают отзываться.

Четыре угла из пяти лежат почти в одной плоскости и образуют основание, пятый стоит от них в стороне. Получается пирамида на четырёхугольном основании. Здесь стоит сказать, чего эта находка не утверждает. Основание плоское лишь приблизительно, и четырёхугольник у него не квадрат. Прямые рёбра заданы самим способом поиска: машина искала многогранник и ничего другого найти не могла. От данных зависело другое — сколько нужно углов и насколько плотно фигура облегает точки.

Плотность проверили отдельно. Меры перемешали между родами, так что каждый выдуманный род получил скорость спирали от одного настоящего, раскрытость середины от другого, сечение от третьего. Облако из таких родов тянется по каждой мере так же далеко, как настоящее, но в пирамиду ложится заметно хуже. Значения каждой меры в нём те же самые, до последнего, а меняются только сочетания. Настоящие роды держатся своих сочетаний, и фигура, которую они образуют, плотная и правильная.

С этого места пустота перестаёт быть впечатлением. Плёнку можно было только описать, а у пирамиды есть грани, и про любую машинную раковину теперь можно сказать, внут-

ри она или снаружи. Граница эта не резкая, как черта на бумаге: машина обводила облако, а не каждую точку, и у граней роды лежат по обе стороны. Но снаружи почти пусто, и у этой пустоты появились очертания.

Пирамида уточняет и образ плёнки. Эту фигуру легко представить в том же ящике. Воткнём у медленной стенки четыре булавки, разнеся их по высоте и в стороны, и обтянем нитью: это основание, и все четыре его угла приходятся на медленные спирали. Пятую булавку вынесем далеко в сторону быстрых спиралей и протянем к ней нити от первых четырёх.

Плёнка получила края, а к верхушке фигура сужается. Редкие быстрые роды, которые на линейке стояли вразброс, в ящике держатся этого сужения. Разброс, казавшийся беспорядком, оказался острием.

Углы пирамиды — не отвлечённые точки. В каждом лежит раковина, которую машина Раупа вычертит по трём числам, и роды, близкие к каждому углу, есть в коллекциях. Я описываю их как раковины и ничего к этому не прибавляю.

Первый угол — раковина медленная и широко раскрытая. Каждый оборот едва шире прежнего и далеко отходит от оси, поэтому в середине видны все витки. Сечение сжато с боков. Похоже на плоское колесо из тонких колец. Этот угол лежит недалеко от кривой, за которой витки перестают касаться: ещё немного дальше от оси, и обороты разойдутся.

Второй угол — линза. Спираль здесь чуть быстрее, сере-

дина сомкнута почти наглухо, а сечение сжато так сильно, что вся раковина превращается в тонкий диск с острым ребром. Тоньше её среди пяти нет. На вид она обтекаема, как плоская галька, которую выбирают, чтобы пустить блинчиком по воде.

Третий угол и есть верхушка. Спираль расширяется так быстро, что раковина почти целиком состоит из последнего оборота, а прежние спрятаны внутри него, как в кулаке. Середина сомкнута, бока сжаты. За один оборот такая раковина прибавляет в размере больше, чем любая другая из пяти. У этого угла есть важная примета: быстрая спираль стоит в нём только с сомкнутой серединой. Угла для быстрой спирали с широко раскрытой серединой у пирамиды нет, и четвёртая кучка, оставшаяся пустой на столе, лежит вне фигуры.

Четвёртый угол — раковина, раздутая вширь до почти шара. Сечение у неё намного шире своей высоты, спираль расширяется умеренно, а в середине открыта глубокая воронка. Пятый угол тоже раздут, но устроен иначе: середина сомкнута наглухо, а спираль самая медленная из пяти, так что каждый оборот лишь плотнее обнимает предыдущий. Это тугой клубок без единой щели посередине. Две последние формы самые округлые в пирамиде, и поверхности на заключённый внутри объём у них меньше, чем у остальных трёх.

Пять раковин, не похожих друг на друга: колесо, линза, кулак, шар с воронкой и клубок. Каждая к тому же крайняя

по одной из мер: у колеса самая раскрытая середина, у линзы самое тонкое сечение, у шара — самое раздутое, у кулака самая быстрая спираль, у клубка — самая медленная. Остальные роды лежат между ними. Свойства, которые я назвал, — свойства вещи: линза обтекаема, шар округл, верхушка быстро разрастается. Почему в углах оказались именно они, из самой фигуры не видно.

Самое поразительное в этой пирамиде связано со временем. Данные Тендлера и его соавторов начинаются в раннем девоне и кончаются в триасе. Это около двухсот миллионов лет, примерно втрое больше, чем отделяет нас от падения астероида, убившего динозавров. За этот срок аммониты трижды прошли через массовые вымирания: дважды в позднем девоне и один раз на границе перми и триаса, в самом тяжёлом вымирании из известных. После каждого из них аммонитов оставалось мало, и всё разнообразие отрастало заново из горстки выживших. Дальше триаса данные не идут: юрских и меловых родов, а с ними и рода раковины с ладони, в таблице нет.

Тендлер с соавторами разложили роды по промежуткам между вымираниями и сравнили фигуру, которую заполнял каждый промежуток. Роды в этих промежутках в основном разные: прежние исчезли, их места заняли потомки уцелевших. Заполненная фигура при этом могла бы и сдвинуться. Мне такой сдвиг не показался бы странным: новые роды вырастали из немногих выживших и могли унаследовать их

случайные черты. Фигура сползла бы к быстрым спиралям, раздулась бы в сторону шаров или растеклась по дну ящика.

Ничего этого не случилось. После каждого из двух девонских вымираний выжившие заново заполнили по существу ту же пирамиду, и углы, насколько их удалось сравнить, остались на прежних местах. Первое из них — то самое, на котором пропали ранние раковины со свободными витками. Пирамида после него отросла, а они не вернулись до самого триаса.

Точнее всего это сравнение сделано на листе, по двум мерам из трёх: скорости спирали и раскрытости середины. На листе фигура каждого промежутка — треугольник, и треугольники трёх палеозойских промежутков совпадают по площади больше чем на две трети. Совпадение мерили строго: общую часть двух треугольников сравнивали со всей площадью, которую они покрывают вместе. Так в счёт идёт и то, где треугольники сходятся, и то, где один выступает за другой. Треугольники, брошенные на лист наугад, так почти никогда не совпадают.

Для целой пирамиды проверка грубее: авторы пишут лишь, что после девонских вымираний заново заполнялась по существу та же пирамида. Поэтому неподвижность углов можно утверждать только для тех карт, которые удалось сравнить. Этой оговорки достаточно, чтобы не сказать лишнего, и недостаточно, чтобы отменить сказанное.

После пермского вымирания картина честно сложнее. За-

полнилась не вся пирамида, а её часть. Триасовые роды теснятся у грани между колесом, линзой и верхушкой и держатся в стороне от двух раздутых углов. В раковинах это значит, что в триасе преобладают сжатые с боков формы, а почти шаровидных мало. Выжившие не построили новой пирамиды с другими углами. Они заселили ту же, хотя и не целиком.

Сменились роды, сменились целые ветви родословной, и трижды почти всё отрастало из немногих уцелевших. Углы, которые заполнялись заново, всякий раз стояли на прежних местах. Пустота на карте оказалась не недобором, который время понемногу заполняет, а фигурой, у которой есть края.

Углы пережили всех, кто их занимал.

1.4. Почему карта пуста: шесть версий

Положим рядом с пятью раковинами пирамиды шестую. Спираль у неё разворачивается так же быстро, как у кулака, а сечение раздуто вширь, как у шара с воронкой. Машина Раупа вычертит такую раковину по трём числам без труда: витки касаются, середина сомкнута, ни один оборот не прорастает сквозь соседний. В ящике её место лежит в стороне от верхушки пирамиды, там, куда фигура не дотягивается, и вокруг почти пусто. Таких мест в ящике больше, чем занятых, и про каждое можно спросить одно и то же: почему здесь никого нет.

Пустота требует объяснения, и объяснений у неё больше,

чем хотелось бы. Я насчитал шесть. Они не родня друг другу: одни говорят о том, как устроена жизнь, одна сомневается в наших мерах, ещё одна — в самих коллекциях. Свести их в один ответ сейчас не получится. Зато к каждой можно приложить то, что уже лежит на столе, — карту и пирамиду — и посмотреть, что они скажут.

Первая версия — случайность. Раковин было сколько было, они легли куда легли, а пустые места — просто те, куда никто не попал. Эта версия закрывается сразу, и закрывает её сама фигура. Случай рассыпает точки облаком, а не прижимает их к граням между пятью углами. Перетасовку мер фигура уже выдержала: роды, склеенные из чужих чисел, ложились в неё хуже настоящих. И главное, трижды после вымираний выжившие заселяли заново те же углы, пусть в последний раз и не все, а случай не помнит, как легли точки в прошлый раз. Распределение слишком правильное, чтобы быть случайным.

Остальные пять так просто не вычеркнуть.

Вторая версия говорит о родстве. Роды аммонитов не посторонние друг другу: все они потомки общих предков, а после каждого вымирания — потомки горстки уцелевших. Формы могут быть похожи просто потому, что достались от одного прародителя, как фамильный подбородок переходит к внукам. Тогда пирамида — отпечаток родословной: роды теснятся у углов, потому что там же стояли их предки.

Возвращение той же фигуры после вымираний эта версия

объясняет по-своему: выжившие унесли с собой семейные черты, а потомки их повторили. Версия проверяемая. Если она верна, роды у одного угла должны оказаться ближайшей роднёй друг другу, а роды у разных углов — дальней. Но по карте этого не проверить. Карта знает о каждом роде три числа и ничего не знает о том, чей он потомок.

Третья версия бьёт по самой карте. Три меры, из которых сложен ящик, выбрали люди, а не раковины. Рауп взял их потому, что по ним машина вычерчивает спираль, а не потому, что моллюску важны именно они. Если мерили не то, пустота может оказаться следом разметки. Однажды с этой картой такое уже случилось: у линейки не нашлось правого конца, и пустота справа зависела только от того, где линейку оборвали. У версии есть и острая форма: оси подобрали так, чтобы точки легли красиво, и тогда фигура больше говорит о выборе осей, чем об аммонитах.

Отмахнуться от этого нельзя, потому что пустота действительно зависит от того, как задана карта. В 2000 году Томас с соавторами разложили животных из канадских Бёрджесских сланцев по сочетаниям элементов скелета, и заняты оказались больше четырёх пятых всех сочетаний. Та карта почти полна. Даже ящик Раупа устроен хитрее, чем кажется. Палеобиолог Сильвен Гербер в 2017 году показал, что расстояния в нём нельзя читать напрямую: одинаковый шаг по числам в разных частях ящика меняет форму раковины по-разному. Тогда и «далеко от фигуры», и «тесно у граней» отча-

сти зависят от разметки. Мерами того же ящика на эту версию не ответишь, а других мер на столе нет.

Четвёртая версия соглашается, что форма возможна, и сомневается в дороге к ней. Раковина не появляется сразу целиком: она нарастает у устья оборот за оборотом, по правилу, которое животное получает от предков и меняет понемногу. Из такого правила некоторые сочетания мер могут не выходить вовсе. Место в ящике для них есть, а путь развития туда не ведёт.

Версия не выдумана для удобства. Каванаг с соавторами, собравшие коренные зубы мышиных, объясняли нить на своём листе не тем, чем такие зубы хороши, а тем, как они растут. Зубы закладываются друг за другом, и каждый, развиваясь, тормозит рост следующего. При сильном торможении третий зуб не вырастает вовсе, при уравновешенном все три выходят равными. Пропорций в стороне от нити такой каскад, по их модели, не производит.

У аммонитов подобный каскад в ящике не виден, но иначе и быть не могло: в ящике лежат готовые раковины, а как они росли, по трём числам не прочтёшь. Ящик эту версию не подтверждает и не отвергает. Раковине со свободными витками она, правда, подходит плохо: дорога к ней короткая — свободный виток отличается от обычного мерой, а не устройством, — и меловые аммониты прошли её заново. Но пустых мест в ящике много, и про остальные этого не скажешь.

Пятая версия неудобнее всех, потому что сомневается в

коллекциях. Сохранились не все, кто жил. Раковина становится находкой, только если после смерти моллюска её не разбило течением, не растворило в осадке и не раздавило в породе за миллионы лет, а шансы на это у разных раковин разные. Раковины аммонитов были сложены из арагонита, того же вещества, из которого строят перламутр нынешние моллюски. Арагонит неустойчив: в породе он растворяется или перестраивается в кальцит, минерал того же состава, но устойчивее.

Во что это обходится летописи, в 2015 году подсчитали Майкл Фут и его соавторы на кайнозойских моллюсках Новой Зеландии. В известняках у видов с кальцитовой раковиной шанс попасть в выборку оказался по меньшей мере вдвое выше, чем у арагонитовых. В песках и глинах такого перекоса почти не было. Аммонитов Фут не считал, но раковина у них та же, арагонитовая, и терялись они, скорее всего, тем же путём. Бывает, что потеря стирает целые группы. В 2000 году Чернс и Райт показали, что из иных силурийских слоёв моллюски пропали не потому, что там не жили: их арагонитовые раковины растворились вскоре после захоронения.

Шансы зависят и от формы: тонкая стенка растворяется быстрее толстой, мелкая раковина пропадает легче крупной. Значит, летопись теряет не наугад, и часть пустоты на карте может оказаться дырой в летописи, а не в природе. Карта нарисована по тому, что уцелело, и другой карты нет.

Перетасовка против этой версии бессильна. Она отличает

порядок от шума, а потеря по форме — не шум: она может стереть целую область ящика и оставить на её месте вполне правдоподобную пустоту. Поэтому полностью снять это возражение нельзя. Его можно только ограничить, и дальше идёт моё рассуждение, а не вывод Тендлера с соавторами: о сохранности они не пишут вовсе. Прямые грани фигуры я в расчёт не беру, их задала машина. Беру три другие вещи.

Первая — свободные витки. Летопись сохранила их у предков аммонитов, у первых аммонитов и у их мезозойских потомков, особенно меловых. Значит, такая раковина уцелеть в породе может, и её пропажу на сто с лишним миллионов лет посередине фильтром формы не объяснишь. Вторая — порода. Род попадает в таблицу, если его раковину нашли хоть где-нибудь, в известняке или в песке. Чтобы стереть род целиком, потеря должна была сработать везде, где он жил, в том числе там, где, судя по подсчётам Фута, растворение почти не работает.

Третья — возвращения. Сондерс с соавторами в 2008 году показали, что после палеозойских вымираний пропавшие формы раковин обычно появлялись снова в пределах пяти миллионов лет. Моря и породы за историю аммонитов менялись много раз, а с ними и сила потерь, и фильтру пришлось бы каждый раз вырезать одни и те же места, пропуская соседние.

Есть и довод со стороны. Косник с соавторами в 2011 году проследили самые частые роды плеченогих, улиток и

двустворок через всю историю раковин в летописи и не нашли, чтобы прочность раковины заметно перекроила картину. Аммонитов в этой выборке не было, так что довод лишь косвенный.

Ни один из этих доводов не закрывает версию. Летопись могла стереть отдельные раковины и даже целые области ящика. После пермского вымирания фигура заполнилась не целиком, и здесь потери вполне могли приложить руку. Утверждать можно меньшее: смещение объясняет пробелы и плохо объясняет правильность.

Шестая версия — последняя и самая короткая на словах. Раковины нет в пустых местах ящика потому, что её там быть не может: эти места запрещены. Звучит эта версия увереннее остальных, а доказательств у неё меньше всех. Она не говорит, что именно запрещено, кем и почему запрет держался, пока сменялись роды, вымирания и моря.

Шестая раковина, раздутая и быстрая, по-прежнему лежит на столе рядом с пятью. Против неё одно слово, и это слово ещё ничего не доказало.

Без всякой теории доступны две проверки — на случай и на потери летописи. Из всего, что видно на карте, обе выдержало одно — правильность фигуры. Из-за неё отпала случайность: случай не возвращает точки в прежние углы. И её же не объяснить одними потерями летописи: стереть они могли многое, но вряд ли одно и то же раз за разом, в разных морях и разных породах. Поэтому вопрос, почему

карта пуста, поставлен законно, хотя часть пустоты может оказаться дырой в летописи, а не в природе. Ответа на него нет.

Под вопросом теперь и изобилие музейных залов. Ящики в запасниках по-прежнему полны до краёв, только лежит в них не всё, что жило, а то, что уцелело. Арагонитовая раковина попадает туда реже кальцитовой, тонкостенная реже толстостенной, и ящик об этом молчит: на этикетке пишут, где раковину нашли, и не пишут, скольких рядом не нашли.

Отсутствие нельзя положить в ящик, поэтому его приходится защищать дважды: от случая и от самого ящика.

Раковина на ладони всё так же тяжела и прохладна, и, окажись её род в таблице, точка легла бы внутри фигуры, у основания. Что держит её там и не пускает в пустые места карты, ни одна из версий не доказала.

Глава 2. Теорема о треугольнике

Случайность рисует небрежно. Она рассыпает точки как придётся, оставляет дыры где попало и размывает края. Горсть песка, брошенная на стол, не ложится треугольником с острыми углами, сколько её ни бросай. Правильная пустота на карте форм, с чёткими краями и углами, неподвижными долгие эпохи, — почерк чего-то другого. Правильность требует причины, а причина — механизма, который можно разобрать по шагам. Но какого именно, ещё один факт не скажет. Можно измерить вдвое больше раковин, и фигура станет резче, но не понятнее.

С красивым результатом проще всего обойтись так: поверить ему. Фраза «живые формы укладываются в треугольники» запоминается с первого раза и хорошо звучит в разговоре. Пользы от неё немного. Принятое на веру утверждение молчит при первом же новом случае: неизвестно, где оно действует, а где нет. Понять — значит другое. Это значит повторить рассуждение самому, на предмете, которого автор не касался. И заметить шаг, где оно перестаёт работать.

Начало у механизма будничное. Тело одно, а дел у него несколько, и каждое требует своего от одних и тех же его частей. Пока требования не спорят, ничего особенного не происходит. Когда спорят, наступает момент, после кото-

рого успех в одном деле оплачивается потерей в другом, и бесплатных улучшений больше нет. Следующий шаг уже не будничный. Облако форм, разбросанное по многим измерениям, сжимается в плоскую фигуру, и в её углах оказываются специалисты, каждый из которых отдал себя одному делу.

Эта фигура убеждает сильнее всего остального, и потому осторожность нужнее всего именно с ней. Что не бывает формы, лучшей сразу во всём, — одно утверждение. Что формы собираются в треугольник с чистыми специалистами по углам, — другое, более сильное, и держится оно на допущениях, которые надо назвать вслух. Складная картинка легко склеивает два утверждения в одно. Именно здесь проще всего ошибиться, и ошибка будет выглядеть как доказательство. Плоский треугольник — не другое имя для той черты, за которой улучшения кончаются: он требует от мира больше, чем одна эта черта.

Остаётся самый упрямый узел. Иногда в один и тот же угол приходят существа, у которых нет общего предка: разные ветви, разное прошлое — и одно место на карте. У родни сходство объяснить нетрудно, у чужих этого объяснения нет. Тогда приходится спросить, что держит угол на месте. Треугольник — это облако, сплющенное в плоскость. Чем он объясняет пустоту и где кончается его право объяснять, — два разных вопроса, и отвечать придётся на оба.

2.1. Три слова и три условия

Ель, которая выросла одна посреди поля, ниже и толще своей сестры из густого ельника. У одиночки ствол идёт от земли широким конусом, а ветви начинаются чуть не от корней. Лесная ель вытянута в мачту: ствол стройный, живые ветви остались только наверху. Это легко проверить на любой опушке. Семена у двух деревьев могли быть одни и те же, а формы вышли разные.

Каждый год дерево наращивает древесину из того, что успело получить от света и воздуха, и эта древесина должна служить двум нуждам сразу. В густом лесу свет приходит сверху, и ель, отставшая от соседей, остаётся в тени. В поле света вдоволь, зато ветер бьёт в дерево целиком, и высокий тонкий ствол не выдерживает. Чем выше ствол при той же толщине, тем сильнее ветер его раскачивает и гнёт. Свет требует вложить древесину в высоту, ветер — в толщину ствола и в корни. Годовой прирост один, и то, что ушло вверх, не ушло в толщину.

Слова «требует» и «вложить» звучат так, будто ель сама решает, куда пустить древесину. Ничего она не решает: её рост просто откликается на тень и на ветер. Счёт от этого не меняется, и ничьё решение для него не нужно.

В этой истории уже работают три слова, на которых держится остальная книга. Дотянуться до света и устоять под

ветром — это задачи. Задача — то, что форма должна делать и может делать лучше или хуже. Высота, толщина ствола у земли, высота, с которой начинаются живые ветви, — это признаки. Признак — свойство формы, которое можно измерить и отложить по оси.

Годовая древесина, из которой дерево строит и высоту, и толщину, — это ресурс. Ресурс — то, из чего форма строит свои признаки. Признак и задачу легко спутать. Высота — не умение дотянуться до света, а число, которое помогает в одной задаче и мешает в другой.

Порознь эти три слова пусты. Задача без признаков — пожелание, которому нечем исполниться. Признак без задачи — число в таблице: высота ели ничего не значит, пока неизвестно, зачем ей быть высокой. Ресурс без задач некуда тратить. А признаки без ресурса строились бы даром, и выбирать между ними не пришлось бы. Поэтому все три приходят разом и работают как одно слово.

Теперь аммонит. Вершины его пирамиды — среди них экономия материала раковины, скорость роста, компактность, гидродинамическая эффективность — до сих пор были именами углов фигуры. Теперь каждое имя читается как задача. Раковина может тратить меньше вещества или больше, расти быстрее или медленнее, легче или тяжелее рассекать воду. Каждую из этих задач можно выполнить лучше или хуже. Слово «задача» садится на место без натяжки.

Признаки у аммонита — то, что измеряли у каждой ра-

ковины и откладывали по осям: как быстро расширяется виток от оборота к обороту, насколько плотно витки прилегают друг к другу. У раковины одна форма, и виток не может расширяться сразу быстро и медленно. Каждый признак служит всем задачам одновременно — одним лучше, другим хуже.

Поэтому у формы теперь два описания. Первое — признаки: как она устроена. Второе — задачи: насколько хорошо она справляется с каждой. Карта первой главы строилась только по признакам, а теперь у каждой точки на ней появляется ещё и оценка по каждой задаче.

С ресурсом сложнее, чем у ели. Самый естественный кандидат — вещество раковины и время, за которое она строится. Аммонит наращивал раковину по краю устья, виток за витком, и построенное оставалось как есть. Одна из вершин сама говорит, что вещество не бесплатно: раз есть задача тратить его меньше, на всё его не хватает. Но это прочтение, а не измерение. Сколько вещества и времени было у аммонита, по раковине прямо не прочесть, и я называю ресурс с меньшей уверенностью, чем задачи и признаки.

Слова прошли проверку. Остаётся сказать, когда между задачами возникает компромисс, а не просто разнообразие форм. Условий три, и все они видны на той же ели.

Задач несколько — у ели их две: свет и ветер. Ресурс общий и дефицитный. Общий — значит, у ели нет отдельной древесины для высоты и отдельной для толщины: одна годовая древесина идёт на обе задачи. Дефицитный — значит,

её не хватает, чтобы сделать дерево сразу и высоким, и толстым. Действует отбор: ель, отставшая от соседей, засыхает в тени, а ель, вытянутая не по силам, ломается в первую бурю.

Отбор здесь понимается широко — как любой процесс, отбраковывающий проигрышные варианты. Естественный отбор — частный случай. Рынок отбраковывает вещь, которую никто не покупает, и она исчезает с полок. Инженер отбраковывает конструкцию, которая не выдержала испытаний. Природа исполнителя не важна: важно, что неудачные варианты не остаются.

Условия неравноправны. Первые два говорят о самих формах: какие из них вообще возможны и чем каждая платит за свои достоинства. Третье говорит о процессе, который проходит по возможным формам и отбраковывает. От него зависит, какие формы мы застаём на самом деле. Утверждение о возможном и утверждение о том, что мы застаём, — разного рода, и дальше их придётся держать порознь.

На аммоните это различие видно особенно ясно. Задачи у него прочитаны по вершинам фигуры. Ресурс назван с оговоркой. А отбор у аммонитов не наблюдал никто: животные вымерли, и его действие выводится из формы раковин, а не видно глазами. На ели все три условия видны на месте.

Одну оговорку я делаю сразу, потому что без неё условия звучат слабее, чем должны. Нескольких задач и общего ресурса самих по себе недостаточно. Ель попадает в компромисс не потому, что древесины мало, а потому, что свет и

ветер требуют от одной и той же древесины противоположного: один тянет её вверх, другой — в толщину. Конфликт требований — отдельное допущение, а не следствие нехватки.

Две задачи могут делить один скудный ресурс и хотеть от него одного и того же. Если бы высокий ствол сам собой становился прочнее, свет и ветер делили бы годовую древесину без всякого спора. Нехватка древесины значила бы тогда только одно: ель растёт медленнее, чем могла бы. Компромисса не было бы, была бы просто бедность.

В трёх условиях это допущение отдельно не названо. Я оставляю условия в том виде, в каком их удобно проверять, но первое читаю строго. «Задач несколько» здесь значит больше, чем «задачи есть»: задачи предъявляют одним и тем же признакам несовместимые требования. Для аммонита это значит: признаки, которые помогают раковине в одной задаче, должны мешать ей в другой. Это допущение, а не наблюдение, и словами его не проверить. Без строгого прочтения три условия можно выполнить и не получить никакого компромисса.

«Задача» дальше не превращается в «цель» или «функцию», а «ресурс» — в «запас» или «бюджет»: подмена слова незаметно подменяет мысль. Всякий раз, когда понадобится проверить, настоящий ли перед нами компромисс, проверка начнётся с трёх условий — и со строгого прочтения первого. С них же придётся начать и разговор о том, где рассуж-

дение книги перестаёт действовать. Задача, признак, ресурс открывают словарь, которого хватит на всю книгу. Слов в нём немного, и всё, что в него не входит, — обычный язык.

Ель из поля и ель из леса — две разные расплаты одной и той же древесиной, и каждая форма хороша на своём месте. Три условия объясняют, почему расплаты не избежать. Но сколько всего таких расплат возможно и как лучшие из них расположены друг относительно друга, условия не говорят. Знать, что платить придётся, — ещё не значит видеть, из чего выбирать.

2.2. Граница достижимого

Человек ищет дом, и на столе перед ним лежит стопка объявлений. Работает он в одном и том же месте города, и ездить туда придётся каждый день. Поэтому в объявлениях его занимают две вещи: цена дома и дорога от него до работы. Площадь, сад, вид из окна он пока отложил. Модель нарочно бедная: две задачи и больше ничего.

Через несколько объявлений становится ясно, как устроена стопка. Дома возле работы дорогие, дешёвые стоят далеко. Причина понятна без всякой экономики: жить поближе хотят многие, а места рядом с работой мало. Дешевизна и близость тянут выбор в разные стороны, и одно приходится покупать за счёт другого. Если вы когда-нибудь искали жильё, это чувство вам знакомо.

Вот два объявления из середины стопки. Один дом стоит за рекой, и до работы оттуда ехать с пересадкой. Другой — в соседнем с работой квартале, и стоит он заметно дороже. Какой из них лучше, сказать нельзя: каждый в чём-то выгоднее другого и в чём-то хуже. С третьим объявлением проще: дом в нём дороже того, что за рекой, и до работы от него ещё дальше, так что его откладывают, не дочитав. Покупатель ещё не думает ни о какой теории, но уже различил два случая: в одной паре выбирать приходится, в другой выбирать нечего.

Две задачи дома — быть дешёвым и быть близким к работе. Объявление описывает дом признаками: где он стоит, сколько в нём комнат, из чего сложены стены. Покупатель смотрит мимо них, на две оценки: насколько дом хорош в каждой из двух задач. Из двух описаний формы модель берёт только второе. Пока этого достаточно.

Разложим объявления по столу так, чтобы цена и дорога стали направлениями. Чем дешевле дом, тем левее лежит его объявление. Чем ближе дом к работе, тем ближе объявление к краю стола, у которого сидит покупатель. Листки лягут неровной россыпью. Левый ближний угол стола останется пустым: там лежал бы дом, который почти ничего не стоит и находится у самой работы. Такого объявления в стопке нет.

Теперь возьмём любое объявление и зададим ему один вопрос: нет ли на столе дома и дешевле, и ближе к работе? Если такой дом есть, первое объявление можно убрать. Оно ху-

же по обеим задачам сразу. Покупателю, которого занимают только цена и дорога, выбирать его незачем. На столе это видно без всякого счёта: у отложенного листка есть сосед левее и ближе к краю.

Пройдём так по всей стопке. Отложить придётся немало. Оставшиеся листки выстроятся в цепочку, обращённую к пустому углу. На одном её конце — самый дешёвый и самый далёкий дом, на другом — самый близкий и самый дорогой. Внутри цепочки ни одно объявление уже не убрать: ни для одного дома в ней нет соседа, лучшего по обеим задачам.

У цепочки есть направление. Если идти по ней от дешёвого конца, каждый следующий дом ближе к работе и дороже предыдущего. На столе она ложится косой лесенкой от левого дальнего края к правому ближнему. Это самое близкое к пустому углу, что есть в стопке. Все отложенные листки остались по другую её сторону.

Посмотрим, что делается на самой цепочке. Шаг к дешёвому её концу оплачивается лишней дорогой. Шаг к близкому концу оплачивается лишними деньгами. Это и есть граница. Всё отложенное — область доминируемых состояний: у каждого дома в ней есть сосед, который лучше его в обеих задачах.

Никто эту границу не чертил: её оставила отбраковка.

Отсюда первое, что модель показывает без оговорок. Лучшего дома в стопке нет. Есть самый дешёвый и есть самый близкий, а между ними — ряд домов, и каждый чем-то пла-

тит за своё достоинство. Вопрос о лучшем доме имеет смысл только вместе с другим: что покупателю дороже, деньги или часы в дороге. Стопка на этот вопрос не отвечает. Ответ приносит сам покупатель.

Даже на одной и той же стопке два покупателя разойдутся. Тот, у кого маленькие дети и каждый час на счету, возьмёт дом с близкого конца цепочки. Тот, у кого денег впритык, а время есть, возьмёт дом с дешёвого конца. Ни один не ошибся, и ни один не выбрал отложенного. Их дома стоят на одной цепочке, только в разных её местах.

Второе менее заметно. Отложенный дом может быть вполне хорошим: недорогим, недалёким, с садом. Плох он не сам по себе, а рядом с соседом. Уберите этого соседа из стопки, и отложенный листок может вернуться в цепочку. Граница — свойство всей стопки разом, а не отдельного дома.

Сама цепочка появилась потому, что близость стоит денег. Представим другой город: работа на окраине, рядом с ней дешёвые дома на бывших пустырях, а дорогие кварталы — в старом центре, далеко от проходной. Здесь дешевизна и близость тянут в одну сторону. Тот же вопрос отбракует почти всю стопку, и на столе может остаться один листок — дом и дешевле, и ближе всех остальных. Задач по-прежнему две, деньги у покупателя по-прежнему считаны, а цепочки нет: есть просто лучший дом. Цепочку рождает не нехватка денег, а то, что две задачи требуют от дома противоположного.

То, что осталось на столе после отбраковки, называется фронтом Парето. Фронт Парето — множество состояний, где нельзя улучшить одно, не ухудшив другое. За каждым словом определения стоит шаг отбраковки: найти соседа лучше по обеим задачам, убрать, повторить, посмотреть на оставшееся.

Понятие пришло не из биологии. Итальянский экономист Вильфредо Парето в начале двадцатого века описывал так распределение благ между людьми: положение, при котором никому нельзя сделать лучше, не сделав хуже кому-то другому. На осях там стоят не задачи одного дома, а выгоды разных людей, но отбраковка та же. Распределение отпадает, если его можно поправить к выгоде одних и без ущерба для других. Среди оставшихся этот вопрос больше не выбирает, и спор о них — уже спор о том, кому сколько.

Инженеры пользуются тем же понятием, когда деталь должна быть сразу лёгкой и прочной. Сначала они откладывают всякий вариант, для которого нашёлся другой, и легче, и прочнее, и только потом выбирают. Экономист, инженер и покупатель дома делают одно и то же движение. Понятию всё равно, что стоит на осях.

На месте цены и дороги могут оказаться свет и ветер. Переберём все мыслимые ели из одной и той же годовой древесины и оценим каждую по двум задачам — по свету и по ветру. Ель, у которой нашлась соседка лучше и в том, и в другом, отпадает тем же вопросом. Оставшиеся образуют фронт

Парето. Если ель из ельника и ель из поля стоят на нём, то в разных его местах. Ни одной из этих елей никто не мерил: перебор существует только в уме. Держится он на допущении, без которого компромисса нет: свет и ветер требуют от одной древесины несовместимого.

Вернёмся к отложенным объявлениям. Дома за ними никуда не делись. Они стоят на своих улицах, их продают, в них живут люди. Фронт Парето отделил их от остальных, но ничего с ними не сделал. Он говорит, какие дома имеет смысл сравнивать, и молчит о том, где окажется покупатель.

Прижимает выбор к фронту Парето не он сам, а отбраковка. Покупатель, который проверил каждое объявление тем же вопросом, на отложенном доме не остановится. Рынок делает то же грубее.

Никто на рынке не раскладывает объявления по столу, и фронта Парето целиком не видит никто. Но дом, который дороже и дальше соседа, долго не находит покупателя, и продавцу приходится снижать цену. На нашем столе его листок сдвигается влево, к цепочке, хотя туда его никто не вёл. В обоих случаях работает отбор — третье условие компромисса: покупатель и рынок убирают худшие дома так же, как тень и буря убирают неудачные ели.

Там, где отбраковки нет, картина другая. Человек, которому дом достался по наследству, мог оказаться глубоко в отложенной части стола. Фронт Парето от этого не исчезает: стопка та же, и цепочка на столе та же. Но о том, где живёт

этот человек, фронт больше ничего не предсказывает. Без отбора он остаётся фактом о возможном и перестаёт говорить о действительном.

Здесь проходит шов, который дальше придётся показывать каждый раз. Первое утверждение — фронт Парето существует, и на нём выигрыш по одной оси оплачивается потерей по другой. Оно держится на несовместимости требований и больше ни на чём. Второе утверждение — реальные системы стоят на фронте или около него. Ему нужен ещё и отбор. У живых форм отбор действует, и потому фронт годится для предсказания. Но утверждений всё равно два, и второе может не выполняться там, где первое верно.

Для аммонита из этого шва следует вот что. Пусть есть мыслимая раковина, которая и вещества тратит больше, и воду рассекает хуже соседки. Фронт Парето не говорит, что такая раковина не могла вырасти. Он говорит только, что рядом есть форма лучше в обеих задачах. Если такой раковины нет среди найденных, сам фронт этого не объясняет. Первым на эту роль просится отбор, но объяснить им пустоту — значит опереться на второе утверждение. А у аммонитов именно оно стоит на выводе, а не на наблюдении.

Есть возражение, которое покупатель сделает сам. Стоит ему вспомнить про сад, и часть отложенных листков вернётся: дом, который дороже и дальше соседа, может оказаться единственным с садом. Отбраковка честна только относительно названных задач. С новой задачей фронт Парето пе-

рестраивается, а с забытой отбраковка выбрасывает то, что на деле лучше. Какие задачи считать, решает не стол.

У модели дома есть и другой предел, тоже в числе задач. Две оценки ложатся на плоскость стола, третья уже не ложится. У аммонита задач больше трёх. Фронт Парето у него от этого не пропадает: вопрос о соседе, лучшем по всем задачам сразу, можно задать при любом числе осей. Две оси показали, что фронт есть. Какую фигуру он образует при трёх задачах и больше, со стола не видно.

2.3. Почему именно треугольник

Тунец плывёт всю жизнь, не останавливаясь: дышит он только на ходу. Тело у него веретеном, хвост в основании тонкий, а лопасть хвоста раскрыта серпом. Щука большую часть времени стоит в траве неподвижно и берёт добычу броском с места. Спинной и анальный плавники у неё сдвинуты далеко назад, к хвосту, и вся задняя часть тела толкает воду разом, как одно широкое весло. Рыба-бабочка живёт среди кораллов. Тело у неё высокое и сжатое с боков, почти диск, и она разворачивается в щели, где тунец не прошёл бы, а щука не успела бы повернуть.

У трёх рыб три задачи: долго плыть, мало тратя; сорваться с места; повернуть в тесноте. Каждая из трёх устроена так, будто занята только одной из них. Остальные рыбы устроены где-то между.

Чтобы сказать, где именно, нужны признаки: высота тела по отношению к длине, место плавников, толщина хвостового стебля, форма хвоста. Их можно измерять и дальше — размер глаза, ширину рта, длину грудных плавников. Каждая рыба станет точкой на карте признаков, а осей у карты будет больше, чем можно себе представить. Тогда и встаёт вопрос: рассыплются ли рыбы по этой карте облаком или лягут в какую-то фигуру?

Трудность здесь в том, что у формы два описания, и они расходятся. Скорость долгого хода, сила броска, крутизна поворота — это оценки по задачам. Высота тела и место плавников — это признаки. Отбор имеет дело только с оценками: остаётся рыба, которая догнала добычу и ушла от хищника, какой бы хвост у неё ни был. Измеряем же мы признаки.

Фронт Парето строился в оценках: на нём лежали варианты, которые нельзя улучшить в одной задаче, не ухудшив другую. Где эти варианты окажутся на карте признаков, сам фронт Парето не говорит. Нужен мост между двумя описаниями.

Такой мост в 2012 году построила группа биолога Ури Алона, и состоит он из одного правила. У каждой задачи есть своя лучшая форма — тело, лучше которого для этой задачи нет. Чем дальше форма от неё по признакам, тем хуже она решает эту задачу. «Дальше по признакам» здесь значит буквально: сильнее отличаются высота тела, место плавни-

ков, хвост и всё остальное, что попало на карту. Рыба, похожая на лучшую форму для долгого хода во всём, кроме хвоста, плывёт почти так же экономно. Рыба, не похожая на неё ничем, плывёт плохо.

Правило работает как словарь: всякое утверждение об оценках получает двойника на карте признаков. «Лучше в задаче» значит «ближе к её лучшей форме». «Лучше во всех задачах сразу» значит «ближе ко всем лучшим формам сразу». Фронт Парето вырос из вопроса, нет ли варианта лучше во всём. На карте признаков тот же вопрос звучит так: можно ли сдвинуть форму, чтобы она приблизилась ко всем лучшим формам разом.

Отвечать на него можно, глядя только на карту признаков. Не нужно знать даже того, как форма решает задачу: какие у неё мышцы, как её обтекает вода. Достаточно знать, где лежит лучшая форма.

Три задачи — три лучшие формы, а значит, три точки на карте признаков. Через любые три точки проходит одна плоскость, и на ней они становятся углами треугольника. Так будет при двух осях и при любом их числе: три точки не могут занять больше места, чем плоскость. Вся остальная карта — это формы, которые лежат в стороне от плоскости или в ней самой, но за сторонами треугольника.

Здесь же видно, откуда берётся сама фигура. Если бы три задачи требовали от тела одного и того же, их лучшие формы совпали бы, и треугольник стянулся бы в точку. Так же

цепочка объявлений сжималась в один листок в городе, где близость дёшева. Треугольник появляется потому, что лучшие формы разошлись. Узкий хвостовой стебель хорош для долгого хода, а броску нужна широкая задняя часть тела; высокое тело, удобное для поворота, на долгом ходу тормозит. Чем дальше разошлись лучшие формы, тем больше треугольник.

Посмотрим сначала на две лучшие формы, для долгого хода и для броска. На карте это две точки, и между ними можно провести прямой отрезок. Представим себе форму, которая лежит сбоку от него. Если сдвинуть её прямо к отрезку, она станет ближе к обоим его концам сразу. Так человек в поле, стоящий в стороне от прямой тропы между двумя колодцами, приближается к обоим, когда идёт прямо к тропе. Шаг к тропе укорачивает ту часть пути, что уводит в сторону, и не удлиняет остального. Если же форма лежит за концом отрезка, шаг к ближнему концу приближает её и к дальнему.

Теперь вернём третью лучшую форму, для поворота, и вместе с ней треугольник. Форма, лежащая в его плоскости, но за одной из сторон, ведёт себя так же, как у тропы: шаг прямо к ближней стороне приближает её ко всем трём углам.

Форма вне плоскости похожа на птицу над треугольником, начерченным на земле. Если опустить её отвесно, до каждого из трёх углов станет ближе. Путь от птицы до любого угла состоит из двух частей: насколько она в стороне по

земле и насколько высоко. Спуск убирает вторую часть для всех трёх углов разом и не трогает первую.

Возьмём мыслимую рыбу, которая толще с боков, чем любая из трёх лучших форм, — бочонок с плавниками. Пусть в толщине тела три лучшие формы между собой согласны. Если утончить бочонок до их толщины и ничего больше не трогать, он станет ближе ко всем трём углам. Сдвинутая форма лучше прежней во всех трёх задачах сразу, потому что она ближе ко всем трём лучшим формам. Значит, прежняя проигрывает: рядом с ней есть форма, лучшая во всём, и отбор, убирающий худшие варианты, прежнюю не удерживает. Так с любой точкой вне треугольника, где бы она ни лежала.

Внутри треугольника такого сдвига нет. Шаг к одному углу уводит от другого или от двух сразу. Приблизиться к лучшей форме для броска можно только ценой долгого хода, поворота или того и другого. Каждая точка внутри — форма, которую нельзя улучшить в одной задаче, не ухудшив другую. Значит, треугольник вместе со всем, что внутри него, и есть фронт Парето, только начерченный уже не в оценках, а в признаках. Правило о расстоянии перевело его с языка «насколько хорошо» на язык «как устроено».

Что фронт Парето существует, было видно и на двух осях. Теперь сказано больше: какую он имеет форму и где лежит на карте признаков.

Ни на одном шаге не понадобилось представлять себе многомерную карту. Хватило трёх точек и одного сдвига,

а сдвиг работает одинаково при любом числе осей. Отсюда главное следствие. Сколько бы признаков ни измерили у рыб, удерживаемые отбором формы лежат на плоском треугольнике. Облако, которое могло бы растечься по всем осям, схлопывается в плоскую фигуру. По всем направлениям, кроме двух, у таких форм остаётся одно значение — то, которое задаёт плоскость. Если осей у карты много больше, чем задач, реальные формы лежат на ней тонкой плёнкой в пустом объёме: по большинству направлений им некуда отходить.

У схлопывания есть заметное на вид следствие. Признаки таких форм меняются не порознь, а заодно. Рыба не может стать выше телом, не сдвинув при этом плавники и не изменив хвоста. Шаг к одному углу меняет все признаки вместе и в одной пропорции, которую задают положения углов. Если бы рыбы лежали облаком, высота тела и место плавников гуляли бы независимо друг от друга. В треугольнике каждый признак привязан к остальным, и привязывает их одно правило о расстоянии.

Углы треугольника заслуживают отдельного имени. В каждом стоит форма, в которой всё подчинено одной задаче: специалист в чистом виде. Тунец, щука и рыба-бабочка стоят около таких углов, каждая рыба — у своего. Форма в вершине называется архетипом: это лучшая форма для одной задачи.

Всё, что внутри, — взвешенные средние архетипов. Точку

внутри треугольника задают три доли, и каждый её признак собран из признаков трёх архетипов в этих долях. Форма на середине стороны между архетипом долгого хода и архетипом броска взяла от каждого поровну, а от диска не взяла ничего. Форма у центра взяла понемногу от всех трёх. Стороны треугольника — это формы, отказавшиеся от одной задачи совсем.

Доли — это вес задач в жизни рыбы. В открытой воде важнее всего долгий ход, в заросшем мелководье — бросок, на рифе — поворот. Большинство рыб живёт там, где нужно всё понемногу, только в разной мере. Покупатели одной и той же стопки объявлений выбирали разные места на одной цепочке, потому что каждому было дороже своё. Здесь никто ничего не выбирает. Место внутри треугольника задаёт вода, в которой рыба живёт: каждая вода по-своему взвешивает три задачи. Воды разные, и потому треугольник заполнен, а не только его углы.

Тот же сдвиг работает при любом числе задач. Две задачи — два архетипа и прямой отрезок между ними. У ели две задачи, свет и ветер, и рассуждение кладёт ель из поля и ель из ельника на один отрезок, ближе к разным его концам. Линия, на которую в первой главе легли зубы грызунов, — фигура того же рода: травоядные и хищники на концах, всеядные между ними, как взвешенные средние двух концов.

Три задачи — треугольник. Четыре задачи — четыре точки, которые уже не лягут в одну плоскость, и между ними

пирамида с треугольным основанием. С каждой новой задачей у фигуры прибавляется вершина. Число вершин равно числу задач, а число измеренных признаков на него не влияет.

Пирамида аммонитов из первой главы — фигура с пятью вершинами. Теперь в каждой из них стоит архетип: раковина, устроенная под одну задачу.

Важно и то, на какой карте стоит пирамида. Её строили по признакам раковины, а не по оценкам. Фигура на карте признаков, вершины которой названы по задачам, — ровно то, что даёт правило о расстоянии. Пустой объём вокруг пирамиды тоже получает прочтение. Любая раковина там проигрывает соседке, которая ближе ко всем вершинам сразу.

Рассуждению понадобились архетипы, одно правило о расстоянии и один сдвиг; остальное довершил отбор. Больше оно у мира ничего не попросило. Фигура первой главы перестаёт быть причудой данных: теперь видно, что её чертит.

2.4. Что доказано, а что додумано

Инженер, который подбирает материал для лёгкой и прочной детали, имел дело с фронтом Парето много раз и ни разу не видел у него острых углов. Варианты он отбраковывает тем же вопросом, что и покупатель дома: нет ли другого, и легче, и прочнее? Оставшееся редко ложится ровно. Материалов не бесконечно много, и между соседними варианта-

ми на фронте зияют промежутки, где выбрать нечего. Кое-где граница прогибается внутрь, к отложенным вариантам. А на её концах стоят не чистые специалисты, а просто последние материалы, дальше которых ничего не нашлось.

Прочитав о трёх рыбах, такой читатель спросит одно: откуда у живых форм прямые стороны и острые углы, которых нет на его столе. Вопрос законный, и ответить на него лучше раньше, чем он прозвучит. Не ответить — значит рискнуть большим, чем треугольник. Поймав рассуждение на одном лишнем шаге, читатель вправе выбросить его целиком, вместе с тем, что в нём верно.

Рассуждение о треугольнике закончилось уверенно: больше оно у мира ничего не попросило. Это сказано слишком сильно. Конструкция собрана так складно, что риторическую неизбежность легко принять за математическую. Средство против этого одно: разобрать сказанное на слои и про каждый сказать, на чём он стоит.

Первый слой — то, что верно для всякого фронта: кривого, рваного, любого. Если задачи предъявляют одним и тем же признакам несовместимые требования, формы, лучшей во всём, нет. Есть фронт Парето, и на нём выигрыш в одной задаче оплачивается потерей в другой. Это верно в стопке объявлений, у ели и у рыб.

Верно это и на столе инженера. Фронт Парето у него рваный и прогнутый, но каждый шаг по нему к лёгкому концу стоит прочности, а к прочному — лишнего веса. Доказатель-

ству не нужно ничего, кроме несовместимости требований. Зато и утверждает этот слой немного: какой формы граница и где на ней стоят реальные системы, он не говорит.

Второй слой — то, что держится на дополнительных предпосылках. Треугольник потребовал их по меньшей мере три, и все три вошли в рассуждение без шума. Каждая выглядела очевидной, и потому ни одна не была названа.

Первая предпосылка: у каждой задачи есть лучшая форма, и она одна. Но задачу могут одинаково хорошо решать два несхожих тела, и тогда на месте одного угла окажутся два. Может не быть и самой лучшей формы. Пусть для броска чем шире задняя часть тела, тем лучше, и предела этому нет. Тогда лучшей формы для броска не существует: есть только самая широкая из тех, что тело способно нести. У такого фронта нет чистых специалистов на краях, как нет их у инженера.

Вторая предпосылка — то самое «чем дальше от лучшей формы, тем хуже», причём расстояние для всех задач меряется одинаково. Только поэтому шаг к тропе между двумя колодцами приближал сразу к обоим. Но задачи могут смотреть на признаки по-разному. Долгому ходу важнее всего хвост, повороту — высота тела, и одно и то же отклонение одна задача прощает, а другая нет. Тогда стороны треугольника изгибаются, и фигура перестаёт быть плоской. Углы остаются архетипами, но прямой тропы между ними уже нет.

Третья предпосылка — задач мало, а признаков много. Фигура вышла плоской потому, что три точки не занимают больше плоскости. Будь задач больше, чем измеренных признаков, фигура стала бы объёмной, как сама карта: плёнки бы не было, и рассуждению осталось бы объяснять только пустоту за гранями фигуры. А рыба не только плывёт, бросается и поворачивает: она ещё ест, прячется, ищет пару. Три задачи выбрал тот, кто рассуждал, и число вершин рассуждение получает извне.

Треугольник и пустоту вокруг него рассуждение объяснило ровно на этих трёх опорах, а ни одна из них не следует из существования фронта. Фронт в общем случае бывает кривым, рваным, невыпуклым и может вовсе не иметь чистых специалистов на краях — инженер видит это каждый день. Архетипическая геометрия — не другое имя для фронта Парето. Треугольник с архетипами в вершинах и взвешенными средними внутри — частный случай. Он получается, когда мир идёт навстречу всем трём допущениям сразу.

Здесь же лежит ошибка, которую эта книга рискует сделать чаще любой другой. Отбор прижимает формы к фронту — там, где он действует. Но прижать формы к границе и придать границе вид треугольника — разные вещи. У инженера отбор тоже есть: деталь, которая тяжелее и слабее соседней, не покупают. Его варианты прижаты к фронту, а углов на столе нет.

Из того, что рыбы стоят у границы, не следует, что у неё

прямые стороны и острые углы. Это сказали три предпосылки, а не отбор. Склеить два утверждения легко, потому что в рассуждении о рыбах они шли подряд и одними словами. Ошибиться можно и в другую сторону. Если где-то формы не легли в треугольник, компромисс от этого не исчезает: отсутствие фигуры бьёт по предпосылкам, а не по фронту.

Третий слой — то, что показали данные. Пятивершинная пирамида, в которую легли 990 родов аммонитов, и линия, на которую легли зубы грызунов, — наблюдения: на этом материале формы действительно собрались в фигуры с вершинами. Наблюдение говорит, что там предпосылки выполнены достаточно хорошо, чтобы фигура проступила. Для материала, которого никто не мерил, оно ничего не доказывает. И у него свои слабые места: толстостенные раковины сохраняются в камне охотнее тонких, и часть пустоты вокруг пирамиды может объясняться тем, что каменная летопись одни формы сберегла, а другие потеряла. Такие возражения разбирают по данным, а не рассуждением.

Четвёртый слой — перенос по сходству. Треугольник ещё не раз появится в этой книге там, где лучших форм никто не вычислял и признаков никто не откладывал по осям: у зверей, у людей, в устройстве обществ. Там фигура работает как оптика, а не как результат. Чем дальше от измеренного материала, тем меньше в ней доказательной силы. Это вторая сторона работы, которой занята книга: снимать с результата биологическую оболочку и всякий раз помнить, где

кончается доказанное. Где я переношу, я буду говорить, что переношу.

С пустой частью карты нужна та же осторожность. Возьмём одно белое пятно на карте раковин, рядом с пирамидой, но за её стенкой, и один вопрос — почему здесь никого нет. Ответов четыре. Какой из них верен для этого пятна, карта не говорит: все четыре случая она закрашивает одним белым цветом.

Может быть, такую раковину нельзя построить ни из какого вещества: при таком закручивании виток должен пройти сквозь предыдущий, — тогда пятно неосуществимо. Может быть, построить её можно, но к ней не ведёт ни одна дорога: раковина растёт виток за витком, и ни один путь развития сюда не приходит, — тогда пятно недостижимо. Может быть, дорога есть и раковина вырастает, но животное в ней не живёт: тонет, опрокидывается, не успевает за добычей, — тогда пятно нежизнеспособно. Может быть, животное в ней живёт, и неплохо, но рядом есть раковина, лучшая во всех задачах сразу, и потомков у таких раковин от поколения к поколению остаётся меньше, — тогда пятно не удерживается под отбором.

Подписи не взаимозаменяемы, потому что каждую доказывают по-своему. Первую — физикой и геометрией, без единого наблюдения за живыми. Вторую — историей развития, третью — испытанием, может ли форма жить, четвёртую — сравнением с соседями. Так находит место версия об

исторической недостижимости: её не опровергли и не доказали, ей дали подпись.

А рассуждение о треугольнике даёт право только на четвёртую. О второй и третьей оно молчит: оно сравнивает формы между собой и не спрашивает, можно ли до них дорасти и можно ли в них жить. О первой оно молчит тем более. Парето-доминируемая форма обычно вполне возможна физически: она возникает, существует какое-то время и исчезает не потому, что запрещена, а потому, что проигрывает. Так и дом, отложенный со стола покупателя, никуда не делся: он стоит на своей улице, и в нём живут люди.

Отсюда правило, по которому дальше устроен язык книги. Слово «запрещено» относится только к первому смыслу — к тому, чего нельзя построить ни из какого вещества. Про форму, которая не удерживается под отбором, книга говорит «проигрывает» и «не удерживается». Про рыбу-бочонок так и было сказано: она проигрывает. О том, что её не может быть, речи не шло.

Правило похоже на придирку к словам, но за ним стоит разница в том, что делать с контрпримером. Живая раковина на неосуществимом месте опровергла бы физику. Живая раковина, которая проигрывает соседке, не опровергает ничего.

Версия, которая в счёте первой главы называлась запретом, после этого правила сужается. О пустоте вокруг фигуры механизм говорит одно: формы там проигрывают. Воз-

можны ли они физически, он не знает и знать не обязан. Это слабее, чем обещало слово. Но слабое утверждение с названными опорами можно проверить, а сильное без опор можно было только повторять.

2.5. Проверка на клювах и зубах

Большой земляной вьюрок с Галапагосских островов раскалывает семена, которые другим вьюркам не по силам. Клюв у него короткий, высокий и широкий у основания, как щипцы для орехов. У малого земляного вьюрка клюв маленький: он берёт мелкие мягкие семена. У кактусового вьюрка клюв длинный и острый: он достаёт пыльцу и нектар из цветков опунции. Три птицы — близкая родня и живут на одних и тех же островах. Клюв у каждой отвечает своему корму, и только ему.

Эти клювы мерили задолго до всякой теории треугольника. Полевая группа Питера Гранта годами ловила вьюрков на островах и у каждой птицы записывала пять размеров: длину крыла, длину цевки, длину, высоту и ширину клюва. Измерения обычные для орнитолога, и выбирали их не под Парето, а под вопрос о том, как меняются птицы. Группа Ури Алона взяла готовые таблицы — средние по шести видам земляных вьюрков, отдельно для каждого острова, — и спросила, во что эти точки складываются. Вид на разных островах бывает устроен немного по-разному, и потому каждый остров дал

ему свою точку.

Теория давала здесь три предсказания, и каждое могло не сбыться. Первое — фигура плоская. Пять размеров — пять осей, но если задач у клюва три, точки должны лечь в плоскость, сколько бы осей ни было. Второе — у фигуры есть углы, и в углах стоят птицы, корм которых однобок. Третье — внутри стоят те, кто ест всё понемногу. Опровержение выглядело бы просто: круглое облако без углов или углы, занятые птицами с одинаковым кормом.

Точки легли почти плоско: два направления из пяти собрали едва ли не весь разброс. В плоскости они образовали треугольник. В его углах оказались три вьюрка: большой земляной, малый земляной и кактусовый. Средний земляной вьюрок, который ест семена разной величины и твёрдости, лёг внутри. Корм в вершинах никто методу не подсказывал. Метод видел только размеры, а что ест каждая птица, известно из полевых наблюдений, сделанных отдельно.

Здесь нужна оговорка, иначе первое предсказание выглядит сильнее, чем оно есть. Одно из двух занятых направлений — просто величина птицы: у крупного вьюрка длиннее и крыло, и цевка, и клюв. Такая связь размеров получается из того, как растёт тело, и задачи для неё не нужны. Главную работу делает другое: внутри плоскости точки легли не овалом, а фигурой с тремя углами, и в углах оказались птицы с однобоким кормом.

С зубами грызунов проверка устроена иначе, потому что

иначе устроен материал. У мыши и её родни в каждом ряду три коренных зуба, один за другим. Мерили не форму каждого зуба, а их соотношение: насколько второй и третий зубы меньше первого. Соотношение взято не случайно. Крупный зверь и мелкий отличаются всеми зубами сразу, а доли второго и третьего зуба от первого у них могут совпасть. Так из сравнения уходит величина зверя — та самая, что у вьюрков заняла одно из двух направлений.

Эти измерения в 2007 году сделала Кэтрин Кавана с коллегами на мышиных грызунах, и тоже по своему поводу: её занимало, как развивается зубной ряд. Задач у зуба здесь две: перетирать растительный корм и справляться с животным. Значит, фигура должна быть отрезком.

Так и вышло. На одном конце отрезка — травоядные, у которых три коренных зуба почти равны. На другом — те, кто ест животную пищу: у них задние зубы мельчают, и последний почти сходит на нет. Всеядные легли между, там, где у взвешенного среднего и должны лежать. Опровержение и здесь выглядело бы просто: россыпь, в которой травоядный и хищник соотносят зубы одинаково, или всеядные за концами отрезка.

Но у этой линии есть второе объяснение, и предложено оно раньше. Кавана с коллегами вывели ту же прямую из того, как растёт зубной ряд. Первый зуб, закладываясь, тормозит рост следующего, и сила торможения задаёт сразу и размер второго, и размер третьего. Отсюда сама собой получа-

ется прямая, а задачи для этого не нужны.

Два объяснения указывают на одну и ту же линию. Совпадение с предсказанием не говорит, какое из них верно. Могут быть верны и оба: развитие зубного ряда само могло сложиться под отбором. Пустота по обе стороны от линии получает тогда две подписи сразу: недостижимо — ряд так не растёт, и не удерживается — такая форма проигрывает. Какая из подписей главная, зубы не говорят.

Остальной материал другого рода. У муравьёв-листорезов одного вида работа поделена между рабочими разного сложения. Мелкие возделывают грибной сад и ухаживают за личинками внутри гнезда. Средние добывают листья и роют ходы, и ядовитый мешок у них крупный: его запахом листорезы метят тропу. Крупные — солдаты.

Здесь точки — не виды, а отдельные рабочие, и задачи не выводятся по корму, а видны прямо: кто чем занят. Две меры, ширина головы и длина ядовитого мешка, сложили треугольник, и в его углах стоят садовницы, добытчицы и солдаты. Работ в колонии листорезов насчитывают около тридцати, а углов у фигуры три. Я читаю это так: по тому, чего работы требуют от тела, они сходятся в три группы. Это прочтение, и оно само требует проверки.

У летучих мышей сравнивали удлинённость крыла и массу тела. Углы треугольника там заняли охотники на насекомых в зарослях, охотники на насекомых в открытом воздухе и те, кто берёт в зарослях крупную добычу. Но держится

этот треугольник заметно слабее, чем у вьюрков и муравьёв.

Пирамиду аммонитов в 2015 году проверил тем же способом Тендлер с коллегами из группы Алона. Материал разный: птицы, звери, насекомые, вымершие моллюски. Разное и то, что измеряли: клюв, зубной ряд, голову и ядовитый мешок, раковину. Предсказание одно, и на этом материале оно держится. Сказать больше данные не позволяют: это наблюдение, а не доказательство для всякого живого.

Теперь возражение, оставленное открытым в счёте первой главы. Там оно звучало так: оси выбраны неудачно, мы измеряли не то, и пустота — следствие разметки. На вьюрках и зубах у этого возражения две половины, и отвечать на них приходится по-разному.

Первая половина — измеряли не то. Можно было взять другие размеры клюва или добавить ещё десяток. Но из рассуждения о треугольнике следует, что число осей роли не играет: форма, удерживаемая отбором, лежит в плоскости трёх лучших форм при любом числе признаков. Это предсказание проверяемо. Добавьте ось — и точки, если рассуждение верно, останутся в той же плоскости, а не расползутся по новому направлению. У вьюрков осей пять, а занятых направлений два. Пустота здесь не следует из того, что осей мало: осей больше, чем нужно фигуре, и лишние остались пустыми.

Вторая половина опаснее: оси подобраны под ответ. Глаз находит треугольник почти в любой россыпи точек, и подо-

зрение законно. Есть довод попроще, без всякой статистики: оси вьюрков и зубов выбирали не те, кто потом искал в них фигуру. Но довод этот слабый. Из готовых таблиц тоже можно отобрать удобные столбцы, а из многих материалов — удобные. Решающий ответ статистический.

Возьмём точки вьюрков на их плоскости. У каждой два числа: где она стоит по величине птицы и где — по форме клюва. Запишем их двумя столбцами, перемешаем каждый столбец отдельно, как колоду, и снова соберём пары. Каждое направление сохранит все свои значения и весь свой разброс. Оси останутся ровно те же, и никакая разметка не изменится. Пропадёт одно — связь между направлениями: величина птицы больше не ходит заодно с формой её клюва.

Теперь вопрос: насколько плотно облегает точки самый маленький треугольник, в который они помещаются? Плотность мерили просто: сравнивали площадь этого треугольника с площадью, которую занимают сами точки, если обвести их по краю. У настоящих вьюрков треугольник больше обведённой площади лишь на несколько процентов, то есть точки заполняют его почти целиком.

Если треугольник рождается осями и разбросом по каждой из них, перемешанные таблицы дадут его так же часто, как настоящая. Группа Алона перемешала таблицу вьюрков десять тысяч раз. Ни одна перемешанная таблица не легла в треугольник так плотно, как настоящая. У перемешанных точки расползаются по всему прямоугольнику, который за-

дают размахи двух направлений, и занимают его углы. У настоящих вьюрков эти углы пусты. Через то же перемешивание прошла и пирамида аммонитов у Тендлера, хотя и с меньшим запасом, чем вьюрки. У муравьёв проверка дала тот же ответ, а у летучих мышей редкие перемешанные таблицы ложились не хуже настоящей — поэтому я и назвал их треугольник слабым.

Отсюда следует ровно одно, зато твёрдо. Треугольник сидит не в осях, а в том, как признаки связаны друг с другом у живых птиц. Разметка у перемешанных и у настоящих таблиц одна, а фигура есть только у настоящих. Возражение об артефакте разметки на этом материале закрыто.

Закрыто только оно. Перемешивание отвечает на вопрос, могла ли фигура сложиться сама на выбранных осях. На вопрос, что её сложило, оно не отвечает. Зубы показали это прямо: линию может прочертить и рост зубного ряда. И ещё одно перемешивание принимает молча. Оно считает каждую точку отдельной и независимой. А шесть видов — близкая родня, и если у родни клювы схожи, это сходство объясняется происхождением раньше, чем задачей.

2.6. Свидетельство схожести

У акулы-мако и у тунца почти одно и то же тело. Оно сужается назад веретеном, хвостовой стебель тонкий, как перетяжка, по бокам стебля торчат плоские кили, а хвост рас-

крыт высоким полумесяцем. Плывут обе рыбы одинаково: тело почти не гнётся, и воду толкает один хвост. Сходство идёт и внутрь. Красная мышца, которая работает на долгом ходу, у большинства рыб лежит под кожей вдоль боков. У мако и у тунца она ушла вглубь, к позвоночнику, а кровь к ней идёт через сеть тонких сосудов, где тепло не уходит наружу, а возвращается в мышцу. Поэтому мышца у обеих теплее воды вокруг.

В 2004 году группа Роберта Шедвика сравнила, как эта мышца работает у мако и у тунца. Устройство оказалось одним и тем же. Мышца, лежащая глубоко, почти не сгибает тело там, где лежит сама, а передаёт усилие назад, к хвосту, по длинным сухожилиям. Тело остаётся жёстким, работает хвост.

Родства, которое могло бы объяснить это сходство, нет. Мако — хрящевая рыба, из родни скатов: скелет у неё из хряща, жабры открываются щелями. Тунец — костистая рыба, и окунь ему родня куда ближе, чем любая акула. Общий предок двух ветвей жил больше четырёхсот миллионов лет назад, задолго до того, как первые позвоночные выбрались на сушу. Ни полумесяца на хвосте, ни тёплых мышц у него, судя по большинству потомков, не было. Среди акул есть плоские донные, среди костистых — щука и рыба-бабочка. В каждой из двух ветвей это тело сложилось заново, своим путём.

В треугольнике трёх рыб тунец стоял у угла долгого хода, и мако встаёт рядом с ним. Тот же угол заняли и ветви, да-

лёкие от рыб. Дельфин — зверь, и его предки ходили по суше на четырёх ногах. Ихтиозавры — морские ящеры времён динозавров, и предки у них тоже были сухопутные. Тело ихтиозавра известно не по одним костям: в сланцах у немецкой деревни Хольцмаден они сохранились вместе с тёмным контуром тела. Контур показывает веретено, спинной плавник и полумесяц хвоста. Теперь у угла долгого хода стоят четыре формы из четырёх ветвей позвоночных: хрящевых рыб, костистых, пресмыкающихся и зверей.

Ихтиозавры и дельфины в одной воде не встречались. Последние ихтиозавры исчезли ещё при динозаврах, а предки китов ушли в море много позже, и между ними лежат десятки миллионов лет. Ветвь дельфинов ничего не унаследовала от ихтиозавров, а пришла туда же. Угол пережил одних жильцов и дождался других.

Родство при этом не стёрлось. Оно видно в том, из чего полумесяц собран. У акулы позвоночник уходит в верхнюю лопасть хвоста, у ихтиозавра изгибается вниз и идёт в нижнюю. У тунца позвоночник кончается у основания хвоста, и обе лопасти держатся на плавниковых лучах. У дельфина лопасти лежат плашмя, костей в них нет, и бьёт он хвостом вверх и вниз, а не из стороны в сторону. Его позвоночник гнётся так же, как гнулся у предков, бегавших по суше. Полумесяц собран четыре раза из четырёх разных материалов, а форма у него одна.

Такое сходство называется конвергенцией. Конвергенция

— сходство, к которому неродственные ветви приходят независимо, каждая своей дорогой.

Почему этот довод весит больше любого нового совпадения с предсказанием, видно на родне. У схожести родни два объяснения. Земляные вьюрки могут быть похожи клювами потому, что едят похожий корм, и потому, что клюв достался им от общего предка. Объяснения указывают в одну сторону, и каждое новое совпадение подходит обоим. Сколько бы родственных видов ни легло в треугольник, родство и задачу это не разведёт.

Предсказания у двух объяснений всё же разные, и их можно записать заранее. Если форму задаёт родство, она идёт за родословной: близкая родня стоит на карте рядом, под какой бы задачей ни жила, а дальняя — далеко. Если форму задаёт задача, она идёт за задачей: формы под одну задачу стоят рядом, кем бы ни были их предки, а родня под разными задачами расходится. Для родни с похожими задачами оба предсказания совпадают. Расходятся они в двух случаях: у чужих с одной задачей и у родни с разными.

Угол долгого хода — первый из них. Общий предок мако и тунца не умел того, что умеют они оба, и родству нечего объяснять. Здесь есть и то, чего не хватало перемешанным таблицам: точки, независимые на самом деле. Остаётся задача: долго плыть, мало тратя, в одной и той же воде. Значит, вершину задаёт задача, а не родство.

Можно сказать, что в открытой воде просто нет другого

способа долго плыть. Но это не возражение, а тот же ответ другими словами: вода вместе с задачей решает, какое тело для неё лучшее. Слабость у пловцов другая. Они показывают, что чужие сходятся. Что родня при разных задачах расходится, они не показывают. Полному доводу нужны обе половины сразу и на одном материале.

Обе половины есть у ящериц-анолисов с четырёх больших островов Карибского моря: Кубы, Гаити, Ямайки и Пуэрто-Рико. На каждом острове анолисы разошлись по дереву. У основания стволов и на земле живут длинноногие и коренастые: они бегают и прыгают по широким поверхностям. На тонких ветках живут коротконогие и стройные, потому что на узкой опоре короткие ноги держат надёжнее. В кронах живут крупные анолисы с широкими подушечками на пальцах. Всего таких типов шесть, и они повторяются от острова к острову, хотя не на каждом острове есть все шесть.

В 1998 году Джонатан Лосос с коллегами построил родословную анолисов по ДНК и наложил на неё эти типы. Если бы форму задавало родство, все ветковые анолисы сидели бы на одной ветви родословной, а все стволовые — на другой. Вышло иначе. Ямайский анолис тонких веток приходится куда более близкой роднёй ямайскому анолису с основания ствола, чем кубинскому анолису тонких веток. Как правило, на каждом острове набор форм сложился заново из местной родни. Родство и задача здесь указывают в разные стороны, и форма идёт за задачей.

У анолисов есть своя слабость. Это всё-таки один род, и у всех его видов одни и те же подушечки на пальцах и один набор возможностей развития. Общие предки могли облегчить им путь к одним и тем же формам. Зато родство здесь не исключено, как у пловцов, а измерено, и измерено против задачи.

Расхождение родни анолисы показали и на коротком отрезке времени. В конце семидесятых экологи Томас и Эми Шонер выпустили бурых анолисов с одного багамского острова на четырнадцать соседних островков, поросших низким кустарником с тонкими ветками. Спустя десять с лишним лет Лосос с коллегами измерил потомков. Чем тоньше была растительность на островке, тем короче оказались задние ноги у его ящериц. Часть сдвига могла дать сама жизнь на узкой опоре, без смены поколений под отбором, и авторы этого не исключали. Но направление сдвига у родни одного происхождения задала опора, то есть задача.

Теперь о том, чего этот довод не даёт. Анолисов никто не раскладывал по треугольнику так, как вьюрков. Угол долгого хода у пловцов прочитан, а не вычислен: тел мако и дельфина никто не откладывал на одну карту признаков с тунцом. Конвергенция не доказывает ни плоской фигуры, ни чистых архетипов в углах, и три допущения, на которых стоит треугольник, остаются допущениями. Она доказывает одно, зато на материале, где родство и задача поставлены друг против друга: место формы на карте признаков держит не родо-

словная.

Из рассуждения родство при этом не уходит. Оно решает, из чего форма собрана: у дельфина лопасти хвоста легли плашмя потому, что он зверь. Оно решает и то, какие дороги вообще открыты. Форма, к которой от предков не ведёт ни одна дорога, недостижима. Это вторая подпись белого пятна, а не четвёртая, и конвергенция её не отменяет.

Версия общего происхождения из счёта первой главы утверждала, что фигуру чертит родство: формы похожи, потому что унаследовали сходство, а пусто там, куда не дошла ни одна ветвь. На вьюрках её нельзя было ни принять, ни отвергнуть: шесть видов — родня, и родство говорит о них то же, что и задача. На пловцах и анолисах родство и задача говорят разное, и версия не держится. Упрёк перемешанным таблицам вьюрков при этом остаётся в силе, но вывод, ради которого их мерили, больше не стоит на одних вьюрках. Родство объясняет, чем дельфин отличается от ихтиозавра, но не то, чем они похожи. Сходство родни всегда можно списать на наследство. Сходство чужих списать не на что.

Горсть песка, брошенная на стол, по-прежнему не ложится треугольником. Но теперь видно, чем живые формы отличаются от песка. Песчинки никто не сравнивает между собой, и ни одна не исчезает оттого, что рядом легла другая, лучше её во всём. Формы сравнивает отбор, и сравнивает по задачам. Когда задачи требуют от одних и тех же признаков несовместимого, пустота получает края, ка-

ких случайность не рисует. В один угол тогда приходят акула и тунец, ихтиозавр и дельфин, и угол не спрашивает, кто откуда пришёл. Новых раковин для этого не понадобилось: фигура не стала резче, она стала понятнее.

Белое пятно за стенкой пирамиды осталось белым. Карта по-прежнему закрашивает его одним цветом, но прочесть его теперь можно четырьмя способами: такую раковину нельзя построить, к ней не ведёт дорога, в ней нельзя жить, она проигрывает соседке. Рассуждение о треугольнике подписывается только под последним. Слово «запрещено» подходит лишь к первому, и о первом рассуждение молчит. Пятно не стало меньше, зато у него появились подписи, и каждую можно проверять отдельно.

Правильную пустоту можно объяснить, ничего не запрещая.

Понять это не значит запомнить. Это значит взять предмет, которого здесь не было, назвать его задачи и спросить, требуют ли они несовместимого от одних и тех же признаков, общий ли у них ресурс и кто отбраковывает. А потом сказать вслух, какая часть ответа верна для всякого фронта, а какая держится на допущениях о лучших формах, о расстоянии до них и о числе задач. Ответ может выйти и отрицательным: задачи окажутся согласны, и вместо треугольника получится одна лучшая форма. Это не провал рассуждения, а его ответ. Без второго шага первый остаётся верой, только в более сложных словах.

Две вещи остаются открытыми. Механизм держится на отборе, а проверен только на живом: дом и деталь инженера его поясняли, но не проверяли. Привязан ли механизм к живому или живое — лишь место, где его проще всего застать, из клювов и раковин не следует. Есть и пустоты, за которыми не стоит никакой отбор: состоянию там некому проигрывать, а его всё равно нет. Их рассуждение о треугольнике не объясняет и объяснять не берётся.

Вторая вещь старше. Часть белого на карте раковин может оказаться дырой в летописи, а не в природе. Это возражение не закроется никогда. Его можно только ограничить: смещение сохранности не объясняет правильности фигуры. Правильность говорит, что фигуру нарисовала не летопись, но не говорит, сколько белого вокруг неё — дыра.

Глава 3. Не только жизнь

Отбор объясняет пустоту только там, где было из чего выбирать. Форма возникла, какое-то время жила рядом с соседями, оказалась хуже их и исчезла. Пустое место после неё — след проигрыша, и по нему можно восстановить, кто уступил и кому. Но бывают пустоты другого рода. Их никто не отбирал: состояние не возникало ни разу, и выбирать было не из чего. Мир его не допускает, и ему безразлично, следит ли за этим местом хоть какой-нибудь отбор.

Граница, которая держится без отбора, на первый взгляд не похожа на границы живого. Её не нужно поддерживать, вдоль неё не сменяются поколения, к ней никого не прижимают. О такой границе бесполезно спрашивать, кто проиграл. Спрашивать приходится о другом: что здесь не сходится. Ответ знакомый: есть два требования, и выполнить оба сразу в одном и том же тесном пространстве нельзя. Механизм другой, корень тот же.

Причём корень уходит дальше вещей. Ограничение ложится не только на то, каким бывает мир, но и на то, как о нём можно узнать. Оно настигает того, кто учится по немногим примерам, и того, кто ищет вслепую. Здесь нет ни вещества, ни раковин, а теснота та же. Кто хочет быть готов ко всему, тому не на что опереться.

Сходство между такими границами настолько сильное,

что тянет назвать его тождеством: один закон, который сменил материал и остался прежним. Честность позволяет меньше. Отбор, который прижимает живые формы к их границе, в физике отсутствует вовсе, а в мышлении появляется в другом обличье. Значит, перед нами не экземпляры одной конструкции, а родственники. У родни общий предок и общие черты, но двоюродные братья похожи друг на друга, а не повторяют друг друга.

Зато родня даёт масштаб. По родственникам видно, какая черта принадлежит всей семье, а какая — только одной её ветви. Копии ничего не сказали бы о семье: десять одинаковых лиц сообщают ровно то же, что одно. Двое непохожих родственников говорят о ней больше. Живое оказывается одной такой ветвью, и только рядом с остальными можно разглядеть, что в нём от семьи, а что своё.

3.1. Нота и мгновение

Гитарист кладёт ладонь левой руки на струну, не прижимая её к ладу, и бьёт по струне правой. Выходит глухой стук: в нём есть удар, но почти нет ноты. Гитаристы так и называют этот звук — глухой, или мёртвой, нотой. Если убрать ладонь и ударить снова, струна запоёт, и её высоту можно напеть. Струна та же, удар тот же, рука та же. Изменилось одно: ладонь гасит колебание почти сразу, и звук длится мгновение.

Если у вас под рукой гитара, проверить это можно за пол-

минуты. Глухая нота не тише открытой и не грязнее её. В ней просто нет высоты — не плохой, не фальшивой, а никакой. Напеть её нельзя, потому что напевать нечего. Чем короче звук, тем размытее его высота, а звук, оборванный достаточно рано, перестаёт быть нотой и становится щелчком.

Где проходит граница между нотой и щелчком, акустики измеряли давно. В 1935 году Бюрк, Котовский и Лихте нашли, что для опознания высоты звук должен длиться около сотой доли секунды. Масштаб этой размытости легко перевести на клавиатуру. Звук такой длины в середине фортепиано занимает не одну клавишу, а пятно на несколько соседних, и это грубая оценка, а не точная мера. Обычная короткая нота в музыке, стаккато или нота быстрого пассажа, длится в несколько раз дольше, а то и в десятки раз. Поэтому в живой музыке высота слышна почти всегда, и щелчок приходится добывать нарочно, как это делает ладонь гитариста.

В этом опыте нет ничего живого, кроме самого гитариста. Нет раковин, нет поколений, нет соседей, которым можно уступить место. Есть струна, ладонь и ухо, которое замечает, что вместе с длительностью пропала высота. Если та же форма ограничения найдётся здесь, она не принадлежит одной биологии. Первый шаг за пределы живого сделан, и сделан на слух.

В 1946 году Деннис Габор опубликовал работу под названием «Теория связи». Тогда он служил в исследовательской лаборатории британской электротехнической компа-

нии в Регби. Через четверть века Габор получит Нобелевскую премию по физике за голографию. Но в этой статье его занимал вопрос телеграфистов и радиоинженеров: сколько сведений можно передать по линии за отведённое время в отведённой полосе частот. Слух появляется во второй части статьи, и разбирал его Габор на чужих опытах, в том числе на измерениях Бюрка и его коллег. Собственных слуховых опытов он не ставил.

Ход его мысли начинается с наблюдения, которое кажется банальным. Сигнал привыкли описывать двумя способами: как он меняется от мгновения к мгновению и из каких частот он состоит. Оба описания идеальны и потому обманчивы. Первое имеет дело с бесконечно короткими мгновениями, второе — с бесконечно длинными волнами строго одной частоты. Ухо не пользуется ни тем, ни другим: оно слышит сразу, когда прозвучал звук и какой он высоты. Габор разобрал, почему на оба вопроса нельзя ответить с полной точностью одновременно. Частота звука, который длится конечное время, определена лишь с разбросом, и разброс тем шире, чем звук короче.

Почему так, можно понять без единой формулы. Любой звук раскладывается на чистые тона — ровные колебания одной частоты, которые в принципе длятся без конца. Длинная чистая нота почти и есть один такой тон. Короткий всплеск устроен иначе. Тона в нём должны гасить друг друга везде, кроме одного мгновения, а для этого их нужно много, и все

они должны быть разными. Короткий звук складывается из широкого набора частот, и ни одна из них не главная. Обратное тоже верно: узкий набор частот не сожмёшь в короткий всплеск.

Это свойство математики волн, а не ушей и не приборов. У математиков эта связь имеет имя — дуальность Фурье. Описание во времени и описание по частотам сцеплены. Сузишь одно — расплывётся другое: короткое против точного, ровно как в глухой ноте.

Сама связь времени и частоты не была открытием Габора, и он об этом прямо написал. Физики знали её давно, а за полтора десятка лет до его статьи Стюарт обратил на неё внимание акустиков. Особого отклика это, по словам Габора, не вызвало. Новым было приложить её к тому, сколько можно передать по линии связи. Раз сигналу с различимой частотой нужно время, за секунду в узкой полосе помещается не сколько угодно таких сигналов, а ограниченное их число. Найденное Габор назвал, взяв слова в кавычки, «соотношением неопределённости».

Кавычки стояли не случайно. Габор взял математический аппарат прямо из квантовой механики и назвал момент, когда связь времени и частоты попала в центр внимания физиков. Это была формулировка принципа неопределённости Гейзенберга в 1927 году. У теоремы, которую ухо узнаёт в глухой ноте, есть второй костюм.

Вернер Гейзенберг писал о частице, например об электро-

не, и о двух её величинах. Первая — где частица находится. Вторая — куда и с какой скоростью она движется; физики называют её импульсом. Чем точнее определено положение частицы, тем менее определён её импульс, и наоборот. На этом месте объяснения обычно становятся трудными, но здесь в них почти нет нужды.

Читатель, который только что слушал глухую ноту, может договорить остальное сам. В квантовой механике частица описывается волной, а импульс частицы отвечает длине этой волны. Частица, собранная в маленьком участке пространства, — тот же короткий всплеск, только не во времени, а в пространстве. Чтобы стянуть волну в тесный участок, нужно сложить много разных длин волн, то есть много разных импульсов.

Точное «где» оплачено размытым «куда», как короткая нота оплачена размытой высотой. Отсюда и хрестоматийное следствие: пучок частиц, пропущенный через узкую щель, расходится за ней тем шире, чем щель уже. Объяснять заново ничего не пришлось: это та же дуальность Фурье, переодетая из звука в вещество.

Габор сам позаботился о том, чтобы сходство не приняли за большее, чем оно есть. Сославшись на квантовую теорию, он оговорился, что не собирается объяснять ею передачу сообщений: «Вряд ли это можно было бы назвать объяснением». Квантовая теория одолжила ему математику, и только. Оговорка точнее, чем кажется. Общее у звука и частицы —

математическое ядро, и в нём это действительно одна теорема. Но в квантовом случае к ядру добавлено то, чего у звука нет: утверждение, что само вещество ведёт себя как волна.

Одна теорема — да. Одна физика — нет.

Дальше проще всего свернуть не туда. Удобное прочтение звучит так: приборы пока грубы, мерить точнее не умеют, а когда научатся, узнают о частице и где она, и куда летит. Прочтение утешительное, потому что незнание обещает когда-нибудь кончиться. В пользу этого прочтения говорит даже история.

Главным доводом самого Гейзенберга был мысленный опыт с микроскопом. Чтобы точно увидеть электрон, нужен свет с очень короткой волной, а такой свет сильно толкает электрон и сбивает его скорость. Получается рассказ о приборе, который мешает сам себе.

Но у 1927 года есть и другое утверждение, и держаться стоит именно за него. Эрл Кеннард доказал точное неравенство: в любом состоянии частицы разброс её положений и разброс её импульсов не бывают одновременно сколь угодно малыми. В этой теореме нет ни микроскопа, ни света, ни наблюдателя. Она говорит о самом состоянии, а не о том, как его измеряют. Рассказ про толчок прибора — самое уязвимое место всей истории, и неравенство для состояния от него не зависит.

Статус у такого утверждения необычный. Для звука оно следует из математики волн, и опыт способен проверить

лишь одно: что звук и вправду волна. Для частицы оно опирается на физику, и здесь опыт мог бы его опровергнуть. Хватило бы одной частицы, у которой оба разброса сразу меньше предела. Пока такой частицы никто не предъявил.

С глухой нотой то же самое. Можно подумать, что ухо просто не успевает расслышать высоту короткого звука и что хороший анализатор её бы нашёл. Не нашёл бы, потому что искать нечего. У звука длиной в сотую долю секунды нет одной точной высоты, как у частицы нет одновременно точного «где» и точного «куда». Слух устроен сложно и далеко не во всём похож на идеальный анализатор, но утверждение касается самого звука. Это не про несовершенство приборов, а про устройство мира.

Поэтому звук, одновременно короткий и точный по высоте, физически неосуществим. Частица с точным положением и точным импульсом — тоже. Такое состояние запрещено в строгом, физическом смысле, то есть в первом и самом жёстком из четырёх смыслов пустоты. Оно не маловероятно и не трудно достижимо. Его нет и не будет ни на каком инструменте, ни у какого исполнителя, ни в каком будущем приборе.

Посмотрим теперь, чего в этой истории нет. Отложим длительность звука по одной оси, а разброс его высоты — по другой. Любой настоящий звук займёт на такой плоскости своё место, и только один угол останется пустым: тот, где малы оба. Пустота знакомая, а причина у неё новая.

Пустые места на карте живых форм объяснял прежде всего отбор: формы возникали, проигрывали соседям и исчезали. В пустом углу никто не возникал. Короткую точную ноту не пробовали ни в одной мастерской, и отбраковывать её не пришлось.

У пустого угла есть край, и Габор его описал. Ближе всего к углу подходят звуки особого рода: ровное колебание, которое плавно нарастает и так же плавно стихает, словно обёрнутое колоколом. Каждый такой звук ложится точно на край пустого угла и несёт, по Габору, ровно одно число. Граница, выходит, не только существует, но и заселена. Только заселил её не отбор, а расчёт: такие звуки Габор построил на бумаге, а не нашёл среди уцелевших. Там, где отбора нет, граница остаётся фактом геометрии, но перестаёт быть предсказанием. Из неё не следует, где окажется любой звук, извлечённый из струны наугад.

А корень у этой пустоты прежний. Два требования, коротко и точно по высоте, предъявлены одному и тому же колебанию, и выполнить оба сразу нельзя. Это та же несовместимость требований, с которой начиналась вся конструкция: состояния, лучшего сразу в обеих задачах, не существует.

Второго уровня конструкции, отбора, который прижимает реальные системы к границе, здесь нет вовсе: границу держит математика волн, и прижимать никого не нужно. Значит, найденное — не экземпляр конструкции, а её родня. Экземпляр повторял бы конструкцию целиком, со всеми её

уровнями, а родственник разделяет с ней только начало.

Впервые пустое место объясняется не тем, что кто-то проиграл, а тем, что проигрывать было некому.

3.2. Цена забывания

В Лионе, в лаборатории физики Высшей нормальной школы, в капле воды плавает стеклянная бусина поперечником около двух микрометров. Разглядеть её можно только в микроскоп. Держит её свет: луч лазера, собранный в точку, удерживает такую крупинку, как ямка удерживает шарик. Луч перескакивает между двумя соседними точками быстрее, чем бусина успевает сдвинуться, и ямок для неё становится две. Бусина лежит то в левой, то в правой, а тепловое дрожание воды время от времени перебрасывает её через бугор между ними.

В 2012 году Берю, Чилиберто и их коллеги проделали с этой бусиной простую вещь. Они загоняли её в левую ямку, где бы она ни лежала до того. Бугор между ямками опускали, сосуд с водой сдвигали так, что поток сносил бусину влево, и бугор поднимали снова. Бусина, лежавшая слева, оставалась слева, а лежавшая справа перебиралась налево. Камера снимала каждое её движение, и по траектории физики считали, сколько тепла бусина отдала воде. Работу напечатал журнал Nature.

Опыт повторяли много раз, то быстрее, то медленнее. Чем

медленнее бусину переселяли, тем меньше тепла это стоило, но даром не обходилось и самое медленное. При долгих циклах среднее тепло опускалось к определённому пределу и подходило к нему сверху. Физики называют эту операцию стиранием. До неё бусина хранила ответ на вопрос «слева или справа», после неё ответ был один и тот же, что бы ни было прежде.

В этом тепле две части, и опыт их разделяет. Первая — плата за спешку. Быструю бусину вода тормозит, как мёд тормозит ложку, которую ведут резко, и на это трение уходит лишнее тепло. Чем медленнее ведут бусину, тем слабее трение, и при очень долгом цикле оно почти сходит на нет. Вторая часть не исчезает ни при каком терпении. Она и есть предел, к которому подходили лионские измерения, и у неё другое происхождение.

Предел описал за полвека до опыта Рольф Ландауэр. В 1961 году он работал в исследовательском центре IBM и разбирал, сколько тепла обязательно стоит обращение со сведениями. Джон фон Нейман полагал, что платить приходится за всякое элементарное действие. Ландауэр сузил ответ: обязательную плату берут только с действий, после которых прошлое не восстановить, и прежде всего со стирания. Опытов в его статье нет, есть рассуждение, и его стоит пройти шаг за шагом.

Бусина в двух ямках хранит одно различие: то или это, слева или справа. Такое различие и называют одним битом.

Мера эта ничего не говорит о смысле, только о числе различимых состояний. Стереть бит — значит привести носитель в одно заданное состояние, каким бы оно ни было раньше. До стирания у бусины два возможных прошлых, после него одно настоящее, и по бусине уже не узнать, где она лежала.

Теперь главный шаг. Законы, по которым движутся молекулы, обратимы. Если пустить запись их движения задом наперёд, получится движение, тоже возможное по тем же законам. Будь у двух разных начал общий конец, обратному фильму пришлось бы выбирать между ними, а законы движения не выбирают. Два разных прошлых мира не сливаются в одно и то же настоящее.

Если бы различие между «было слева» и «было справа» просто пропадало, такое слияние бы произошло. Значит, оно не пропадает. Из бусины оно переходит в воду вокруг, в беспорядочное движение её молекул, а беспорядочное движение молекул и есть тепло. Стёртое не исчезает, оно рассеивается.

Сколько тепла уйдёт самое меньшее, решает не носитель, а окружение. Второе начало термодинамики не позволяет заплатить меньше определённой суммы, и эта сумма зависит только от температуры окружения: чем теплее вода, тем дороже забывание. Различие, ушедшее в воду, всегда добавляет к её беспорядку одну и ту же долю. В тёплой воде молекулы и так движутся бурнее, и та же доля беспорядка стоит больше тепла. Из чего сделан носитель, в расчёт не входит

вовсе.

Сама сумма ничтожна. Если пересчитать, это меньше половины средней энергии, с которой движется одна молекула воздуха в комнате. Частица зелёного света несёт энергии в сто с лишним раз больше. Цена забывания почти неощутима, но дешевле нуля она не бывает.

Ландауэр провёл границу точно, и это важно. Платят не за всякое обращение с различием, а за его уничтожение. Если бусина заведомо лежит слева, записать в неё ответ можно в принципе без обязательной платы: по новому положению видно старое, и ничего не потеряно. Цена берётся не с памяти, а с отказа от неё.

Здесь сходятся два разговора, которые привычно держать порознь. Один ведут о знании: что известно, что различимо, что утрачено. Другой — о тепле: о паровых котлах и о том, почему тепло само не течёт от холодного к горячему. Обычно они не встречаются: о забытом не спрашивают, сколько за него отдано тепла, а о печи не спрашивают, что она помнит. Рассуждение Ландауэра и опыт с бусиной сводят их в один: число различимых состояний и количество тепла связаны одной величиной, только меряют её в разных единицах. Цена забывания — тепло, и забыть, не заплатив, нельзя.

У слова «забывание» здесь узкий смысл, и его стоит удержать. Речь идёт о различимости состояний, а не о значении того, что помнят. Человек, забывший номер телефона друга, не стирает бит в этом смысле: у мозга свои издержки, несрав-

нимо большие и устроенные иначе. Ландауэр говорит о другом. Если различие записано в чём-то материальном, уничтожить его даром нельзя, как бы мало оно ни значило для кого-нибудь.

Где утверждение прочно, а где нет, лучше сказать сразу. Предел задаёт пол, а не цену: настоящее стирание почти всегда стоит гораздо дороже, и по другим причинам. Отдельное стирание может обойтись и дешевле предела, если вода случайно подтолкнёт бусину куда нужно. Предел держит среднее по многим повторениям, и опровергло бы его стирание, которое в воде одной температуры раз за разом стоит в среднем меньше. Общие доказательства самого принципа оспаривают до сих пор: Эрман и Нортон считают их замкнутыми в круг. Поэтому опора здесь — второе начало и опыт, а не теорема о любой мыслимой физике.

Вид у этого предела тот же, что у короткого звука без точной высоты: он физический. Тепло выделяется при всяком стирании, кто бы его ни проводил и зачем. Стирание, скупое на тепло, не появляется, чтобы потом уступить место другим. Оно не появляется вовсе. Стереть различие и не отдать тепла физически запрещено, и держится это не на отборе, а на обратимости законов движения вместе со вторым началом.

Два требования и здесь не уживаются в одном действии. Одно — свести два возможных прошлых к одному настоящему. Другое — оставить окружение таким, каким оно бы-

ло. Несовместимость требований на месте, а механизма, который сгонял бы реальные стирания к пределу, нет.

Лионские измерения легко разложить в уме по двум осям: сколько длилось стирание и сколько тепла оно отдало. По мере того как стирание замедляется, точки опускаются и ложатся всё ближе к одной ровной черте. Ниже черты не опускается ни одно среднее, сколько бы ни длилось стирание. Ближе всех к ней подошли самые медленные циклы, и подвели их туда физики, которые нарочно не торопились. Никакой отбраковки соседей для этого не понадобилось.

Это меняет статус первой находки. Физический запрет, который держался на сложении волн, можно было счесть причудой одной математики: у волн свои правила, и там, где их нет, нет и такого запрета. Рассуждение о бусине на сложение волн не опирается. В нём работают обратимость законов движения и второе начало, совсем другая часть физики, и речь в нём идёт о различиях и тепле, а не о частотах. Физический запрет без отбора нашёлся второй раз и в другом месте. У родни, которую никто не прижимает к границе, теперь два представителя, и единичный случай стал видом.

Остаётся следствие, которое звучит тише. Пока различие хранится, оно лежит в бусине, и избавиться от него можно только отдав миру тепло, хотя бы крошечное. То, что нельзя выбросить бесплатно, трудно считать бесплотным. Даже одно «слева или справа» оказывается вещью среди вещей. Знание тоже чего-то весит, пусть и меньше, чем дрожь одной

молекулы.

3.3. Всякое обучение — ставка

Чашку чая только что налили и поставили на стол. Рядом лежат кухонный термометр и листок в клетку. Раз в минуту термометр опускают в чай, читают показание и ставят на листке точку: по горизонтали время, по вертикали температура. Через двадцать минут точек два десятка. Ложатся они не совсем ровно. Термометр немного врёт, рука опускает его то глубже, то мельче, и каждая точка чуть подпрыгивает над своим настоящим местом или проседает под ним.

Опыт настолько прост, что вы можете проделать его сами, и листок выйдет похожим. Сначала чай остывает быстро, потом всё медленнее: чем ближе он к температуре комнаты, тем неохотнее отдаёт остаток тепла. Точки спускаются круто, затем полого. Теперь через них нужно провести линию и спросить у неё, каким окажется следующий замер. Такая линия и есть модель: правило, по которому из увиденного угадывают ещё не увиденное.

Провести её можно по-разному. Можно взять линейку и провести прямую, которая пройдёт между точками как можно ближе к ним. Можно соединить каждую точку с соседней и получить ломаную, которая не пропустит ни одной. А можно провести плавную кривую, которая гнётся вслед за точками, но не за каждой. Что каждая из трёх скажет о следующей

минуте и о завтрашней чашке, видно сразу.

Прямая промахивается почти везде. В начале она слишком полога, в конце слишком крута, потому что гнуться не умеет, а чай остывает с замедлением. Продолженная вправо, она рано или поздно пообещает чай холоднее комнаты, а такого не бывает. Зато дрожи термометра прямая почти не замечает. Если завтра налить новую чашку и снять новые замеры, прямая ляжет почти там же, где лежала сегодня. Она ошибается, но ошибается одинаково: всякий раз в начале и всякий раз в конце.

Ломаная сегодня безупречна: каждая точка лежит на ней. Но она поверила всему, включая дрожь термометра. Пусть последний замер случайно вышел чуть выше предпоследнего. Ломаная продолжит этот подъём и предскажет, что чай начал нагреваться. Завтрашняя чашка принесёт другие мелкие погрешности, и ломаная через новые точки выйдет совсем другой, с зазубринами на новых местах. По сегодняшним замерам она не ошиблась ни разу, а мимо завтрашних промахнётся дважды: на сегодняшнюю дрожь термометра, которую она запомнила, и на завтрашнюю.

Плавная кривая ошибается понемногу и в обе стороны. Она гнётся вместе с замедлением остывания и, продолженная вправо, подводит чай к температуре комнаты, не опуская ниже. Завтра она сдвинется заметнее прямой, но куда меньше ломаной: мелкую дрожь она пропускает мимо, а крупный изгиб повторяет. Сколько изгиба ей позволить, листок не го-

ворит. Решает тот, кто её проводит.

У линии здесь два требования. Она должна ловить настоящую форму остывания, со всеми её изгибами, — назовём это гибкостью. И она не должна дрожать вместе с каждым замером, а завтра должна сказать почти то же, что сегодня, — назовём это устойчивостью. Прямая устойчива и негибка. Ломаная гибка и неустойчива. Двигаясь от прямой к ломаной, линия приобретает гибкость и платит за неё устойчивостью.

Обойти этот выбор нельзя, потому что обе задачи кормятся из одного источника — из тех же двух десятков точек. По ним одним не отличить настоящий изгиб от случайного всплеска. Линия, готовая поверить изгибу, поверит и всплеску, а линия, равнодушная к всплескам, пропустит и часть изгибов. Перед нами первый уровень конструкции, несовместимость требований: линии, лучшей сразу в обеих задачах, по этим точкам не провести. Только предмет теперь другой. Это уже не физика, а статистика — наука о том, что можно узнать по немногим замерам с погрешностью.

Линии от прямой до ломаной выстраиваются вдоль границы, где прибавить устойчивости можно только ценой гибкости. Это фронт, такой же, как у домов, где выиграть в цене можно было только дорогой до работы. Бывают линии и хуже: волнистая кривая, которая не следует за точками и при этом дрожит без всякой причины, уступает соседям в обоих требованиях сразу. О ней и говорить нечего. Разговор идёт

только о фронте, и любое место на нём чем-то оплачено.

В плавной кривой заложено допущение: чай остывает плавно, без скачков, а всё, что скачет, — дрожь термометра. Допущение может оказаться верным, а может и нет. Поэтому любая линия через точки — ставка на то, какой формы мир. Прямая ставит на прямой мир, ломаная — на мир без случайностей, кривая — на мир плавный, причём плавный в той мере, которую выбрал рисующий.

Сам компромисс старше своего нынешнего имени: статистики и раньше умели делить ошибку на две части. Имя дали в 1992 году Стюарт Геман, Эли Биненшток и Рене Дурса, специалисты по статистике обучения. Они разбирали компромисс в теории и проверяли на опытах с искусственными данными и с рукописными цифрами. Назвали они его дилеммой смещения и дисперсии. Из разбора они сделали вывод, неудобный для любителей хитрых способов подгонки: главная трудность не в способе, а в том, что предполагают о форме закономерности заранее.

В этой книге компромисс будет называться так: смещение против дисперсии. Смещение — ошибка, которую линия повторяет при любых замерах, а дисперсия — её собственный разброс от одного набора замеров к другому. Два слова здесь составляют одно имя, потому что каждое по отдельности описывает лишь половину ошибки. На листке с чаем обе половины видны глазом. Смещение — это промах прямой в начале и в конце остывания, одинаковый сегодня и завтра.

Дисперсия — это ломаная, которая от чашки к чашке перекраивается целиком.

Ошибка линии на новом замере складывается из этих двух частей и из дрожи термометра, которую не уберёт никакая линия. При заданном числе замеров уменьшить одну часть обычно удаётся ценой роста другой. Компромисс зависит от количества данных: если мерить намного чаще и дольше, обе части могут уменьшиться разом. Кроме того, в 2019 году Белкин и его соавторы показали, что у очень гибких моделей ошибка на новых данных, пройдя высшую точку, может снова пойти вниз. Значит, перед нами правило обычного режима, а не закон на все случаи. Твёрдо можно сказать вот что: при заданном числе замеров и в обычном режиме линия не бывает сразу гибкой и устойчивой.

В этой истории есть то, чего не было ни у звука, ни у тепла. Чаю всё равно, как его описывают. Он остывает по своему закону, и закон этот вполне определённый. Бумаге тоже всё равно: провести по ней можно любую линию. Ничто в мире не мешает существовать линии, верной закону остывания: она гнётся вместе с чаем и не дрожит вместе с термометром. Провести её может тот, кто знает этот закон заранее.

Предел ложится не на чашку и не на бумагу, а на того, кто узнаёт закон по двадцати точкам, не зная его заранее. Короткого звука с точной высотой не бывает нигде, стирания без тепла не бывает ни у кого. Здесь не бывает другого — способа, который узнаёт закон по немногим замерам и ничем не

рискует. Линия, которая угадала, вполне возможна, но нельзя построить её наверняка, не сделав ставки. После вещей предметом ограничения стало само узнавание.

Вместе с узнаванием в главе впервые появляется механизм, знакомый по живым формам. Как провести через точки лучшую линию, придумали задолго до кухонных термометров. В 1805 году Лежандр опубликовал способ в приложении к работе об орбитах комет. В 1809 году Гаусс изложил его в книге о движении небесных тел и заявил, что пользуется им давно, — так начался спор о первенстве. Способ называют методом наименьших квадратов.

Устроен он так. Из всех мыслимых прямых, или из всех кривых заданного вида, оставляют одну: ту, у которой промахи мимо точек в сумме меньше всего. Промахи берут в квадрате, чтобы крупный стоил дороже нескольких мелких. Все прочие линии способ отбраковывает: они хуже согласуются с данными.

На листке с чаем это легко представить. Линейку поворачивают и сдвигают, и каждое её положение — отдельный вариант прямой со своей суммой промахов. Из всех этих положений способ оставляет одно, а остальные выбывают. Это отбор в том самом смысле, в каком книга понимала его с начала: любой процесс, отбраковывающий проигрышные варианты. Перед нами второй уровень конструкции — уже не граница, а то, что к ней прижимает.

Дадим ему выбирать не только внутри одного вида линий,

но и между видами, и посмотрим, куда он прижмёт. Мерило у него прежнее — промахи мимо уже снятых точек. По этому мерилу ломаная непобедима: промахов у неё нет совсем. Прямая, плавная кривая и любая другая линия уступают ей. Отбор по старым данным сам толкает модель к самому гибкому краю, туда, где растёт дисперсия. Его выбор падает на ту самую линию, по которой остывающий чай вдруг начинает нагреваться.

Противовес известен: проверять линии на замерах, которых они не видели, например на завтрашней чашке. Там ломаная уступает, прямая тоже, и отбор обычно сдвигается к середине. Процесс тот же, мерило другое, и вместе с мерилом сменилось место, куда он прижимает. При этом отбраковывает здесь не природа, а человек с линейкой и с критерием, который он выбрал сам. Отбракованные линии не исчезают из мира, их просто не рисуют.

Отбор появился в главе, но появился не мудрецом. Он отбраковывает добросовестно, но направление ему задаёт мерило, а не правда о чае. И даже лучший отбор выбирает только среди допущенного. Лежандр и Гаусс искали лучшую орбиту среди тех, которые позволяла небесная механика. Какой формы бывают орбиты, их способ не решал и решить не мог. Ставку делают раньше первой точки, и отбору она не подсудна.

3.4. Бесплатных обедов не бывает

Опытный грибник, войдя в смешанный лес, идёт не куда глаза глядят, а к берёзам. Ему нужны подберёзовики, а этот гриб растёт там же, где берёза. Его грибница живёт в союзе с корнями дерева, и без берёзы подберёзовика не бывает. Новичок рядом бродит наугад: заглядывает под ели, в кусты, на открытые поляны. К полудню у грибника полная корзина, у новичка грибы едва прикрывают дно. Ходили они одинаково долго, и глаза у обоих одинаково зоркие.

Конец ознакомительного фрагмента.

Текст предоставлен ООО «Литрес».

Прочитайте эту книгу целиком, купив полную легальную версию на Литрес.

Безопасно оплатить книгу можно банковской картой Visa, MasterCard, Maestro, со счета мобильного телефона, с платежного терминала, в салоне МТС или Связной, через PayPal, WebMoney, Яндекс.Деньги, QIWI Кошелек, бонусными картами или другим удобным Вам способом.